

УДК 621.652.001.24

В.И. МИСЮРА

Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск, Украина

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАСОСА ТРЕНИЯ Н.Е. ЖУКОВСКОГО

Выполнено аналитическое решение задачи для осевого течения жидкости в кольцевой щели. Проанализировано влияние всех параметров на характер распределения скорости. Получены соотношения для определения расхода через щель, создаваемого напора, мощности и КПД.

ключевые слова: канал шнурового насоса,

Введение

Н.Е. Жуковским в 1901 году была предложена шнуровая гидромашина [1], которая работает по принципу использования сил трения. Несмотря на то, что такие гидромашины применяются в различных технологических процессах [2], до настоящего времени не было проведено теоретического анализа рабочих возможностей таких машин. На рис. 1 приведена принципиальная схема работы шнуровой гидромашины трения. Она представляет собой шнур 4, который движется в охватывающем канале 2 с малым зазором между его поверхностью и внутренней поверхностью канала.

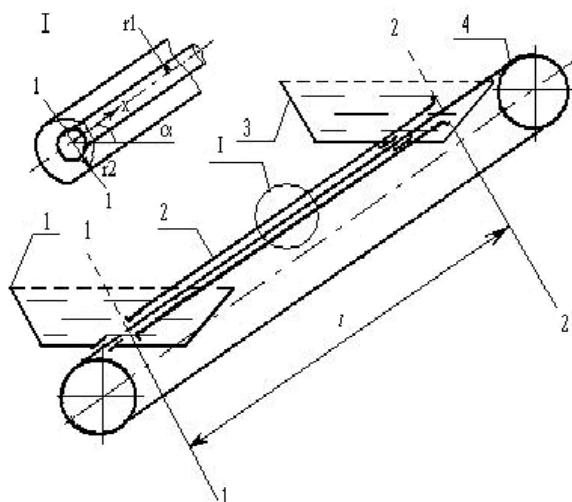


Рис. 1. Шнуровая гидромашина:
1 – нижняя емкость; 2 – канал;
3 – верхняя емкость; 4 – шнур.

Если с помощью внешней силы шнур перемещать, то вследствие сил сцепления между его поверхностью и жидкостью, последняя увлекается и переносится из нижней емкости 1 в верхнюю емкость 3, то есть система работает как нагнетатель. Эффективность передачи энергии тем выше, чем меньше относительная скорость между ведущей и ведомой поверхностью. Поэтому будет целесообразным в гидромашине трения реализовать ламинарное течение [3, 4].

1. Аналитическое решение задачи

Рассмотрим течение жидкости в канале шнурового насоса, в котором поперечное сечение шнура представляет круг. Выберем начало координат в сечении входа в кольцевой канал и, приняв течение осесимметричным, запишем в безразмерном виде уравнение Навье-Стокса в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial}{\partial R}(R \cdot Re \cdot \cos \alpha - P) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = 0; \quad (2)$$

$$\sin \alpha + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Fr}{Re} \left(\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \right) = 0. \quad (3)$$

Граничные условия:

$$X = 0; P = P_0; X = L; P = P_2; \quad (4)$$

$$R = R_1; U = 1; R = R_2; U = 0. \quad (5)$$

Кроме того, принимаем, что тангенциальная V и радиальная W составляющие скорости равны нулю. В уравнениях (1) – (5) принято:

$$R = \frac{r}{r_1}; L = \frac{l}{r_1}; X = \frac{x}{r_1}; P = \frac{\rho u_0}{\nu \rho}; U = \frac{u}{u_0};$$

$$Re = \frac{u_0 r_1}{\nu}; Fr = \frac{u_0}{r_1 g},$$

где u_0 – осевая скорость шнура; x – осевая координата (вдоль шнура); r_1 – радиус шнура; r_2 – радиус охватывающего канала; l – длина канала; p_1 и p_2 – давление на входе и выходе канала; ρ , ν – плотность и вязкость в жидкости.

Обозначим $F(x) = R \cdot Re \cos \alpha - P$ и, подставив его в (2), имеем $\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial F(x)}{\partial X} = \text{const}$, т.е.

$$P = c_1 X + c_2. \quad (6)$$

Следовательно, давление в канале изменяется линейно, а из(4) – (5):

$$c_1 = (P_2 - P_1)/L, \quad c_2 = P_1.$$

Тогда (6) примет вид

$$P = R \cdot Re \cdot \cos \alpha + X(P_2 - P_1)/L + P_1, \quad (7)$$

а уравнение (2) можно представить как

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} = K = \text{const}, \quad (8)$$

где
$$K = \frac{1}{Fr} \left(Re \cdot \sin \alpha + \frac{P_2 - P_1}{L} \right). \quad (9)$$

Понизив порядок в уравнении (8) и выполнив интегрирование, получим:

$$U = K \frac{R^2}{4} + C_3 \ln R + C_4. \quad (10)$$

Постоянные в последнем уравнении находим, используя граничные условия (5):

$$c_3 = \frac{4 + K(R_2^2 - 1)}{4 \ln(1/R_2)};$$

$$c_4 = - \left[0,25 + \frac{4 + K(R_2^2 - 1)}{4 \ln(1/R_2)} \right],$$

и подставляя их в решение (10), получаем окончательное выражение для распределения скорости

поперек рабочего зазора шнурового насоса:

$$U = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{Fr} \left(Re \cdot \sin \alpha + \frac{P_2 - P_1}{L} \right) (R^2 - R_2^2) + \left[4 + \frac{1}{Fr} \left(Re \cdot \sin \alpha + \frac{P_2 - P_1}{L} \right) (R^2 - 1) \right] \times \right. \quad (11)$$

$$\left. \times \ln \frac{R}{R_2} \left(\ln \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \right\}.$$

Зная закон распределения скорости в рабочем зазоре, можно найти расход жидкости и напор:

$$Q = -A\bar{H} + B. \quad (12)$$

$$A = (1 - R_2^2) \left[(1 - R_2^2) + \frac{1}{\ln 1/R_2} (1 - R_2^2 - 2 \ln 1/R_2) \right];$$

$$B = 0,5 \left(\frac{1 - R_2^2}{\ln 1/R_2} - 1 \right);$$

$$\bar{H} = \frac{H}{\frac{u_0 v}{r_1}} = \left(1 + \frac{P_2 - P_1}{Re} \cdot \frac{1}{L \sin \alpha} \right) \frac{Re L \sin \alpha}{Fr},$$

где \bar{H} – полный полезный напор насоса, который складывается из гравитационного напора столба жидкости $L \sin \alpha$ и напора на преодоление разности давлений между выходом и входом насоса.

Зная \bar{Q} и \bar{H} , определяем полезную мощность насоса N_n :

$$\bar{N}_n = \bar{Q}\bar{H}, \quad \text{где } \bar{N}_n = \frac{N_n}{2\pi \cdot r_1 u_0^2 \nu \rho}$$

Полная мощность насоса определяется через величину касательного напряжения на поверхности шнура

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_1} \quad \text{и в безразмерном виде равна}$$

$$\bar{N} = -L \left(\frac{\partial U}{\partial R} \right)_{R=1} = L \left[\frac{K}{2} + \frac{4 + K(R_2^2 - 1)}{4 \ln 1/R_2} \right].$$

Тогда гидравлический КПД шнурового насоса определяется, как

$$\eta = \bar{N}_n / \bar{N}. \quad (13)$$

2. Результаты расчета

Выявлено, что при больших зазорах (рис. 2) и высоких числах Re в кольцевой щели возможно обратное течение (рис. 2, кривые 2, 3). Оно возможно также, когда гравитационные силы преобладают над инерционными (малые числа Фруда, рис. 3, кривые 1, 2), при высоком перепаде давления между приемной и заборной емкостями (рис. 4, кривая 3). Угол наклона α и длина шнура L слабо влияют на характер эпюры скорости U в зазоре.

Из анализа формулы (12) видно, что при $B = 0$ расход отрицателен и направлен по каналу из верхней емкости в нижнюю.

Лишь при значениях $B = AH$ это течение прекращается, т.е. расход становится равным нулю, и вся энергия движущегося шнура идет на поддержание перепада давления на концах канала, а предельная длина канала, при которой нет обратного течения жидкости, равна:

$$L_{np} = \frac{Fr}{Re \cdot \sin \alpha} \left[\frac{B}{A} - (P_2 - P_1) \right].$$

Расчеты показывают, что при фиксированном напоре зависимость расхода от ширины рабочего зазора имеет явный максимум (рис. 5). Причем, по мере снижения напора максимум расхода смещается в область больших зазоров.

Из формулы (12) следует, что напор от расхода в шнуровом насосе изменяется линейно (рис. 6).

Видно, чем выше значение относительного радиуса канала R_2 (т.е. чем больший зазор между стенками канала и поверхностью шнура), тем более полого проходит зависимость $\bar{H} = \bar{H}(Q)$.

А из (13) следует, что чем меньше рабочий зазор, тем выше КПД и его максимум смещается в область меньших расходов (рис. 7), но при этом следует учитывать, что с уменьшением величины зазора напорная характеристика становится крутопадающей (рис. 6).

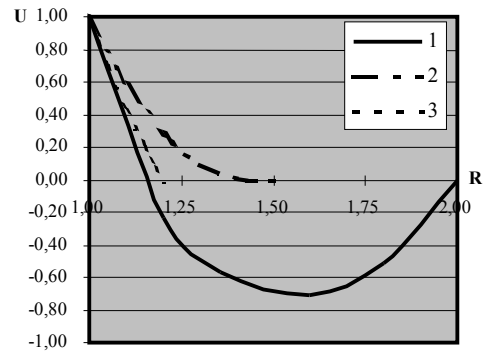


Рис. 2. Влияние величины рабочего зазора на скорость потока:
($Re = 1000$; $Fr = 100$; $\Delta p = 2500$;
 $\alpha = 60^\circ$; $L = 500$; $1 - R_2 = 2$;
 $2 - R_2 = 1,5$; $3 - R_2 = 2$)

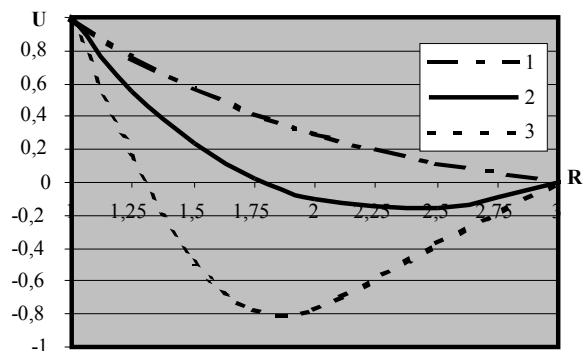


Рис. 3. Влияние числа Re на скорость потока
($1 - Re = 10$; $2 - Re = 100$; $3 - Re = 300$;
 $Fr = 100$; $\Delta p = 2500$; $\alpha = 60^\circ$;
 $L = 500$; $R_2 = 3$)

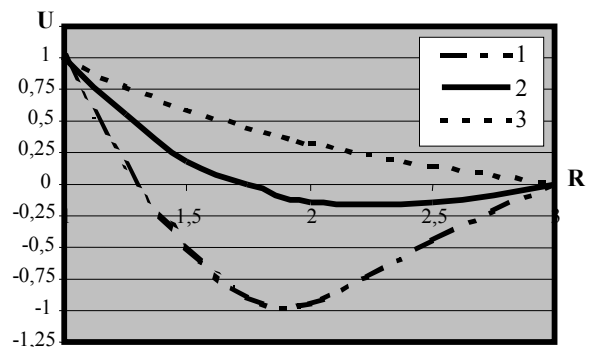


Рис. 4. Влияние числа Fr на скорость потока
($1 - Fr = 335$; $2 - Fr = 1000$; $3 - Fr = 10000$;
 $Re = 1000$; $\Delta p = 2500$;
 $L = 500$; $R_2 = 3$)

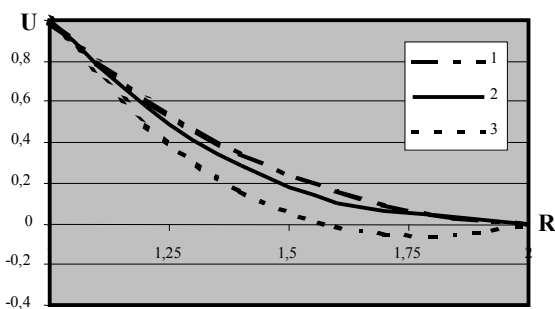


Рис. 5. Влияние перепада давления на скорость потока
(1 – $\Delta p = 2500$; 2 – $\Delta p = 5000$; 3 – $\Delta p = 10000$;
 $Re = 10$; $Fr = 10$; $\alpha = 60^\circ$; $L=500$)

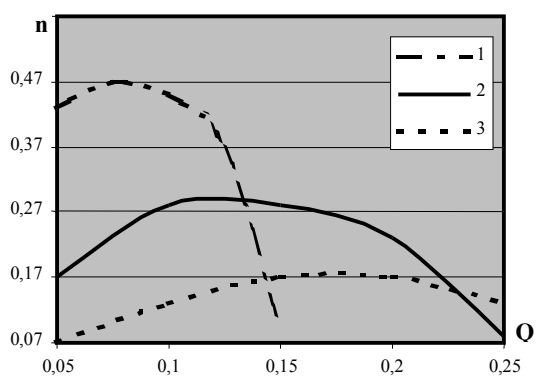


Рис. 8. Зависимость КПД шнурового насоса от расхода (1 – $R_2 = 1,3$; 2 – 1,5; 3 – 1,7)

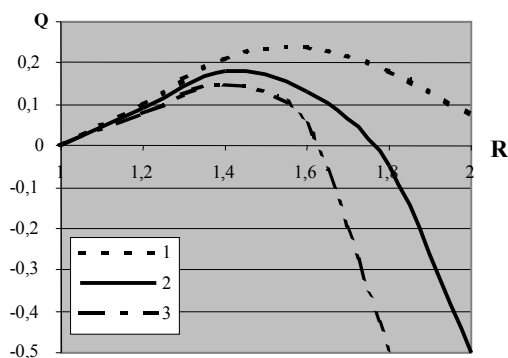


Рис. 6. Зависимость расхода от величины рабочего зазора
(1 – $H = 2000$; 2 – 4000; 3 – 6000; $Re = 1000$;
 $Fr = 100$; $\Delta p = 2500$; $L = 500$; $\alpha = 60^\circ$)

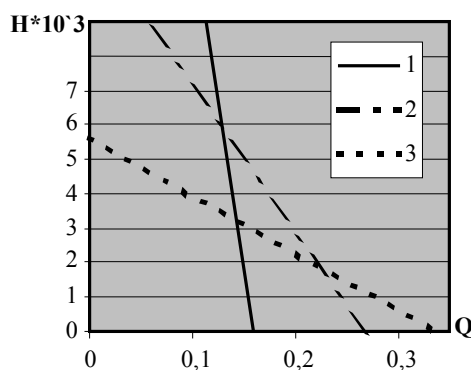


Рис. 7. Напорные характеристики шнурового насоса
(1 – $R_2 = 1,3$; 2 – 0,15; 3 – 1,7)

Выводы

1. При проектировании шнуровых насосов в целях получения высокого КПД величину рабочего зазора следует выбирать из условия, чтобы

$$R_2 = \frac{r_2}{r_1} = 1,2 \dots 1,5.$$

2. Чем больше число Re и перепад давлений ΔP , и чем меньше число Fr , тем ниже эффективность работы шнурового насоса.

3. Для получения крутопадающей напорной характеристики необходимо брать

$$R_2 = 1,1 \dots 1,3.$$

Литература

1. Жуковский Н.Е. О трении жидкости при большой разности скоростей ее струй // Собр. соч. – 1949. – Т. 3. – С. 110 – 113.
2. А.С. F04 19/14 СССР. Ленточный насос./ Н.К. Вазенмиллер // Бюл. изобр. – 1982. – № 31.
3. Мисюра В.И., Овсянников Б.В., Пресняков В.Ф. Дискосые насосы. – М.: Машиностроение, 1986. – 112 с.
4. Перельман Р.Г, Поликовский В.И. Основы теории насосов дискового типа // Изв. АН СССР. – Энергетика и транспорт. – 1963. – № 1 – С. 101 – 111.

Поступила в редакцию 28.05.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.О. Габринец, Днепропетровский региональный институт государственного управления.