

УДК 629.734.7

П.И. ИВАНОВ

НИИ аэроупругих систем, АР Крым, Украина

ДВЕ СТРАТЕГИИ ДАЛЬНОГО НАВЕДЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ ПЛАНИРУЮЩЕЙ ПАРАШЮТНОЙ СИСТЕМЫ НА ЦЕЛЬ

В работе рассматриваются два варианта стратегий наведения управляемой парашютной системы (УППС) на цель по критерию минимально возможного удаления точки посадки в случае недолета до цели.

управляемая планирующая парашютная система, стратегия дальнего наведения

Введение

Проблема поиска стратегий наведения управляемой парашютной системы на цель по критерию минимально возможного удаления точки посадки в случае недолета до цели при случайном распределении ветра по высоте является одной из актуальных проблем и связана с задачей обеспечения посадки систем груз-парашют на площадки ограниченных размеров.

Последние результаты и материалы, в которых начато решение данной задачи и на которые в данной статье делаются ссылки, изложены в работах [1 – 4]. Нерешенная на сегодняшний день часть общей проблемы, которой посвящена данная работа, связана с построением моделей дальнего наведения управляемой парашютной системы на цель, что позволит в дальнейшем продвинуться вперед в решении задач наведения и повысить надежность доставки грузов к цели.

Целью настоящей работы является исследование стратегий дальнего наведения управляемой планирующей парашютной системы на цель по критерию минимально возможного удаления точки посадки от цели в случае недолета до цели.

Исследование стратегий

Выбор стратегий управления системой груз-планирующий парашют на этапе дальнего наведе-

ния предполагает выбор концепций при построении математической модели для навигационной программы дальнего наведения. В качестве основных концепций были выбраны следующие.

1. Система груз – УППС может проходить несколько слоев атмосферы с различными (случайными) скоростями и направлениями вектора ветра \overline{W} .

2. Горизонтальная составляющая воздушной скорости движения системы \overline{V}_2 сравнима со скоростью ветра, т.е. $V_2 \sim W$ и $0 \leq W \leq 1,2V_2$.

3. Вывод системы на курс к цели всегда выполняется с некоторой погрешностью, которую в ряде случаев приходится корректировать.

4. Необходимо обеспечить минимизацию энергозатрат на управление.

В полете необходимо постоянно (используя данные системы глобального геопозиционирования GPS) отслеживать изменения в направлении и скорости ветра и принимать меры (пользуясь органами управления) к сохранению общего курса системы.

Под *общим курсом системы* понимается либо ориентация вектора горизонтальной составляющей \overline{V}_2 воздушной скорости системы (ее продольной оси) на цель, либо ориентация вектора путевой скорости \overline{V}_H на цель O . Это, в свою очередь, соответственно определяет две стратегии управления системой – A и B .

Курсом системы будем называть выбор стратегии A – ориентации вектора горизонтальной составляющей \bar{V}_z воздушной скорости системы (ее продольной оси) на цель и характеризовать его углом ϕ – отклонения вектора \bar{V}_z от оси Ox по часовой стрелке. Ось Ox ориентирована на север.

Путевым курсом системы будем называть выбор стратегии B – ориентации вектора путевой скорости системы $\bar{V}_П$ на цель O и характеризовать его углом ψ – отклонения вектора $\bar{V}_П$ от оси Ox по часовой стрелке. На этапе дальнего наведения, после сбрасывания системы с носителя и ориентации ее на цель, можно использовать любую стратегию дальнейшего продвижения к цели, A или B .

Разработка стратегии A

Стратегия A заключается в постоянной ориентации продольной оси системы (вектора горизонтальной составляющей воздушной скорости \bar{V}_z) на цель.

При реализации стратегии A необходимо рассмотреть два случая.

1. Ветер встречный (от цели).

Минимизируется возможное удаление от цели после посадки при встречном (от цели) ветре. Это достигается тем, что:

а) путевая скорость $\bar{V}_П$ удаления от цели (если вдруг окажется, что $\bar{W} > \bar{V}_z$) должна быть как можно меньше;

б) направление продвижения к цели – как можно ближе, т.е. угол γ между вектором $\bar{V}_П$ и направлением на цель должен быть минимальным из всех допустимых.

Удовлетворить одновременно двум последним требованиям невозможно но, как показывают исследования, можно найти для них точку компромисса, которой удовлетворяет именно условие ми-

нимизации_возможного удаления от цели после посадки.

2. Ветер попутный (к цели).

В данном случае, минимизировать возможное удаление от цели означает минимизацию времени прибытия в район цели, а значит, максимизацию запаса высоты к моменту прибытия к цели, что позволит построить требуемый маневр для точного выхода в цель.

Это можно сделать за счет того, что:

а) путевая скорость $\bar{V}_П$ приближения к цели должна быть как можно больше;

б) угол γ между вектором $\bar{V}_П$ и направлением на цель должен быть минимальным из всех возможных.

Удовлетворить одновременно двум последним требованиям а) и б) можно только при строго попутном ветре и курсе системы на цель.

В случае наличия угла между направлением попутного ветра и направлением курса системы существует компромисс, который, как следует из результатов проведенных испытаний, заключается в том, чтобы непрерывно сохранять курс системы, т.е. направление вектора \bar{V}_z на цель.

Для сохранения постоянным курса на цель необходимо непрерывно корректировать курс системы систематическими управляющими воздействиями, что приводит к большому расходу энергии аккумуляторов, питающих работу сервомеханизмов. Нужно выбрать стратегию «экономного управления» – небольшое количество управляющих воздействий при максимальном конечном эффекте – выход в плоскость глиссады предпосадочного планирования (ГПП) и непосредственно на ГПП.

Здесь можно выбрать стратегию полета по прямой с курсом, пересекающим плоскость ГПП (сориентировав систему и выдержав курс до входа в зону разворота для выхода на ГПП) и проверить возможность выхода на ГПП. Эта стратегия минимизирует расход энергии (правда, за счет небольшой потери высоты к моменту выхода на ГПП). Если эта страте-

гия не дает возможности выхода на ГПП (или над ГПП), то в этом случае в середине траектории полета нужно выполнить корректировку курса продольной осью системы на цель и вновь проверить возможность выхода на ГПП (или над ГПП) с нового пересекающегося курса. Если и эта стратегия не даст положительного результата, то при достаточном запасе высоты необходимо попробовать войти в зону ближнего наведения с курса, параллельного линии ветра и с нее на ГПП. Если же и эта стратегия окажется неэффективной, то нужно искать другие критерии оптимальности и рассчитывать посадку в окрестности цели с заходом против ветра.

Возникает вопрос о разработке метода корректировки курса системы на цель для навигационной программы.

Алгоритм метода заключается в следующем.

1. Определить собственные координаты точки $M_{II}(x_{II}, y_{II}, z_{II})$ положения системы в пространстве относительно цели. Определить угол ψ_0 линии кратчайшего пути к цели с осью Ox относительно цели.

2. Пересчитать этот угол в связанную с системой груз – УППС (подвижную) систему координат:

– $\psi_{II} = \psi_0 - \pi$, если координата $z < 0$ (для III и IV квадрантов декартовой системы координат, связанной с целью O);

– $\psi_{II} = \psi_0 + \pi$, если координата $z > 0$ (для I и II квадрантов).

3. Определить угол ϕ , образуемый вектором \bar{V}_z с осью Ox подвижной системы координат, связанной с системой груз – УППС.

4. Определить разность $\Delta\phi = \psi_{II} - \phi$.

Если $\psi_{II} > \phi$, т.е. $\Delta\phi > 0$, то при расположении системы в любом квадранте выполняется доворот вправо, т.е. отклоняется правая стропа управления (СУ). Если $\psi_{II} < \phi$, т.е. $\Delta\phi < 0$, то при расположении системы в любом квадранте выполняется доворот влево, т.е. отклоняется левая стропа управления.

5. На этапе дальнего наведения для корректировки курса необходимо выбирать радиус разворота системы r_p немного меньше, чем $r_{p \max}$ для того, чтобы использовать минимально энергоемкий режим. На этапе ближнего наведения для корректировки курса необходимо выбирать радиус разворота системы r_p немного больше, чем $r_{p \min}$ для того, чтобы достаточно быстро выполнять разворот.

6. Определить время удержания СУ в развороте:

$$\Delta t_p = \frac{\Delta\phi \cdot r_p}{V_p} + \Delta t_1 \approx k_5 \frac{\Delta\phi \cdot r_p}{V_p},$$

где V_p – скорость в режиме разворота для заданного радиуса разворота r_p ; Δt_1 – поправка ко времени, учитывающая переходной процесс нестационарного режима в начале и конце разворота; k_5 – коэффициент, учитывающий переходной процесс для данного радиуса разворота. Определяется экспериментально.

Вывод уравнений движения системы в режиме выбора стратегии А

Стратегия А заключается в постоянной ориентации продольной оси системы (вектора горизонтальной составляющей воздушной скорости \bar{V}_z) на цель (рис. 1).

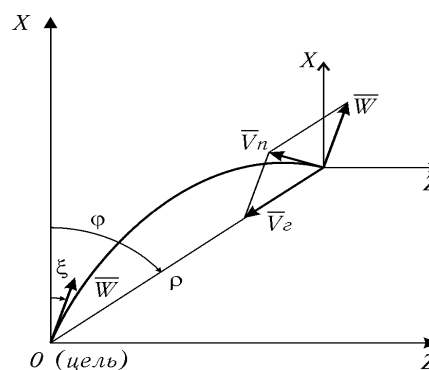


Рис. 1. Схема движения системы при реализации стратегии А

Это приводит к системе дифференциальных уравнений движения системы груз – УППС в полярной системе координат (ρ, ϕ) :

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} = -[V_z - W \cos(\phi - \xi)]; \\ \rho \frac{d\phi}{dt} = -W \sin(\phi - \xi). \end{cases}$$

Учитывая, что

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho}{d\phi} \frac{d\phi}{dt},$$

получим

$$\frac{d\rho}{d\phi} = \frac{\rho[-V_z + W \cos(\phi - \xi)]}{-W \sin(\phi - \xi)},$$

или после разделения переменных

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{[-V_z + W \cos(\phi - \xi)]d\phi}{-W \sin(\phi - \xi)}.$$

Решение данного уравнения имеет вид:

$$\rho = \frac{c \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\phi - \xi}{2} \right) \right]^{\frac{V_z}{W}}}{\sin(\phi - \xi)}, \quad (1)$$

где константа c определяется из данного решения при следующих начальных условиях:

$$\rho = \rho_0, \quad \phi = \phi_0.$$

На рис. 2 представлено частное решение уравнения – траектория движения системы груз – УППС к цели при значении константы $c = 108,727$ (т.е. при следующих начальных условиях: угол ветра $\xi = 20^\circ$; горизонтальная составляющая воздушной скорости системы $V_z = 20$ м/с; скорость ветра $W = 15$ м/с; начальное значение полярного радиуса $\rho_0 = 170$ м; начальное значение полярного угла $\phi_0 = 127^\circ$).

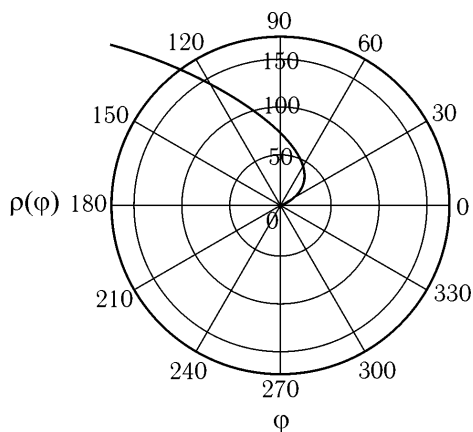


Рис. 2. Траектория движения системы при реализации стратегии A

Анализ решений показывает, что во всех случаях движения происходит выход к цели против ветра (при наличии запаса высоты), независимо от того, где находился объект в начальный момент времени. Это достаточно хорошее свойство стратегии A для осуществления мягкой посадки системы груз – УППС.

Если же выход в точку цели произошел на большой высоте, то придется перед целью, уже в плоскости ветра, рассчитывать точку момента начала затягивания обеих СУ с целью обеспечения экстренной потери высоты.

Если известна высота системы в момент начала маневра A , то можно рассчитать точку посадки на траектории с возможным недолетом до цели или перелетом через цель.

Предельное время снижения с данной высоты H (на которой система находится в данный момент времени) можно оценить по формуле:

$$t_{np} = \frac{H(\rho_0, \phi_0)}{V_y},$$

где V_y – вертикальная составляющая воздушной скорости системы.

Казалось бы, что общее время полета до цели можно получить из первого уравнения системы дифференциальных уравнений с использованием решения (1):

$$t_0 = \frac{-c}{W} \int_{\phi_0}^{\xi} \frac{\left(\operatorname{tg} \left(\frac{\phi - \xi}{2} \right) \right)^{\frac{V_z}{W}}}{\sin^2(\phi - \xi)} d\phi.$$

Однако подынтегральная функция имеет ряд точек разрыва второго рода, что делает весьма проблематичным использование последней формулы для расчета общего времени полета к цели.

Необходимо выбрать другой способ для оценки общего времени полета к цели, не обладающий недостатком, связанным с необходимостью интегрирования разрывных функций.

Можно использовать методы приближенного численного интегрирования по участкам траектории, заменяя плавную кривую траектории ломаной линией.

Тогда общее время полета t_o можно представить как сумму времен Δt_i по отдельным участкам полета ΔS_i с шагом $\Delta\phi = (\phi_{i+1} - \phi_i)$:

$$\begin{aligned} t_{01} &= \sum_i \Delta t_i = \sum_i \frac{\Delta S_i}{V_{\Pi i}} = \sum_i \frac{\sqrt{(\Delta x_i)^2 + (\Delta z_i)^2}}{V_{\Pi i}} = \\ &= \sum_i \frac{\sqrt{\rho_{i+1}^2 + \rho_i^2 - 2\rho_{i+1}\rho_i \cos(\phi_{i+1} - \phi_i)}}{\sqrt{V_2^2 + 2V_2W \cos(\phi_i - \xi) + W^2}} = \\ &= \sum_i \sqrt{\frac{\rho_{i+1}^2 + \rho_i^2 - 2\rho_{i+1}\rho_i \cos(\phi_{i+1} - \phi_i)}{V_2^2 + 2V_2W \cos(\phi_i - \xi) + W^2}}. \end{aligned}$$

Кроме того, для путевой скорости $V_{\Pi i}$ из треугольника скоростей следует, что

$$V_{\Pi i} = \sqrt{V_2^2 + 2V_2W \cos(\phi - \xi) + W^2},$$

где ρ, ϕ – полярные координаты точки траектории.

Шаг $\Delta\phi = (\phi_{i+1} - \phi_i)$ задается достаточно малым ($\approx 0,5^\circ$). Значения полярного радиуса ρ_i для каждого значения ϕ_i берутся из формулы (1).

Расчет времени t_{01} по полученной формуле начинается со значения $\phi = \phi_0$, а заканчивается углом $\phi = \xi \pm 1^\circ$. На оставшемся участке внутри интервала $\phi = \xi \pm 1^\circ$ время полета определяется по формуле

$$\Delta t_k \approx \frac{\rho_n}{(V_2 - W)},$$

где ρ_n – значение полярного радиуса в точке аргумента $\phi = \xi \pm 1^\circ$.

Таким образом, окончательно общее время полета равно $t_o \approx t_{01} + \Delta t_k$.

Далее необходимо выполнить сравнение величин t_o и t_{np} .

Если $t_{np} < t_o$, то система груз-парашют совершит посадку с недолетом до цели.

Если $t_{np} = t_o$, то система совершит посадку точно в цель.

Если $t_{np} > t_o$, то перед целью придется экстренно терять высоту, для чего необходимо будет выполнять затягивание обеих СУ на большую величину.

Разработка стратегии В

Может оказаться, что вектор ветра \bar{W} ориентирован к оси Ox под таким углом ξ , что при данном значении вектора \bar{V}_2 горизонтальной составляющей воздушной скорости нельзя получить вектор путевой скорости \bar{V}_{Π} , ориентированным строго на цель.

В связи с этим возникает задача: определить допустимое значение угла ϕ , образуемого вектором скорости \bar{V}_2 с осью Ox для заданных значений \bar{W} и ξ , при которых вектор \bar{V}_{Π} будет находиться на линии кратчайшего расстояния, соединяющей объект с целью, т.е. будет ориентирован строго на цель.

По условию данной задачи требуется, чтобы вектор \bar{V}_{Π} – диагональ параллелограмма, образованного векторами \bar{W} и \bar{V}_2 , лежал на линии кратчайшего пути OO' , соединяющей точку цели O с точкой O' местонахождения объекта.

Рассмотрим два случая, когда скорость \bar{V}_2 по модулю больше или меньше скорости ветра \bar{W} .

Случай 1. Скорость \bar{V}_2 по модулю больше скорости ветра \bar{W} .

Строим параллелограмм на векторах \bar{W} и \bar{V}_2 как на сторонах с диагональю, лежащей на линии OO' .

Алгоритм дальнейших построений заключается в следующем.

1. Определяем значение угла ориентации ϕ вектора \bar{V}_2 к оси Ox .

2. Находим координаты точки K – конца вектора путевой скорости системы груз – УППС в системе координат с центром в точке O :

$$x_K = x_{O'} + W \cos \psi \cos(\psi - \xi) + \cos \psi \sqrt{V_z^2 - W^2 \sin^2(\psi - \xi)}; \quad (2)$$

$$z_K = z_{O'} + W \sin \psi \cos(\psi - \xi) + \sin \psi \sqrt{V_z^2 - W^2 \sin^2(\psi - \xi)}. \quad (3)$$

Уравнение линии вектора скорости \bar{V}_z :

$$\frac{x}{z} = \frac{x_K - W \cos \xi}{z_K - W \sin \xi} = A, \text{ т.е. } x = Az.$$

Уравнение окружности с центром в точке мгновенного положения системы O' :

$$x^2 + y^2 = V_z^2.$$

Решая последние два уравнения, найдем координаты вершины вектора \bar{V}_z :

$$z_\phi = \pm \frac{V_z}{\sqrt{A^2 + 1}}; \quad (4)$$

$$x_\phi = \pm \frac{AV_z}{\sqrt{A^2 + 1}}.$$

Знак "+" для обеих координат берется в случае, если вектор \bar{V}_z лежит в первой или второй четвертях связанной системы координат, а знак "–" в случае, если вектор \bar{V}_z лежит в третьей или четвертой четвертях связанной системы координат.

Тогда

$$\operatorname{ctg} \phi = \frac{x_\phi}{z_\phi} = \frac{x_K - W \cos \xi}{z_K - W \sin \xi},$$

откуда угол между вектором \bar{V}_z и осью Ox :

$$\phi = \operatorname{arccctg} \left(\frac{x_K - W \cos \xi}{z_K - W \sin \xi} \right), \quad (5)$$

где x_K и z_K определяются по формулам (2) и (3).

Если пользоваться формулами (4), то нужно помнить, что главное значение тангенса лежит в интервале $\left(-\frac{\pi}{2}\right) \div \left(+\frac{\pi}{2}\right)$, а котангенса – в интервале $(0 \div \pi)$ и при превышении этих интервалов необхо-

димо добавлять π . Для формулы (5) если $z_\phi > 0$ (или $0 < \phi < \pi$), то π не добавляется, но добавляется в противном случае. Здесь углы ξ, ψ, ϕ отсчитываются по часовой стрелке в подвижной (связанной с объектом) системе координат.

Исследования показывают, что в случае, когда скорость \bar{V}_z по модулю больше скорости ветра \bar{W} , всегда существует проекция векторов \bar{V}_z и \bar{W} на линию кратчайшего пути, т.е. всегда можно построить вектор путевой скорости \bar{V}_Π , направленный к точке цели O .

Случай 2. Скорость \bar{V}_z по модулю меньше скорости ветра \bar{W} .

В этом случае возможно приведение вектора путевой скорости на линию кратчайшего пути к цели только лишь в том случае, если угол вектора ветра \bar{W} попадает внутрь интервала

$$\pm \alpha = \operatorname{arcsin} \left(\frac{V_z}{W} \right),$$

отсчитываемого в обе стороны от направления на цель. Чем больше модуль вектора ветра по сравнению с модулем горизонтальной составляющей вектора воздушной скорости, тем меньше раствор угла α .

В навигационной программе наведения системы груз – планирующий парашют на цель необходимо выполнять проверку возможности попадания вектора ветра \bar{W} внутрь интервала $\pm \alpha$.

Время полета до цели O при выборе стратегии В определяется по формуле

$$t_\Pi = \frac{OO'}{V_\Pi} = \sqrt{\frac{x_{OO'}^2 + z_{OO'}^2}{V_z^2 + W^2 + 2V_z W \cos(\phi - \xi)}}.$$

При небольших углах наклона вектора скорости ветра к линии OO' , ориентированной на цель, следует сравнивать между собой стратегии A и B , например, по критериям времени полета к цели или минимально возможного удаления в случае недолета до цели и выбирать наиболее приемлемую из них.

Заключение

1. Рассмотрены две стратегии A и B , выбор которых в ряде случаев представляется наиболее предпочтительным на участке дальнего наведения на цель системы груз – УППС.

2. Получено точное аналитическое решение для модели движения системы при выборе стратегии A . Обнаружено, что при использовании стратегии A происходит выход к цели против ветра (при наличии запаса высоты), независимо от того, где находился объект в начальный момент времени, что позволяет значительно облегчить задачу мягкой посадки системы груз – УППС.

3. Показано, что при определении времени полета до цели для бортового вычислителя нельзя использовать интеграл оценки времени, так как подынтегральная функция имеет ряд точек разрыва второго рода, что может приводить к нежелательным прерываниям и перезагрузке бортового компьютера в полете. Предложен другой способ для оценки общего времени полета к цели, не обладающий недостатком, связанным с необходимостью интегрирования разрывных функций.

4. При анализе стратегии B установлено, что в случае, когда скорость \bar{V}_2 по модулю больше скорости ветра \bar{W} , всегда существует проекция векторов \bar{V}_2 и \bar{W} на линию кратчайшего пути, т.е. всегда можно построить вектор путевой скорости \bar{V}_{II} , направленный к точке цели O . В случае, когда скорость \bar{V}_2 по модулю меньше скорости ветра \bar{W} , возможно приведение вектора путевой скорости на линию кратчайшего пути к цели только лишь тогда, когда угол вектора ветра \bar{W} попадает внутрь приведенного в работе интервала.

Чем больше модуль вектора ветра \bar{W} по сравнению с модулем горизонтальной проекции вектора

воздушной скорости \bar{V}_2 , тем меньше раствор угла α . В навигационной программе наведения системы груз – планирующий парашют на цель необходимо выполнять проверку возможности попадания вектора ветра \bar{W} внутрь интервала $\pm\alpha$.

5. Предложено сравнивать между собой стратегии A и B по различным критериям и выбирать наиболее приемлемую.

Перспективы дальнейших исследований состоят в разработке математической модели навигационной программы дальнего наведения системы груз – УППС с учетом влияния различных факторов.

Литература

1. Гимадиева Т.З. К вопросу оптимального управления планирующей парашютной системой // Динамические системы. – Симферополь: СГУ, 1998. – № 14. – С. 71 – 77.

2. Иванов П.И. Техническая справка № 16518.52-04ТС. Стратегия ближнего наведения управляемой планирующей парашютной системы на цель при минимизации управляющих воздействий. – Феодосия: НИИ АУС, 2004. – 62 с.

3. Иванов П.И. Выбор оптимальных стратегий наведения управляемой планирующей парашютной системы на цель // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 2004. – № 2 (10). – С. 49 – 53.

4. Иванов П.И. Математическая модель стратегии ближнего наведения управляемой планирующей парашютной системы на цель при попутном ветре // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». – 2004. – № 6 (14). – С. 28 – 31.

Поступила в редакцию 14.04.05

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доц. Г.С. Абрамов, Херсонский национальный технический университет, Херсон.