

УДК 656.7.052

В.П. Харченко, В.Н. Васильев

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ САМОЛЕТОВ ПРИ УПРАВЛЯЕМОМ ВОЗДУШНОМ ДВИЖЕНИИ

Выведены уравнения для оценки и прогнозирования вероятности нарушения нормы безопасного разделения самолетов, а также их столкновения с учетом стохастического характера и корреляционной зависимости во времени отклонений от заданной траектории управляемого полета. Для конкретных условий полета и развития конфликтной ситуации определены коэффициенты уравнения, необходимые для численного решения задачи.

вероятность конфликта, риск столкновения, управление воздушным движением

Введение

Основные показатели безопасности воздушного движения связаны с оценкой возможных столкновений самолетов. Чрезвычайно важное значение имеет заблаговременное выявление развития конфликтных ситуаций. Конфликт определяется как прогнозируемое сближение самолетов в пространстве и во времени, при котором нарушаются установленные минимумы разделения самолетов.

Несмотря на наличие большого количества методов и алгоритмов выявления и оценки конфликтов, острой продолжает оставаться проблема выбора критерия безопасности, мер оценки и классификации конфликтных ситуаций, способов их устранения, а также практической реализации методов как в бортовых системах, так и в системах управления воздушным движением (УВД).

Актуальность проблемы возрастает в связи с перспективой перехода на новые концепции организации воздушного движения (например, “Free Flight” [1]), которые дают экипажам более свободный выбор траектории полета, а это неминуемо потребует введения новых норм, технологий,

процедур и критериев принятия решений.

В настоящее время активно исследуется возможность перехода от централизованного к децентрализованному УВД, при котором происходит смещение традиционного УВД в сторону кооперативного УВД [2]. Новые качества кооперативной системы УВД дают возможность развивать методы выявления и разрешения конфликтных ситуаций, основанные на доступности информации о намерениях участников воздушного движения, использовании план полета как основу для прогнозирования траекторий, выявления конфликтов и оценки вероятности столкновений самолетов с учетом управляемости процесса полета.

Методы оценки конфликтов

В общем случае процесс полета рассматривается как стохастический из-за наличия большого числа факторов случайного характера, которые влияют на движение самолета.

Считается [3], что вероятностные методы оценки конфликтов в сравнении с геометрическими методами более совершенные и перспективные. Они позволяют учитывать вероятностные характеристики процесса движения и в то же время учитывать фактор управляемости и особенности используемых методов навигации.

Из известных вероятностных методов выявления и оценки конфликтов можно выделить метод оценки вероятности конфликта, предложенный в работе [4], и метод оценки риска столкновений [5]. Первый метод [4] предназначен для среднесрочного прогнозирования потенциально конфликтных ситуаций на время до 15 – 20 мин. Метод дает аналитическое выражение для оценки вероятности конфликта двух самолетов, он базируется на известной априорной информации о дисперсии отклонения самолета от плановой траектории полета в продольном, боковом и вертикальном направлениях движения. Принимается, что эти отклонения независимы и подчиняются нормальному закону распределения. Геометрически конфликт определяется как вероятностная мера пересечения областей неопределенности прогнозируемых положений двух самолетов.

Второй метод [5] имеет преимущества при краткосрочном прогнозировании конфликтов на время до 5 – 10 мин и основан на понятии риска столкновений. Процесс разделения самолетов рассматривается как случайный процесс с известными статистическими характеристиками положения и скорости, описываемый стохастическим дифференциальным уравнением. Теоретически вероятность столкновения определяется как вероятность первого пересечения этого процесса с запретной областью, размеры которой соизмеримы с размерами самолетов, однако, поскольку точное математическое решение является чрезвычайно сложной задачей, в методе применяется ряд упрощений. Допускается возможность многократного вторжения в запретную область, и определяется функция интенсивности пересечения области, а затем вероятность пересечения. В результате определяется не вероятность столкновения, а риск столкновения, который является верхней границей для вероятности столкновений.

В данной работе рассматривается стохастический подход к решению задачи оценки потенциально конфликтных ситуаций. Выведены обобщенные уравнения для оценки и прогнозирования вероятности нарушения нормы безопасного разделения самолетов, а также их столкновения с учетом стохастического характера и корреляционной зависимости во времени отклонений от заданной траектории управляемого полета. Для конкретных условий полета и развития конфликтной ситуации определяются коэффициенты уравнения, необходимые для численного решения задачи.

Постановка задачи

Принимается, что относительное положение двух самолетов $\vec{r}(t)$ при $\vec{r}(t) \in \mathfrak{R}^n$ представляет собой случайный процесс, который может быть получен в результате непрерывного отображения объединенного вектора состояний для пары самолетов $\vec{X}'(t) = [\vec{X}_1(t)^T \vec{X}_2(t)^T]^T \in \mathfrak{R}^N$ ($n < N$) из \mathfrak{R}^N в \mathfrak{R}^n оператором \mathfrak{S} :

$$\vec{r}(t) = \mathfrak{S}\vec{X}'(t), \quad (1)$$

где $\vec{X}_j(t)$ – вектор состояний для j -го самолета в локальной (частной) системе координат.

Обозначим область конфликта K в общей системе координат

$$K = \left\{ \vec{X} \in \mathfrak{R}^N : \|\vec{r}\| \leq d \right\}, \quad (3)$$

где \vec{X} – объединенный вектор состояний, преобразованный в общую систему координат; d – заданная норма безопасного разделения самолетов.

Задача заключается в определении вероятности нарушения нормы безопасного разделения самолетов на заданном интервале времени $[0, T]$ с учетом (1):

$$P_c = P \left\{ \exists t \in [0, T] : \|\vec{r}(t)\| \leq d \right\}. \quad (4)$$

Если значение d определяется физическими размерами самолетов, то выполнение условия (4) означает столкновение самолетов. Считаем, что в начальный момент времени $t = 0$ обеспечивается безопасное разделение самолетов, т.е. $\|\vec{r}(0)\| = \|\vec{r}_0\| > d$.

Стохастический характер процесса разделения самолетов обусловлен случайными отклонениями каждого самолета от заданной траектории полета. Принимается, что текущий план полета самолетов на заданном интервале прогнозирования известен.

Для вывода математической модели отклонений от заданной траектории полета используем случайный процесс Орнштейна-Уленбека [6]. Выбор этого процесса обосновывается сочетанием ряда его свойств. Стационарный процесс Орнштейна-Уленбека является марковским, гауссовским и имеет непрерывные траектории. Эти свойства наиболее адекватны реальному управляемому установившемуся движению самолета при воздействии на него случайных возмущающих факторов.

Особенность управляемого полета состоит в том, что при полете по заданному маршруту управление заключается в стабилизации заданного, как правило, нулевого отклонения от линии заданного пути, в стабилизации заданной воздушной скорости и высоты полета. Учитывая это, будем описывать случайным процессом Орнштейна-Уленбека в боковом движении – отклонение от линии заданного пути, а в продольном – отклонение от заданной скорости. При стабилизации заданной высоты полета модель

отклонения в вертикальном направлении аналогична модели бокового движения.

Таким образом, в локальной системе координат xOy , ось Ox которой направлена вдоль линии заданного пути, отклонение $y(t)$ от линии заданного пути описывается случайным процессом Орнштейна-Уленбека

$$dy = -\alpha_y y dt + \sigma_y dW_y, \quad (5)$$

где $y(0)$ – задается по результатам системы наблюдения, $\alpha_y > 0$, $\sigma_y > 0$, $W_y(t)$ – стандартный винеровский процесс.

Для продольной координаты x отклонение описывается уравнением

$$dx = v_0 dt + u_x dt \text{ при } x(0) = 0, \quad (6)$$

где v_0 – заданная скорость полета, u_x – отклонение от заданной скорости, которое описывается процессом Орнштейна-Уленбека

$$du_x = -\alpha_x u_x dt + \sigma_x dW_x, \quad (7)$$

где $u_x(0)$ – задается, $\alpha_x > 0$, $\sigma_x > 0$, $W_x(t)$ – стандартный винеровский процесс.

Описание процесса разделения самолетов

Рассмотрим полет самолетов на одном высотном эшелоне. Для каждого самолета введем вектор состояний

$$\vec{z}(t) = [x(t) \quad y(t) \quad u_x(t)]^T \quad (8)$$

и на основании (5)–(7) запишем уравнение процесса отклонений от заданных параметров траектории полета

$$d\vec{z}(t) = \begin{bmatrix} v_0 + u_x \\ -\alpha_y y \\ -\alpha_x u_x \end{bmatrix} dt + \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_y dW_y \\ \sigma_{xy} dW_x \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Процесс (9) является диффузионным. Запишем его в виде

$$d\vec{z} = \left[v_0 \vec{e} + \Lambda \begin{bmatrix} y \\ u_x \end{bmatrix} dt \right] + S d\vec{W}, \quad (10)$$

где $\vec{e}^T = [1, 0, 0]$; $\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_y & 0 \\ 0 & -\alpha_x \end{bmatrix}$; $\vec{W} = \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \end{bmatrix}$; $S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y \\ \sigma_x & 0 \end{bmatrix}$.

Рассмотрим взаимное положение самолетов в общей системе координат xOy . При этом движение j -го самолета описывается в локальной системе координат $x_jO_jy_j$. Введем единичные векторы \vec{e}_1, \vec{e}_2 для первого самолета и единичные векторы \vec{f}_1, \vec{f}_2 – для второго, как показано на рис. 1.

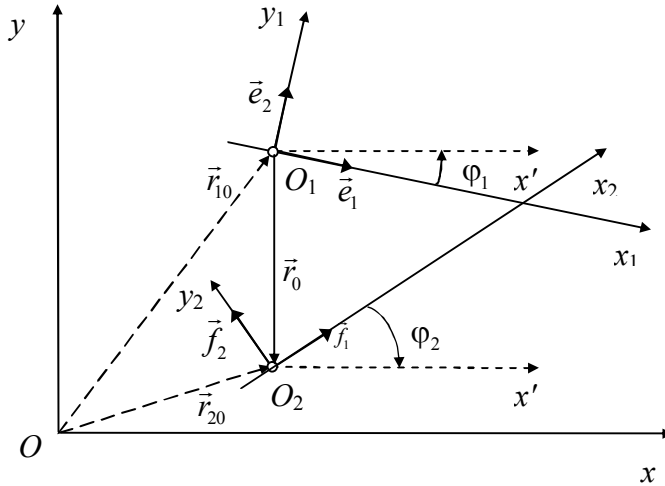


Рис. 1. Взаимное положение самолетов

Пусть в общей системе координат xOy : \vec{r}_{10} – вектор, соответствующий точке O_1 начального положения первого самолета, а \vec{r}_{20} – вектор, соответствующий точке O_2 второго самолета. Тогда вектор относительного положения самолетов в определенный момент времени t записывается как

$$\vec{r}(t) = (\vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}) + x_2(t)\vec{f}_1 + y_2(t)\vec{f}_2 - x_1(t)\vec{e}_1 - y_1(t)\vec{e}_2, \quad (11)$$

при этом для начального момента времени $\vec{r}(0) = \vec{r}_0 = \vec{r}_{20} - \vec{r}_{10}$.

Для базисных векторов имеем представление в общей системе координат:

$$\vec{e}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{bmatrix}, \quad \vec{e}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 \end{bmatrix}, \quad \vec{f}_1 = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{f}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Тогда для вектора $\vec{r}(t)$ (11) получим

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \begin{bmatrix} -U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ x_2(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где $U_j = \begin{bmatrix} \cos \varphi_j & -\sin \varphi_j \\ \sin \varphi_j & \cos \varphi_j \end{bmatrix}$ – ортогональная матрица поворота на угол φ_1

и φ_2 соответственно ($j = 1, 2$).

Преобразуем вектор состояний $\vec{z}(t)$ (8) каждого самолета из локальной системы координат в общую систему xOy (далее индекс j опущен для упрощения записи):

$$\vec{R}(t) = \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{z}(t) = \begin{bmatrix} U \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \\ u_x(t) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

тогда из (10) имеем

$$d\vec{R}(t) = \left(v_0 \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{e} + \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Lambda \begin{bmatrix} y \\ u_x \end{bmatrix} \right) dt + \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} Sd\vec{W}. \quad (15)$$

Далее обозначим и преобразуем:

$$\vec{h} = v_0 \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{e} = v_0 \begin{bmatrix} U \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Введем оператор проектирования P_{23} трехмерного вектора на подпространство вторых и третьих координат, который действует на вектор $\vec{z}(t)$ так, что $P_{23}\vec{z} = [y \ u_x]^T$.

Тогда

$$\begin{bmatrix} y \\ u_x \end{bmatrix} = P_{23} \begin{bmatrix} U^T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{z} = P_{23} \begin{bmatrix} U^T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{R}.$$

В результате уравнение (15) запишется в виде

$$d\vec{R} = (\vec{h} + M\vec{R})dt + \Sigma d\vec{W}. \quad (17)$$

Здесь \vec{h} из (16), $M = \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Lambda P_{23} \begin{bmatrix} U^T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\Sigma = \begin{bmatrix} U & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} S$.

Определим окончательно составляющие уравнения (17), помня об условии (12):

$$\vec{h} = v_0 \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix}; \quad M = \begin{bmatrix} -\alpha_y \sin^2 \varphi & \alpha_y \sin \varphi \cos \varphi & \cos \varphi \\ \alpha_y \sin \varphi \cos \varphi & -\alpha_y \cos^2 \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\alpha_x \end{bmatrix};$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_y \sin \varphi \\ 0 & \sigma_y \cos \varphi \\ \sigma_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Введем оператор $P_{12} : \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^2$ – оператор проектирования на подпространство первых двух координат. Тогда вектор $\vec{r}(t)$ (13) запишется как

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + P_{12}(\vec{R}_2(t) - \vec{R}_1(t)). \quad (18)$$

Здесь $\vec{R}_j(t)$, $j = 1, 2$ – процесс типа (14) для j -го самолета, причем

$$\vec{R}_j(0) = \begin{bmatrix} U^j \begin{bmatrix} 0 \\ y_j(0) \\ u_{xj}(0) \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_j y_j(0) \\ \cos \varphi_j y_j(0) \\ u_{xj}(0) \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2. \quad (19)$$

Рассмотрим объединенный вектор, включающий процессы $\vec{R}_j(t)$, $j = 1, 2$:

$$\vec{X}(t) = \begin{bmatrix} \vec{R}_1(t) \\ \vec{R}_2(t) \end{bmatrix} \text{ при } \vec{X}(0) = \begin{bmatrix} \vec{R}_1(0) \\ \vec{R}_2(0) \end{bmatrix}, \text{ где } \vec{R}_j(0) \text{ задано в (19).}$$

На основании (17) запишем уравнение, описывающее процесс $\vec{X}(t)$:

$$d\vec{X} = \begin{bmatrix} \vec{h}_1 + M_1 \vec{R}_1 \\ \vec{h}_2 + M_2 \vec{R}_2 \end{bmatrix} dt + \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} d \begin{bmatrix} W_{y1} \\ W_{x1} \\ W_{y2} \\ W_{x2} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Определение дифференциального оператора диффузионного процесса

Для практического решения поставленной задачи определим структуру и коэффициенты инфинитезимального оператора A соответствующего диффузионного процесса [7]. Диффузия для стохастического процесса $\vec{X}(t)$ (20) определяется как

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \Sigma_1 \Sigma_1^T & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \Sigma_2^T \end{bmatrix},$$

где

$$\Sigma \Sigma^T = \begin{bmatrix} \sigma_y^2 \sin^2 \varphi & -\sigma_y^2 \sin \varphi \cos \varphi & 0 \\ -\sigma_y^2 \sin \varphi \cos \varphi & \sigma_y^2 \cos^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x^2 \end{bmatrix}.$$

Определим коэффициент $(\vec{h} + M\vec{R})$ процесса (20):

$$\vec{h} + M\vec{R} = \begin{bmatrix} v_0 \cos \varphi - \alpha_y \sin^2 \varphi r_1 + \alpha_y \sin \varphi \cos \varphi r_2 + \cos \varphi r_3 \\ v_0 \sin \varphi + \alpha_y \sin \varphi \cos \varphi r_1 - \alpha_y \cos^2 \varphi r_2 + \sin \varphi r_3 \\ -\alpha_x r_3 \end{bmatrix},$$

где $\vec{R} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}$.

Тогда для $g = g(t, r_{11}, r_{21}, r_{31}, r_{12}, r_{22}, r_{32})$, $\vec{R}_j = [r_{1j} \ r_{2j} \ r_{3j}]^T$, $j = 1, 2$, имеем

$$\begin{aligned} Ag = & \sum_{j=1}^2 \left[\left(v_{0j} \cos \varphi_j - \alpha_{yj} \sin^2 \varphi_j r_{1j} + \alpha_{yj} \sin \varphi_j \cos \varphi_j r_{2j} + \cos \varphi_j r_{3j} \right) \frac{\partial g}{\partial r_{1j}} + \right. \\ & \left. + \left(v_{0j} \sin \varphi_j + \alpha_{yj} \sin \varphi_j \cos \varphi_j r_{1j} - \alpha_{yj} \cos^2 \varphi_j r_{2j} + \sin \varphi_j r_{3j} \right) \frac{\partial g}{\partial r_{2j}} - \alpha_{xj} r_{3j} \right] \frac{\partial g}{\partial r_{3j}} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left[\sigma_{yj}^2 \sin^2 \varphi_j \frac{\partial^2 g}{\partial r_{1j}^2} - 2\sigma_{yj}^2 \sin \varphi_j \cos \varphi_j \frac{\partial^2 g}{\partial r_{1j} \partial r_{2j}} + \sigma_{xj}^2 \frac{\partial^2 g}{\partial r_{3j}^2} \right]. \end{aligned}$$

Оценка вероятности конфликта (столкновения)

Обозначим через q вероятность конфликта на временном отрезке $[0, T]$:

$$q = P\{\text{существует } t \in [0, T] : \|\vec{r}(t)\| \leq d\}.$$

Введем функцию условной вероятности

$$q(t, \vec{X}) = P\{\text{существует } \tau \in [t, T] : \|\vec{r}(\tau)\| \leq d \mid \vec{X}(t) = \vec{X}\}.$$

Тогда искомая вероятность

$$q = q(0, \vec{X}(0)) = q(0, \vec{R}_1(0), \vec{R}_2(0)).$$

Согласно (3), (18) конфликт наступает при попадании $\vec{X}(t)$ в область

$$K = \left\{ \vec{X} \in \mathfrak{R}^6 : \|\vec{r}_0 + P_{12}(\vec{R}_2 - \vec{R}_1)\| \leq d \right\},$$

где $\vec{X} = \begin{bmatrix} \vec{R}_1 \\ \vec{R}_2 \end{bmatrix}$, при этом считаем, что $\vec{X}(0) \notin K$.

Согласно Л. Понтрягину [8], вероятность $q(t, \vec{X})$ выхода диффузионного процесса (20) за пределы области

$$K^c = \mathfrak{R}^6 \setminus K = \left\{ \vec{X} \in \mathfrak{R}^6 : \|\vec{r}_0 + P_{12}(\vec{R}_2 - \vec{R}_1)\| > d \right\}$$

удовлетворяет уравнению параболического типа

$$-\frac{\partial q(t, \cdot)}{\partial t} = \mathbf{A}q(t, \cdot), \quad t \in [0, T), \quad \vec{X} \in K^c,$$

с краевыми условиями:

$$q(t, \vec{X}) = 1;$$

$$\vec{X} \in \partial K = \left\{ \vec{X} \in \mathfrak{R}^6 : \|\vec{r}_0 + P_{12}(\vec{R}_2 - \vec{R}_1)\| = d \right\}, \quad t \in [0, T)$$

и условием в конце временного интервала

$$q(T, \vec{X}) = 0, \quad \vec{X} \in K^c.$$

Чтобы записать уравнение в более привычном виде, обозначим

$$f(t, \vec{X}) = q(T - t, \vec{X}) = \\ = P\left\{\text{существует } \tau \in [T - t, T] : \|\vec{r}(\tau)\| \leq d \mid \vec{X}(T - t) = \vec{X}\right\}.$$

Тогда:

$$\frac{\partial q(t, \cdot)}{\partial t} = - \frac{\partial q(u, \cdot)}{\partial t} \Big|_{u=T-t};$$

$$Af(t, \cdot) = Aq(T - t, \cdot).$$

Поэтому для функции $f(t, \vec{X})$ будем иметь:

$$\frac{\partial f(t, \cdot)}{\partial t} = Af(t, \cdot), \quad t \in (0, T], \quad \vec{X} \in K^c,$$

$$f(t, \vec{X}) = 1, \quad \vec{X} \in \partial K, \quad t \in (0, T]$$

$$f(T, \vec{X}) = 0, \quad \vec{X} \in K^c.$$

Функция f задана и непрерывна на множестве

$$D = \{(t, T) : t \in (0, T], X' \in K^c \cup \partial K, \text{ или } t = 0, X' \in K^c\}.$$

Искомая вероятность столкновения q на интервале $[0, T]$ равна

$$q = f(T, \vec{X}_0), \quad \vec{X}_0 = \vec{X}(0) \in K^c.$$

Заключение

Рассмотрен вероятностный подход к решению задачи оценки потенциально конфликтных ситуаций при полете самолетов с учетом свободного, но согласованного с системой УВД, выбора маршрута полета, при условии управляемости относительно запланированных траекторий полета. Задача прогнозирования вероятности конфликта (столкновения) формулируется с учетом стохастического характера возмущений, приводящих к отклонению самолетов от заданных траекторий полета, и корреляционных зависимостей во времени, в общем случае многомерного процесса отклонения в трехмерном пространстве с учетом особенностей процесса управ-

ляемого полета самолета. Исследуется конфликт при полете самолетов на одном эшелоне. При этом отклонение от линии заданного пути и отклонение от заданной скорости полета описываются случайными процессами Орнштейна-Уленбека. В результате получено обобщенное уравнение для оценки вероятности конфликта (столкновения), а также определены все коэффициенты, входящие в уравнение и необходимые для численного решения задачи.

Дальнейшие исследования направлены на численное решение задачи, статистическое моделирование различных ситуаций и оценку показателей метода.

Литература

1. RTCA: Report of the RTCA Board of Directors Select Committee on Free Flight, Jan. 18, 1995: RTCA, Washington DC.

2. Hoffman E., Nicolaon J.-P., Zeghal K. Transfer of Separation Responsibilities to Aircraft: The Freer-Flight Evolutionary Air-ground Co-operative ATM Concepts // EUROCONTROL Skyway, Spring issue. – 1999. – 4 (13). – [Электр. ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eurocontrol.fr/projects/cospace/archive/skyway.html>.

3. Bakker G.J., Kremer H.J., Blom H.A.P. Geometric and probabilistic approaches towards conflict prediction // 3rd USA/Europe Air Traffic Management R&D Seminar, Napoli, 13 – 16 June 2000. – [Электр. ресурс]. – Режим доступа:– <http://atm-seminar-2000.eurocontrol.fr/acceptedpapers/pdf/paper60.pdf>.

4. Paielli R.A, Erzberger H. Conflict Probability Estimation for Free Flight // Journal of Guidance, Control and Dynamics. – 1997. – 20 (3). – P. 588 – 596.

5. Blom H.A.P., Bakker G.J., Blanker P.J.G., Daams J., Everdij M.H.C., Klompstra M.B. Accident Risk Assessment for Advanced ATM // Air Transportation Systems Engineering, G.L. Donohue and A.G. Zellweger (Eds.), AIAA. – 2001. – P. 463 – 480.

6. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Шуренков В.М. Случайные процессы. Справочник. – К.: Наук. думка, 1983. – 366 с.

7. Дынкин Е.Б. Марковские процессы. – М.: Физматгиз, 1963.

8. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М.: Сов. радио, 1977. – 488 с.

Поступила в редакцию 06.04.2005