УДК 629.391

В.В. БАРАННИК[1], С.В. КАРПЕНКО[2]

[1] ***Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Украина***
[2] ***Национальный авиационный университет, Украина***

РЕКУРРЕНТНОЕ ТРЕХМЕРНОЕ ПОЛИАДИЧЕСКОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ В НАПРАВЛЕНИИ, НАЧИНАЯ С МЛАДШИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Излагается восстановление данных на основе рекуррентного трехмерного полиадического декодирования. Проводится оценка времени восстановления данных.

трехмерное полиадическое декодирование, рекуррентное восстановление

Введение

Восстановление информации необходимо для ее анализа и принятия решения, что особенно важно в авиационных системах [1]. Для этого требуется обеспечить взаимооднозначное восстановление в реальном времени. Значит, разработка процессов декодирования, позволяющих дополнительно снизить время обработки без внесения погрешностей, является актуальным научным направлением [2].

Формулирование проблемы. В работах [3, 4] разработано рекуррентное поэлементное восстановление полиадических чисел. Однако такое восстановление имеет недостаток, заключающийся в том, что формирование кода-номера проводится с учетом того, что первый элемент трехмерного полиадического числа (ТПЧ) является старшим элементом. В то же время по условию взаимооднозначного восстановления требуется на приемной стороне сохранить направление обхода элементов трехмерной структуры данных (ТСД) на возможность присвоения им общего кода-номера. Значит, просмотр ТСД будет проводиться, начиная с первого элемента. Однако, восстановить первый элемент можно только в случае полного завершения отбора элементов ТСД.

Поэтому **цель статьи** состоит в разработке восстановления элементов трехмерного полиадического числа за один проход для снижения времени обработки.

Разработка рекуррентного трехмерного полиадического восстановления

Организация однопроходного декодирования состоит в обеспечении возможности восстанавливать элемент ТПЧ по известному на данный момент значению накопленного произведения. Для этого требуется на передающей стороне формировать код-номер $N^{(\nu)}$ с учетом того, что первый элемент является младшим. Тогда появляется возможность восстанавливать текущий элемент на основе накопленного на данный момент произведения оснований предыдущих допустимых элементов ТПЧ. В случае получения элементов ТПЧ, начиная с младшего элемента с координатами $(1;1;1)$, процесс восстановления состоит в следующем.

1. Для перового элемента ТСД проводится проверка на его принадлежность трехмерному полиадическому числу. Если он является допустимым, то организуется восстановление текущего элемента a_{111}. Чтобы получить выражение, позволяющее восстановить младший элемент ТПЧ, рассмотрим соотношение для значения кода-номера $N^{(\nu)}$ [3, 4]:

$$N^{(\nu)} = a_{111} + \sum_{j=1}^{n_{стб}} \sum_{i=1}^{n_{стр}} \sum_{z=2}^{n_c} a_{jiz} \prod_{\gamma=1}^{z-1} \psi_{ji\gamma} \times$$

$$\times \prod_{k=1}^{i-1} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{jk\gamma} \prod_{\eta=1}^{j-1} \prod_{k=1}^{n_{стр}} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{\eta k\gamma}\ ; \qquad (1)$$

Перепишем формулу (1) относительно a_{111}:

$$a_{111} = N^{(\nu)} - \sum_{j=1}^{n_{стб}} \sum_{i=1}^{n_{стр}} \sum_{z=2}^{n_c} a_{jiz} \prod_{\gamma=1}^{z-1} \psi_{ji\gamma} \times$$

$$\times \prod_{k=1}^{i-1`} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{jk\gamma} \prod_{\eta=1}^{j-1} \prod_{k=1}^{n_{стр}} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{\eta k\gamma} \,. \qquad (2)$$

Поскольку вычитаемая величина в правой части выражения (2) равна

$$\sum_{j=1}^{n_{стб}} \sum_{i=1}^{n_{стр}} \sum_{z=2}^{n_c} a_{jiz} \prod_{\gamma=1}^{z-1} \psi_{ji\gamma} \times$$

$$\times \prod_{k=1}^{i-1`} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{jk\gamma} \prod_{\eta=1}^{j-1} \prod_{k=1}^{n_{стр}} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{\eta k\gamma} = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{111}\,\omega_{111}} \right] \psi_{111} \,,$$

то искомая формула примет вид

$$a_{111} = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\omega_{111}} \right] - \left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{111}\,\omega_{111}} \right] \psi_{111} \,;$$

2. Восстановление a_{jiz} по аналогии с получением элемента a_{111} проводится по формулам:

$$a_{jiz} = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\omega_{jiz}} \right] - \left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{jiz}\,\omega_{jiz}} \right] \psi_{jiz} \,; \qquad (3)$$

$$\omega_{jiz} = \prod_{\gamma=1}^{z-1} \psi_{ji\gamma} \prod_{k=1}^{i-1`} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{jk\gamma} \prod_{\eta=1}^{j-1} \prod_{k=1}^{n_{стр}} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{\eta k\gamma} \,; \qquad (4)$$

$$\prod_{\gamma=1}^{0} \psi_{ji\gamma} = 1 \,; \quad \prod_{k=1}^{0`} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{jk\gamma} = 1 \,; \quad \prod_{\eta=1}^{0} \prod_{k=1}^{n_{cmp}} \prod_{\gamma=1}^{n_c} \psi_{\eta k\gamma} = 1 \,,$$

где ω_{jiz} – весовой коэффициент элемента a_{jiz}.

Из анализа выражений (3) и (4) видно, что восстановление элементов трехмерного полиадического числа проводится за один проход. По мере того, как добавляется очередной элемент, сразу проводится его восстановление. Для выполнения соотношения (3) на каждом шаге восстановления требуется хранить в памяти только три значения: $N^{(\nu)}$, $\omega_{j,i,z}$ и ψ_{jiz}. Недостатком такой обработки является необходимость выполнять на каждом шаге обработки две операции деления и округления. Однако, существует возможность уменьшить количество операций деления за счет организации рекуррентного восстановления. Для этого в выражении (3) введем обозначения $U_{j,i,z-1}$ и $U_{j,i,z}$:

$$U_{j,i,z-1} = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\omega_{jiz}} \right]; \quad U_{jiz} = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{jiz}\,\omega_{jiz}} \right]. \quad (5)$$

Согласно выражениям (5) формула (3) примет вид

$$a_{jiz} = U_{j,i,z-1} - U_{j,i,z}\,\psi_{jiz} \,; \qquad (6)$$

$$U_{1,1,0} = 1 \,; \quad U_{1,1,1} = \psi_{111} \,.$$

Поскольку весовой коэффициент $\omega_{j,i,z}$ равен произведению $\psi_{j,i,z-1}\,\omega_{j,i,z-1}$, то величина $U_{j,i,z-1}$ вычисляется по формуле

$$U_{j,i,z-1} = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\omega_{jiz}} \right] = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{j,i,z-1}\,\omega_{j,i,z-1}} \right].$$

Анализ последней формулы показывает, что $U_{j,i,z-1}$ зависит от величин, известных на $(j,i,z-1)$-м шаге обработки. Поэтому величина $U_{j,i,z-1}$ и значение кода-номера $N^{(\nu)}$ являются на jiz-м шаге восстановления известными. В этом случае суммарное количество операций $\mu_{d_1}^{(r_\nu)}$ для ***рекуррентного восстановления*** r_ν элементов ТПЧ ***в направлении, начиная с младших элементов***, равно:

$$\mu_{d_1}^{(r_\nu)} = 2r_\nu \text{ (оп. умножения)} + r_\nu \text{ (оп. деления)} +$$
$$r_\nu \text{ (оп. округления)} + r_\nu \text{ (оп. вычитания)} + \qquad (7)$$
$$r_\nu \text{ (оп. сравнения)}.$$

Значит, предложенное рекуррентное восстановление позволяет сократить в два раза количество операций деления и округления. Но при этом для такого варианта восстановления на каждом jiz-м шаге необходимо хранить в памяти значения четырех величин: $N^{(\nu)}$, $U_{j,i,z-1}$, $\psi_{jiz}\,\omega_{jiz}$ и ψ_{jiz}, т.е. на одно значение больше, чем в предыдущем случае. Таким значением является величина $U_{j,i,z-1}$.

В то же время анализ выражения (5) показывает, что величины $U_{j,i,z-1}$ и $N^{(\nu)}$ являются прямопропорциональными. Значит, их можно заменить одной величиной. В качестве такого параметра предлагается использовать остаточное значение $N_{jiz}^{(\nu)}$ исходного кода-номера $N^{(\nu)}$ на jiz - шаге обработки. Остаточное значение кода-номера $N^{(\nu)}$ на jiz - шаге образуется по формуле

$$N_{jiz}^{(\nu)} = \left[\frac{N_{j,i,z-1}^{(\nu)}}{\psi_{j,i,z-1}}\right] = \left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{j,i,z-1}\,\omega_{j,i,z-1}}\right]. \quad (8)$$

С учетом формирования кода-номера для полиадического числа в направлении, начиная с младших элементов, величина $N_{jiz}^{(\nu)}$ на основе формулы (1) будет равна

$$N_{jiz}^{(\nu)} = \left[\frac{N_{j,i,z-1}^{(\nu)}}{\psi_{j,i,z-1}}\right] = a_{jiz} + \sum_{\gamma=z+1}^{n_c} a_{ji\gamma}\prod_{\varphi=z}^{\gamma-1}\psi_{ji\varphi} +$$

$$+\sum_{k=i+1}^{n_{стр}}\sum_{\gamma=1}^{n_c} a_{jk\gamma}\prod_{\varphi=z}^{n_c}\psi_{ji\varphi}\prod_{\beta=i+1}^{k`}\prod_{\varphi=1}^{\gamma-1}\psi_{j\beta\varphi} +$$

$$+\sum_{\eta=j+1}^{n_{стб}}\sum_{k=1}^{n_{стр}}\sum_{\gamma=1}^{n_c} a_{\eta k\gamma}\times \quad (9)$$

$$\times\prod_{\varphi=z}^{n_c}\psi_{ji\varphi}\prod_{\beta=i+1}^{n_{стр}`}\prod_{\varphi=1}^{n_c}\psi_{j\beta\varphi}\prod_{\alpha=j+1}^{\eta}\prod_{\beta=1}^{k}\prod_{\varphi=1}^{\gamma-1}\psi_{\alpha\beta\varphi}\,.$$

Согласно выражению (9) остаточное значение кода-номера $N_{jiz}^{(\nu)}$ на каждом шаге декодирования можно разбить на две составляющие. Первая составляющая содержит элемент a_{jiz}, а вторая – содержит сомножитель, кратный значению основания jiz-го элемента ψ_{jiz}. Кроме того, с учетом формул (5) и (8), получим $U_{j,i,z-1} = N_{jiz}^{(\nu)}$. Выразим теперь величину U_{jiz} через $N_{jiz}^{(\nu)}$:

$$U_{jiz} = \left[\frac{N_{jiz}^{(\nu)}}{\psi_{jiz}}\right] = a_{j,i,z+1} + \sum_{\gamma=z+2}^{n_c} a_{ji\gamma}\prod_{\varphi=z+1}^{\gamma-1}\psi_{ji\varphi} +$$

$$+\sum_{k=i+1}^{n_{стр}}\sum_{\gamma=1}^{n_c} a_{jk\gamma}\prod_{\varphi=z+1}^{n_c}\psi_{ji\varphi}\prod_{\beta=i+1}^{k`}\prod_{\varphi=1}^{\gamma-1}\psi_{j\beta\varphi} +$$

$$+\sum_{\eta=j+1}^{n_{стб}}\sum_{k=1}^{n_{стр}}\sum_{\gamma=1}^{n_c} a_{\eta k\gamma}\times \quad (10)$$

$$\times\prod_{\varphi=z+1}^{n_c}\psi_{ji\varphi}\prod_{\beta=i+1}^{n_{стр}`}\prod_{\varphi=1}^{n_c}\psi_{j\beta\varphi}\prod_{\alpha=j+1}^{\eta}\prod_{\beta=1}^{k}\prod_{\varphi=1}^{\gamma-1}\psi_{\alpha\beta\varphi}\,.$$

Сравнив выражения (5) и (10), получим, что

$$\left[\frac{N^{(\nu)}}{\psi_{jiz}\,\omega_{jiz}}\right] = \left[\frac{[N^{(\nu)}/\omega_{jiz}]}{\psi_{jiz}}\right] = \left[\frac{U_{j,i,z-1}}{\psi_{jiz}}\right].$$

В этом случае выражение (3) примет вид

$$a_{jiz} = U_{j,i,z-1} - \left[\frac{U_{j,i,z-1}}{\psi_{jiz}}\right]\psi_{jiz}\,. \quad (11)$$

Анализ полученного выражения показывает, что для восстановления элемента a_{jiz} необходимо выполнить такое же количество операций, как на основе выражения (6), но требуется хранить три величины $U_{j,i,z-1}$, ψ_{jiz} и $\psi_{jiz}\,\omega_{jiz}$, т.е. на одну величину меньше. Согласно формулы (7) максимальное суммарное количество операций $\mu_{d_2}^{(\max)}$ на восстановление $n_{стб}\,n_{стр}\,n_c$ элементов трехмерной структуры данных равно

$$\begin{aligned}\mu_{d_2}^{(\max)} = {} & 2\,n_{стб}\,n_{стр}\,n_c \text{ (оп. умножения)} + \\ & + n_{стб}\,n_{стр}\,n_c \text{ (оп. деления)} + \\ & + n_{стб}\,n_{стр}\,n_c \text{ (оп. округления)} + \\ & + n_{стб}\,n_{стр}\,n_c \text{ (оп. вычитания)} + \\ & + n_{стб}\,n_{стр}\,n_c \text{ (оп. сравнения)}.\end{aligned} \quad (12)$$

Время восстановления $T_{d_2}^{(\max)}$ кадра изображения с размерами $Z_{стр}\times Z_{стб}$ равно:

$$T_{d_2}^{(\max)} = Z_{стр}\times Z_{стб}\; t_{d_2}^{(\max)}\big/ n^3\,, \quad (13)$$

где $t_{d_2}^{(\max)}$ – временные затраты на восстановление трехмерной структуры данных.

Зависимость величины $T_{d_2}^{(\max)}$ от n для $U_{мп} = 10^{-10}$ (м.о./с), полученная на основе соотношений (12) и (13), приведена в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость времени $T_{d_2}^{(\max)}$ от размера кадра и объема ТСД

Размер кадра	Объем ТСД	$T_{d_2}^{(\max)}$
1024×1024	64	8×10^{-4}, сек.
	512	$7,9\times10^{-4}$, сек.
3000×2000	64	$4,6\times10^{-3}$, сек.
	512	$4,5\times10^{-3}$, сек.
7000×5000	64	$2,6\times10^{-2}$, сек.
	512	$2,66\times10^{-2}$, сек.

Анализ данных, представленных в табл. 1, показывает, что суммарное время восстановления трехмерной структуры данных для рекуррентного восстановления в направлении, начиная с младших элементов (при трех параметрах) снижается относительно рекуррентной обработки в направлении, начиная со старших элементов в среднем в 1,37 раз. Такой выигрыш по времени восстановления достигается в результате сокращения в 2 раза количества операций умножения.

Заключение

Таким образом, можно сделать выводы:

1. Разработано рекуррентное трехмерное полиадическое декодирование в направлении, начиная с младших элементов.

2. Отличительной особенностью разработанного восстановления является то, что:

– для снижения времени обработки получение элементов трехмерного полиадического числа (ТПЧ) организовывается за один проход;

– на каждом шаге восстановления требуется хранить в памяти только три значения: $U_{j,i,z-1}$, ψ_{jiz} и $\psi_{jiz}\,\omega_{jiz}$. Предложенное рекуррентное восстановление позволяет дополнительно сократить в два раза количество операций деления и округления.

2. Суммарное время восстановления трехмерной структуры данных для разработанного декодирования снижается относительно рекуррентной обработки в направлении, начиная со старших элементов в среднем в 1,37 раз.

Литература

1. Асташкин А.А. Космические системы, аппараты и приборы для решения задач природоиспользования и экономического контроля. – М.: ВИНИТИ, 1991. – 142 с.

2. Ватолин В.И., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2002. – 384 с.

3. Баранник В.В., Королева Н.А. Иерархически-последовательная организация восстановления изображения // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – №1(18). – С. 77-81.

4. Королев А.В., Баранник В.В., Гиневский А.М. Иерархически-конвейерная организация восстановления изображений // Збірник наукових праць ІПМЕ НАНУ. – К.: ІПМЕ НАНУ, 2002. – Вип. 15. – С. 27-33.

Поступила в редакцию 17.01.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.Е. Федорович, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.