

УДК 539:376

А.М. ЛОКОЩЕНКО

НИИ механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Россия

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Обсуждаются результаты испытаний ряда металлов и сплавов на длительную прочность при сложном напряженном состоянии. Отмечено, что из-за трудностей проведения таких испытаний количество образцов в каждой экспериментальной серии ограничено. Описаны методы определения критерия длительной прочности материалов в этих условиях. Основное внимание уделено анализу отклонений экспериментальных значений длительностей до разрушения относительно теоретических кривых длительной прочности. Показано, что эти отклонения распределены по нормальному закону.

Ключевые слова: длительная прочность, сложное напряженное состояние, результаты испытаний, статистический анализ, нормальное распределение, критерий Пирсона.

Введение

Большинство экспериментальных данных по длительной прочности металлов получено на основе результатов испытаний в условиях одноосного растяжения. Однако при оценке работоспособности элементов конструкций, находящихся в сложном напряженном состоянии, необходимы подходы, учитывающие неодноосность нагружения. Типичными испытаниями металлов при сложном напряженном состоянии являются испытания трубчатых образцов при комбинации растягивающей силы P с крутящим моментом M или внутренним давлением q . Проведение высокотемпературных испытаний в условиях сложного напряженного состояния связано со значительными техническими трудностями, поэтому в настоящее время известно относительно небольшое количество надежных опытных данных. Данный фактический материал может быть использован при разработке метода количественной обработки с целью выбора наиболее эффективного критерия длительной прочности среди возможных. При этом, как известно, наблюдается разброс экспериментальных значений длительностей до разрушения относительно теоретических кривых длительной прочности.

1. Определение констант, входящих в критерии длительной прочности

Рассмотрим в качестве критериев длительной прочности степенную и экспоненциальную зависимости длительности до разрушения t^* от эквивалентного напряжения σ_e :

$$t^*(\sigma_e) = C\sigma_e^{-n}, \quad (1)$$

$$t^*(\sigma_e) = W \exp(-\beta\sigma_e). \quad (2)$$

В качестве σ_e принимаем четыре комбинации главных напряжений σ_1, σ_2 и σ_3 ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$):

$$\begin{aligned} \sigma_{e1} &= \sigma_1; \\ \sigma_{e2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}; \\ \sigma_{e3} &= \frac{1}{2}(\sigma_{e1} + \sigma_{e2}), \quad \sigma_{e4} = \sigma_1 - \sigma_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Для определения вида зависимости $\sigma_e(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ и значений материальных констант, входящих в уравнения (1) и (2), введем в рассмотрение меры суммарного расхождения экспериментальных $t_{\check{Y}}^*$ и теоретических t^* значений длительностей до разрушения:

$$W = \sum_{i=1}^N \left[\lg \left(t^* / t_{\check{Y}}^* \right) \right]_i^2 \quad (4)$$

$$\text{или} \quad \eta = \frac{1}{(N-1)} \cdot \sum_{i=1}^N \xi_i^2. \quad (5)$$

В уравнениях (4)-(5) под N понимается количество испытаний в серии. В (5) под ξ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) понимается расстояние в выбранных осях от координат, характеризующих конкретное i -ое испытание, до аналитической кривой, соответствующей критерию длительной прочности.

В качестве вида эквивалентного напряжения σ_e и значений материальных констант принимаются те значения, которые приводят к минимуму величин выбранной меры суммарного расхождения (W или η). Вычисления показывают, что, как правило, вид σ_e и значения материальных констант

n, C, B и β слабо зависят от выбора меры суммарного расхождения величин t_i^* и $(t_{\dot{Y}}^*)_i$.

2. Проверка нормальности распределения величин ξ_i

В качестве приближенного метода проверки нормальности распределения отклонений ξ_i можно применить метод, связанный с оценками третьего и четвертого моментов m_3 и m_4 .

2.1. Степенная зависимость $t^*(\sigma_e)$

В логарифмических координатах $\lg \sigma_e - \lg t^*$ зависимость (1) изображается прямой линией:

$$\lg t^* = \lg C - n \lg \sigma_e. \quad (6)$$

Различные конкретные экспериментальные данные на плоскости с осями $(\lg t^*, \lg \sigma_e)$ характеризуются расстояниями от координат соответствующих опытных точек до теоретической прямой (6):

$$\xi_i = \left[\lg(t_{\dot{Y}}^*)_i + n \lg(\sigma_e)_i - \lg C \right] / \sqrt{n^2 + 1}. \quad (7)$$

Вычислим суммы (по всем испытаниям) вторых, третьих и четвертых степеней этих расстояний:

$$\sum_{i=1}^N \xi_i^2, \quad \sum_{i=1}^N \xi_i^3, \quad \sum_{i=1}^N \xi_i^4.$$

В качестве меры суммарного отклонения экспериментальных точек от прямой (6) примем дисперсию η (5), при этом расстояния ξ_i вычисляются по формуле (7). Дисперсия η согласно (5), (7) зависит от материальных констант n и C и от вида эквивалентного напряжения $\sigma_e(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ (3). Все эти искомые величины определяются в результате минимизации дисперсии η . После этого вычисляем среднее квадратичное отклонение s , третий момент m_3 , коэффициент асимметрии распределения A , четвертый момент m_4 и величину эксцесса E :

$$s = \sqrt{\eta}, \quad m_3 = \left(\sum_{i=1}^N \xi_i^3 \right) / (N-1), \quad A = m_3 / s^3,$$

$$m_4 = \left(\sum_{i=1}^N \xi_i^4 \right) / (N-1), \quad E = \left(\frac{m_4}{s^4} - 3 \right).$$

Проведем сравнение полученных значений A и E с их средними квадратичными ошибками. Средние квадратичные ошибки коэффициента асимметрии m_A и величины эксцесса m_E вычисляются по формулам:

$$m_A = \sqrt{6(N-1)/((N+1)(N+3))};$$

$$m_E = \sqrt{24N(N-2)(N-3)/((N-1)^2(N+3)(N+5))}.$$

Для решения вопроса о том, можно ли данное экспериментальное распределение расстояний опытных точек от прямой (6) считать нормальным, вычислим отношения $A_0 = A / m_A$ и $E_0 = E / m_E$. Если эти отношения по абсолютной величине меньше 3, то на основе правила трех сигм можно сделать заключение, что асимметрия и эксцесс не имеют в данном случае существенного значения, так что рассматриваемое распределение подчиняется нормальному закону. Если же хотя бы одна из указанных характеристик по абсолютной величине значительно (в 3 раза и более) превосходит свою среднюю квадратическую ошибку, то нормальность закона распределения следует подвергнуть сомнению и провести более тщательный анализ результатов экспериментов (например, с помощью критерия χ^2).

2.2. Экспоненциальная функция $t^*(\sigma_e)$

Аналогично (1) представим теоретическую зависимость длительности до разрушения t^* от эквивалентного напряжения σ_e в экспоненциальной форме (2). В этом случае теоретическая зависимость $t^*(\sigma_e)$ изображается прямой линией в полулогарифмических координатах $\lg t^*, \sigma_e$:

$$\lg t^* = \lg B - \beta \sigma_e. \quad (8)$$

Аналогично предыдущему проводим в этих координатах статистическую обработку экспериментальных данных с использованием меры суммарного расхождения η (5), при этом расстояния ξ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) вычисляются по формуле

$$\xi_i = \left(\beta(\sigma_e)_i + \lg(t_{\dot{Y}}^*)_i - \lg B \right) / \sqrt{1 + \beta^2}.$$

После этого анализируем соответствие этих экспериментальных данных нормальному закону распределения.

2.3. Анализ известных экспериментальных данных

В табл. 1 приведены результаты 14 серий испытаний металлов и сплавов при сложном напряженном состоянии [1 – 12]. В этой таблице указаны авторы испытаний, марки металлов или сплавов, температуры испытаний, количества испытанных образцов и источники информации. Значения параметров $j=1-8$ и $j=9$ характеризуют результаты испытаний тонкостенных образцов при (P+M) и (P+q) соответственно, а значения $j=10-14$ – результаты испытаний толстостенных труб при (P+q).

Полученные в этих испытаниях экспериментальные данные анализировались при использовании дисперсии η в качестве меры суммарного расхождения значений t_i^* и $(t_{\dot{Y}}^*)_i$.

Таблица 1

Результаты испытаний металлов и сплавов при сложном напряженном состоянии

j	Авторы Материал	T ⁰ C	N	Степенная функция t [*] (σ _e), l=1			Экспоненциальная функция t [*] (σ _e), l=2			
				A ₀	E ₀	η ⁰ ·10 ⁵	A ₀	E ₀	η ⁰ ·10 ⁵	
1	А.Е. Johnson и др. медь	250	12	0.041	-0.252	0.778	0.485	-1.059	2.466	[1]
2	В.П. Сдобырев Сплав ЭИ437Б	700	23	-0.222	-1.858	0.513	0.256	-1.565	9.530	[2]
3	В.П. Сдобырев Сплав ЭИ437Б	700	17	-1.372	1.490	0.089	-0.467	1.221	2.842	[3]
4	А.Е. Johnson и др. Сплав RR59	200	6	0.234	-2.039	0.124	0.770	-1.595	2.181	[4]
5	И.И. Трунин Сталь 15X1M1Ф	570	15	0.731	-1.237	0.299	0.559	-1.118	1.650	[5]
6	И.И. Трунин Сталь 1X18H12T	610	21	0.521	-0.814	0.441	0.797	-0.667	2.079	[5]
7	В.П. Сдобырев Сплав ЭИ787	700	17	-0.921	0.198	0.061	-0.337	-1.122	1.236	[6]
8	О.В. Соснин и др. Сплав Д16Т	250	12	-0.638	-0.498	0.076	0.143	-0.823	0.489	[7]
9	А.А. Лебедев Сталь 1X18H9T	520	21	-0.009	0.045	0.015	0.732	0.472	0.858	[8]
10	L.F. Kooistra и др. Сталь SA 210	510	7	-0.069	-1.751	0.258	0.558	-1.712	1.404	[9]
11	Ш.Н. Кац Сталь 20	500	19	-0.766	-0.821	0.133	-0.455	-1.150	2.090	[10]
12	Ш.Н. Кац Сталь 1X18H9T(A)	650	15	-0.508	-1.474	0.164	-2.353	1.237	11.769	[11]
13	Ш.Н. Кац Сталь 1X18H9T(B)	650	16	-0.839	0.055	0.789	-0.830	-0.296	2.365	[11]
14	И.Н. Лагунцов и др. Сталь 12ХМФ	590	10	1.309	-1.038	1.366	0.782	-0.872	2.700	[12]

Значения A_0 и E_0 , вычисленные указанным способом для этих серий испытаний при использовании критериев длительной прочности (1) и (2), приведены в табл. 1 при $l=1$ и $l=2$ соответственно. Анализ приведенных в табл. 1 значений A_0 и E_0 показывает, что все 56 значений A_0 и E_0 по абсолютной величине не превосходят 3, при этом 66% всех значений находятся между 0 и 1, 30% - между 1 и 2 и 4% - между 2 и 3. Поэтому можно считать, что распределение рассмотренных экспериментальных данных относительно критериев длительной прочности (1) - (2) соответствует нормальному закону.

Для выяснения вопроса о том, какая из зависимостей (1) или (2) лучше описывает экспериментальные данные, можно сравнить относительные дисперсии η^0 , соответствующие одному и тому же σ_e . Для этого значения дисперсий η будем относить к квадрату длины отрезка прямой (6) или (8), отсеянного соответствующими осями координат:

$$\eta^0 = \eta / \left((\lg C)^2 (1 + n^{-2}) \right);$$

$$\eta^0 = \eta / \left((\lg B)^2 (1 + \beta^{-2}) \right).$$

Величины η^0 , соответствующие зависимостям (1) и (2), также приведены в табл. 1 при $l=1$ и $l=2$. Сравнение значений η^0 , соответствующих степенной и экспоненциальной зависимостям $t^*(\sigma_e)$, показывает, что в большинстве случаев при описании приведенных экспериментальных данных следует использовать степенную зависимость t^* от σ_e .

В табл. 2 приведены результаты статистической обработки экспериментальных данных [13 - 16] с достаточно большим количеством испытанных образцов ($N \geq 25$). В качестве критерия длительной прочности здесь рассматривается зависимость $t^*(\sigma_e)$ в степенной форме (1), а виды эквивалентных напряжений σ_e и величины n и $\lg C$ определяются с помощью минимизации меры суммарного расхождения экспериментальных и теоретических значений длительностей до разрушения W .

Таблица 2

Результаты статистической обработки экспериментальных данных

j	Авторы	P+M или P+q	N	σ_e	n	lg C	A_0	E_0	k	χ^2	$\chi^2_{кр}$	
15	А.М.Локощенко и др. Сталь X18H10T 850°C	P+M	53	σ_{e1}	3.123	6.599	-0.882	-1.458	6	3.545	7.8	[13]
16	П.А.Павлов и др. Сталь ЭП182 525°C	P+M	41	σ_{e1}	10.804	29.693	-2.760	0.582	4	1.545	3.8	[14]
17	Е.Р.Голубовский Сплав ЭИ698ВД 650°C	P+M	36	σ_{e3}	12.426	36.905	-0.240	-1.803	6	7.680	7.8	[15]
18	Е.Р.Голубовский Сплав ЭИ698ВД 750°C	P+M	30	σ_{e2}	7.754	22.428	-0.979	0.195	5	1.938	6.0	[15]
19	Т.Н.Можаровская Сталь 15X2МФА 550°C	P+M	25	σ_{e4}	10.924	30.210	-0.057	-1.117	4	0.423	3.8	[16]
20	Т.Н.Можаровская Сталь 08X18Н9 600°C	P+M	25	σ_{e2}	7.444	19.241	-0.434	-0.629	4	0.145	3.8	[16]
21	А.М.Локощенко и др. Сталь X18H10T 850°C	P+q	45	σ_{e4}	2.895	6.239	-1.827	0.150	6	5.265	7.8	[13]

Из табл. 2 следует, что соответствующие этим испытаниям значения A_0 и E_0 по абсолютной величине также не превосходят 3, при этом 64% всех значений находятся между 0 и 1, 29% - между 1 и 2, 7% - между 2 и 3.

Таким образом, можно сделать заключение, что во всех рассмотренных сериях испытаний асимметрия и эксцесс не имеют существенного значения.

Приведенные в табл. 2 экспериментальные данные были дополнительно обработаны с помощью критерия Пирсона [17], для этого все величины ξ_i были сгруппированы в k интервалов. Количество величин ξ_i , попавших в m-й интервал ($m = 1, 2, \dots, k$), обозначим N_m , а вероятность попадания величины ξ_i в этот интервал при нормальном законе распределения вероятностей – p_m . После этого согласно [17] вычисляется сумма

$$\chi^2 = \sum_{m=1}^k \frac{(N_m - Np_m)^2}{Np_m}.$$

Если сумма χ^2 оказывается меньше критического значения $\chi^2_{кр}$ при некотором уровне значимости α и количестве степеней свободы, равном разности $(k-3)$, то можно считать, что распределение вероятностей случайных ошибок в рассматриваемой серии испытаний соответствует нормальному закону.

В табл. 2 для рассмотренных серий испытаний приведены количества интервалов k и значения

сумм χ^2 , а также критические значения $\chi^2_{кр}$ для соответствующих величин k и $\alpha = 0.05$. Из табл. 2 следует, что при уровне значимости $\alpha \leq 0.05$ распределения экспериментальных данных относительно аналитических кривых длительной прочности подчиняются нормальному закону.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№08-08-00007 и 08-08-00407).

Литература

1. Johnson A.E. Combined stress creep fracture of a commercial copper at 250°C / A.E. Johnson, J. Henderson, V.D. Mathur // *The Engineer*. – 1956. – V. 202. – № 5248. – P. 261-265.
2. Сдобырев В.П. Длительная прочность сплава ЭИ437Б при сложном напряженном состоянии / В.П. Сдобырев // *Известия АН СССР. Отдел. технических наук*. – 1958. – № 4. – С. 92-97.
3. Сдобырев В.П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии / В.П. Сдобырев // *Известия АН СССР. Отдел. технических наук. Механика и машиностроение*. – 1959. – № 6. – С. 93-99.
4. Johnson A.E. Complex stresses creep fracture of an aluminium alloy / A.E. Johnson, J. Henderson, V.D. Mathur // *Aircraft Eng.* – 1960. – V. 32. – № 376. – P. 161-170.
5. Трунин И.И. Оценка сопротивления длительному разрушению и некоторые особенности деформирования при сложном напряженном состоянии /

И.И. Трунин // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1963. – № 1. – С. 110-114.

6. Сдобырев В.П. Ползучесть и длительная прочность при растяжении с кручением / В.П. Сдобырев // Инженерный журнал АН СССР. – 1963. – Т. 3. – № 2. – С. 413-416.

7. Соснин О.В. К обоснованию энергетического варианта теории ползучести. Сообщение 1. Основные гипотезы и их экспериментальная проверка / О.В. Соснин, Б.В. Горев, А.Ф. Никитенко // Проблемы прочности. – 1976. – № 11. – С. 3-8.

8. Лебедев А.А. Экспериментальное исследование длительной прочности хромоникелевой стали в условиях двухосного растяжения / А.А. Лебедев // Термопрочность материалов и конструкционных элементов. – К.: Наук. думка, 1965. – С. 77-83.

9. Kooistra L.F. High temperature stress rupture testing of tubular specimens / L.F. Kooistra, R.U. Blaser, J.T. Tucker // Trans. ASME. – 1952. – Vol. 74. – № 5. – P. 783-792.

10. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб / Ш.Н. Кац // Теплоэнергетика. – 1955. – № 11. – С. 37-40.

11. Кац Ш.Н. Разрушение аустенитных труб под действием внутреннего давления в условиях ползучести / Ш.Н. Кац // Энергомашиностроение. – 1957. – № 2. – С. 2-5.

12. Лагунцов И.Н. Испытание пароперегревательных труб из стали 12ХМФ на длительную прочность / И.Н. Лагунцов, В.К. Святославов // Теплоэнергетика. – 1959. – № 7. – С. 55-59.

13. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность стали X18H10T в условиях сложного напряженного состояния / А.М. Локощенко, Е.А. Мякотин, С.А. Шестериков // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1979. – № 4. – С. 87-94.

14. Павлов П.А. Длительное разрушение жаропрочных сталей при нестационарном нагружении / П.А. Павлов, Н.Н. Курилович // Проблемы прочности. – 1982. – № 2. – С. 44-47.

15. Голубовский Е.Р. Длительная прочность и критерий разрушения при сложном напряженном состоянии сплава ЭИ698ВД / Е.Р. Голубовский // Проблемы прочности. – 1984. – № 8. – С. 11-17.

16. Можаровская Т.Н. Критерий длительной прочности и ползучести металлических материалов при сложном напряженном состоянии / Т.Н. Можаровская // Проблемы прочности. – 1988. – № 2. – С. 57-60.

17. Смирнов Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковский. – М.: Наука, 1969. – 512 с.

Поступила в редакцию 20.05.2009

Рецензент: д-р физико-математических наук В.Н. Кузнецов, МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия.

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ ПО ТРИВАЛОЇ МІЦНОСТІ МЕТАЛІВ ПРИ СКЛАДНОМУ НАПРУЖЕНОМУ СТАНІ

О.М. Локощенко

Обговорюються результати випробувань ряду металів і сплавів на тривалу міцність при складному напруженому стані. Відмічено, що із-за труднощів проведення таких випробувань кількість зразків в кожній експериментальній серії обмежена. Описані методи визначення критерію тривалої міцності матеріалів в цих умовах. Основна увага приділена аналізу відхилень експериментальних значень тривалості до руйнування відносно теоретичних кривих тривалої міцності. Показано, що ці відхилення розподілені по нормальному закону.

Ключові слова: тривала міцність, складний напружений стан, результати випробувань, статистичний аналіз, нормальний розподіл, критерій Пірсона.

THE STATISTICAL ANALYSIS OF EXPERIMENTAL DATA AT CREEP RUPTURE OF METALS IN CONDITIONS OF COMPLEX STRESS STATE

A.M. Lokoshchenko

Results of tests of some metals and alloys at creep rupture in conditions of complex stress state are discussed. It is noticed that the quantity of samples in each experimental serie is limited because of difficulties of carrying out of such tests. Methods of definition of creep rupture criterion of materials in these conditions are described. The basic attention is given to the analysis of deviations of experimental rupture times concerning theoretical curves of creep rupture. It is shown that these deviations are distributed under the normal law.

Key words: creep rupture, complex stress state, tests results, statistical analysis, normal distribution, Pirson's criterion.

Локощенко Александр Михайлович – д-р физ.-мат. наук, проф., заместитель директора НИИ механики МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, Россия, e-mail: loko@imec.msu.ru.