

УДК 681.5.09

А.С. КУЛИК, А.Г. ГОРДИН, О.В. РЕЗНИКОВА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина***НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ЧЕТЫРЬМЯ ДВИГАТЕЛЯМИ-МАХОВИКАМИ**

Рассмотрены вопросы, связанные с получением нелинейной модели, описывающей динамику космического летательного аппарата (КЛА) с четырьмя двигателями-маховиками (ДМ). Приведены функциональные схемы ДМ и КЛА как объекта стабилизации в целом. Учитывается несимметричность КЛА, расположение ДМ относительно центра масс. Оценены возмущающие моменты, действующие на корпус КЛА, на основании которых выбраны параметры ДМ. Проведено моделирование динамики системы КЛА-маховики на основании нелинейной модели. Полученные результаты позволяют использовать модель в задачах проектирования систем управления КЛА.

Ключевые слова: космический летательный аппарат, двигатель-маховик, избыточность, нелинейная модель, кинетическая энергия.

Введение

С развитием космической техники повышаются требования к точности, надежности, массе и ресурсам подсистемы ориентации и стабилизации КЛА. Строгое лимитирование запасов энергии и рабочего тела на борту КЛА с длительным сроком активного существования, а также повышенные требования к точности ориентации на некоторых участках полета приводят к необходимости использования в системах ориентации и стабилизации инерционных органов управления.

Одной из наиболее характерных особенностей КЛА как объекта управления является влияние на его угловое движение внутренних моментов, возникающих в результате относительных движений частей самого аппарата. Случай, когда внутренние моменты соизмеримы с внешними или являются основной причиной угловых движений аппарата так, что пренебречь ими нельзя, часто используют с целью управления КЛА.

Принцип использования двигателя-маховика в качестве устройства для создания управляющих моментов основан на законе сохранения момента количества движения. В связи с возросшими требованиями по точности угловой ориентации КЛА для проектирования систем ориентации и стабилизации КЛА с ДМ необходимы точные специальные математические модели, учитывающие особенности размещения и функционирования ДМ. С целью обеспечения отказоустойчивости системы ориентации и стабилизации КЛА необходимы соответствующие математические модели, описывающие состояние КЛА с избыточными ДМ.

1. Разработка функциональной схемы стабилизируемого объекта

В качестве схемы установки четырех двигателей-маховиков (ДМ) примем схему, изображенную на рис. 1 [1, 2]. В соответствии с этой схемой три основных ДМ устанавливаются по осям связанной системы координат, а четвертый должен быть установлен так, чтобы вектор его кинетического момента был направлен под определенными углами к осям связанной системы координат. Достоинствами данной схемы являются обеспечение отказоустойчивости за счет избыточности ДМ и простота реализации.

Считаем, что угловые скорости вращения маховиков во много раз превышают угловые скорости объекта вокруг осей связанной системы координат. Вращение маховиков не изменяет положения центра масс КЛА и его тензор инерции.

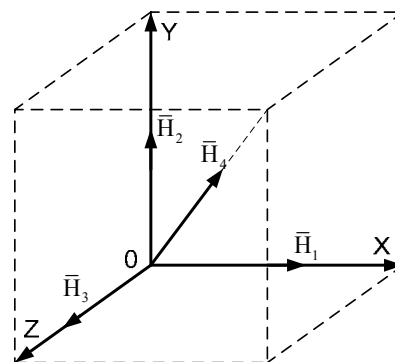


Рис. 1. Схема размещения четырех ДМ на КЛА: \bar{H}_1 , \bar{H}_2 , \bar{H}_3 , \bar{H}_4 – кинетические моменты первого, второго, третьего и четвертого маховиков соответственно

Функциональная схема КЛА как объекта стабилизации представлена на рис. 2.

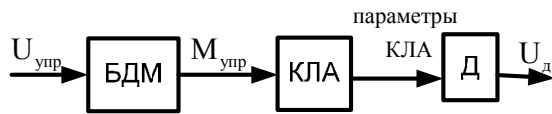


Рис. 2. КЛА как объект автоматической стабилизации: БДМ – блок двигателей маховиков; Д – датчики; $U_{упр}$ – управляющее напряжение, подаваемое на БДМ; $M_{упр}$ – управляющий момент, вырабатываемый БДМ

Двигатель-маховик представляет собой электродвигатель с находящимся с ним на одной оси тяжелым диском (маховиком). Электродвигатель обеспечивает реверсивное вращение маховика, его торможение, величина создаваемого им управляющего момента при этом может плавно меняться в соответствии с сигналом управления, подаваемым на вход двигателя-маховика [3].

Обобщенную функциональную схему ДМ можно представить следующим образом (рис. 3):

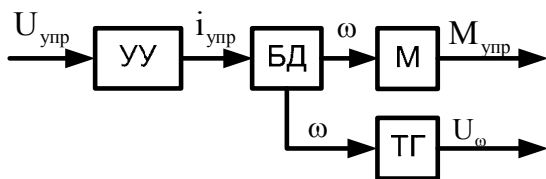


Рис. 3. Функциональная схема ДМ: УУ – управляющий усилитель; БД – бесконтактный двигатель постоянного тока; М – маховик; ТГ – тахогенератор; $i_{упр}$ – ток управления; ω – скорость вращения двигателя; U_{ω} – напряжение на ТГ

2. Получение нелинейной модели КЛА с четырьмя двигателями-маховиками

Положение КЛА определяется в орбитальной системе координат, направление осей которой в пространстве известно для каждой точки орбиты. Такая система координат называется базовой, её оси должны задаваться на борту КЛА с помощью специальных устройств и приборов. Оси перемещаются известным образом в инерциальном пространстве [4].

Положение КЛА в орбитальной системе координат определяется тремя углами Эйлера-Крылова γ, ϑ, ψ (углами крена, тангажа и рыскания).

Уравнения динамики получаем на основании уравнения Лагранжа второго рода [5]. Поэтому рас-
 членением систему на отдельные кинематические эле-

менты и с каждым из них связываем обобщенные координаты:

q_1 – угол поворота корпуса КЛА относительно OX , γ ; q_2 – угол поворота корпуса КЛА относительно OY , ψ ; q_3 – угол поворота корпуса КЛА относительно OZ , ϑ ; q_4 – угол поворота первого маховика относительно корпуса; q_5 – угол поворота второго маховика относительно корпуса; q_6 – угол поворота третьего маховика относительно корпуса; q_7 – угол поворота четвертого маховика относительно корпуса.

В качестве допущений примем следующие положения:

– корпус КЛА жесткий, тензор инерции имеет следующий вид:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix};$$

– маховики располагаются на определенных расстояниях от центра масс КЛА ($\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \vec{r}_4$);

– тензор инерции для каждого маховика представлен в виде:

$$I_{Mi} = \begin{bmatrix} I_{Mix} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Miy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Miz} \end{bmatrix},$$

$i = 1, 2, 3, 4$;

– четвертый маховик расположен неколлинеарно остальным и его кинетический момент образует углы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ с осями связанной с корпусом КЛА системы координат.

Угловые скорости корпуса КЛА представим в следующем виде:

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\gamma} - \dot{\vartheta} \sin \psi; \\ \omega_y = \dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma \cos \psi; \\ \omega_z = \dot{\vartheta} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma, \end{cases} \quad (1)$$

где ω_x – угловая скорость КЛА относительно оси OX ; ω_y – относительно оси OY ; ω_z – относительно оси OZ .

Для получения выражения угловой скорости четвертого маховика необходимо получить матрицу направляющих косинусов перехода от связанной с корпусом КЛА системы координат к связанной с маховиком системе координат:

$$M_{14} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $a_{11} = \cos \varphi_2 \cos \varphi_3$;

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= \cos \varphi_2 \sin \varphi_3; \\
 a_{13} &= -\sin \varphi_2; \\
 a_{21} &= -\sin \varphi_3 \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi_3; \\
 a_{22} &= \cos \varphi_3 \cos \varphi_1 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \sin \varphi_3; \\
 a_{23} &= \sin \varphi_1 \cos \varphi_2; \\
 a_{31} &= \sin \varphi_1 \sin \varphi_3 + \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 \cos \varphi_1; \\
 a_{32} &= -\sin \varphi_1 \cos \varphi_3 + \sin \varphi_3 \sin \varphi_2 \cos \varphi_1; \\
 a_{33} &= \cos \varphi_1 \cos \varphi_2.
 \end{aligned}$$

Тогда угловая скорость четвертого маховика в системе координат, связанной с корпусом КЛА

$$\bar{\omega}_{Д4} = \begin{bmatrix} a_{11}\omega_x + a_{12}\omega_y + a_{13}\omega_z + \dot{q}_7 \\ a_{21}\omega_x + a_{22}\omega_y + a_{23}\omega_z \\ a_{31}\omega_x + a_{32}\omega_y + a_{33}\omega_z \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Кинетическую энергию системы КЛА-маховики представим следующим образом:

$$T = T_{КЛА} + T_{Д1} + T_{Д2} + T_{Д3} + T_{Д4}.$$

Кинетические энергии для каждого элемента формируются в соответствии с выражением:

$$T = \frac{1}{2} (M V_0^2 + \bar{\omega} \cdot I^0 \cdot \bar{\omega}), \quad (4)$$

где M – масса элемента; V_0 – абсолютная скорость полюса элемента; $\bar{\omega}$ – вектор угловой скорости связанной с системой координат элементом; I^0 – тензор инерции элемента.

Кинетическая энергия первого ДМ:

$$\begin{aligned}
 2T_{\dot{A}1} &= (\omega_x + \dot{q}_4)^2 I_{m1x} + \omega_y^2 I_{m2y} + \omega_z^2 I_{m3z} + \\
 &+ m_{m1} ((V_x + \omega_y r_{1z} - \omega_z r_{1y})^2 + \\
 &+ (V_y + \omega_z r_{1x} - \omega_x r_{1z})^2 + \\
 &+ (V_z + \omega_x r_{1y} - \omega_y r_{1x})^2). \quad (5)
 \end{aligned}$$

Кинетическая энергия второго ДМ:

$$\begin{aligned}
 2T_{\dot{A}2} &= \omega_x^2 I_{m2x} + (\omega_y + \dot{q}_5)^2 I_{m2y} + \omega_z^2 I_{m2z} + \\
 &+ m_{m2} ((V_x + \omega_y r_{2z} - \omega_z r_{2y})^2 + \\
 &+ (V_y + \omega_z r_{2x} - \omega_x r_{2z})^2 + \\
 &+ (V_z + \omega_x r_{2y} - \omega_y r_{2x})^2). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Кинетическая энергия третьего ДМ:

$$\begin{aligned}
 2T_{\dot{A}3} &= \omega_x^2 I_{m3x} + \omega_y^2 I_{m3y} + (\omega_z + \dot{q}_6)^2 I_{m3z} + \\
 &+ m_{m3} ((V_x + \omega_y r_{3z} - \omega_z r_{3y})^2 + \\
 &+ (V_y + \omega_z r_{3x} - \omega_x r_{3z})^2 + \\
 &+ (V_z + \omega_x r_{3y} - \omega_y r_{3x})^2). \quad (7)
 \end{aligned}$$

Кинетическая энергия четвертого ДМ:

$$\begin{aligned}
 2T_{\dot{A}4} &= (a_{11}\omega_x + a_{12}\omega_y + a_{13}\omega_z + \dot{q}_7)^2 I_{m4x} + \\
 &+ (a_{21}\omega_x + a_{22}\omega_y + a_{23}\omega_z)^2 I_{m4y} + \\
 &+ (a_{31}\omega_x + a_{32}\omega_y + a_{33}\omega_z)^2 I_{m4z} + \\
 &+ m_{m4} ((V_x + \omega_y r_{4z} - \omega_z r_{4y})^2 + \\
 &+ (V_y + \omega_z r_{4x} - \omega_x r_{4z})^2 + \\
 &+ (V_z + \omega_x r_{4y} - \omega_y r_{4x})^2). \quad (8)
 \end{aligned}$$

Кинетическая энергия корпуса КЛА:

$$\begin{aligned}
 2T_{\dot{E}\dot{E}\dot{A}} &= m_{\dot{E}\dot{E}\dot{A}} (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + \\
 &+ (\omega_x I_{xx} - \omega_y I_{xy} - \omega_z I_{xz}) \omega_x + \\
 &+ (-\omega_x I_{yx} + \omega_y I_{yy} - \omega_z I_{yz}) \omega_y + \\
 &+ (-\omega_x I_{zx} - \omega_y I_{zy} + \omega_z I_{zz}) \omega_z, \quad (9)
 \end{aligned}$$

где V_x, V_y, V_z – компоненты вектора скорости центра масс корпуса КЛА; r_{1x}, r_{1y}, r_{1z} – проекции радиус-вектора центра масс первого ДМ в связанной системе координат; r_{2x}, r_{2y}, r_{2z} – проекции радиус-вектора центра масс второго ДМ в связанной системе координат; r_{3x}, r_{3y}, r_{3z} – проекции радиус-вектора центра масс третьего ДМ в связанной системе координат; r_{4x}, r_{4y}, r_{4z} – проекции радиус-вектора центра масс четвертого ДМ в связанной системе координат; $m_{КЛА}$ – масса корпуса КЛА; $m_{m1}, m_{m2}, m_{m3}, m_{m4}$ – масса первого, второго, третьего и четвертого ДМ соответственно.

После подстановки в уравнения значений для угловой скорости КЛА (1), выражение для кинетической энергии системы примет вид:

$$\begin{aligned}
 T &= T_{КЛА} + T_{Д1} + T_{Д2} + T_{Д3} + T_{Д4}; \\
 T &= \frac{1}{2} m_{m1} ((V_x + (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\omega} \sin \gamma \cos \psi) r_{1z} - \\
 &- (\dot{\omega} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{1y})^2 + \\
 &+ (V_y + (\dot{\omega} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{1x} - \\
 &- (\dot{\gamma} - \dot{\omega} \sin \psi) r_{1z})^2 + (V_z + (\dot{\gamma} - \dot{\omega} \sin \psi) r_{1y} - \\
 &- (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\omega} \sin \gamma \cos \psi) r_{1x})^2) + \frac{1}{2} (\dot{\gamma} - \dot{\omega} \sin \psi + \dot{q}_4)^2 I_{m1x} + \\
 &+ \frac{1}{2} (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\omega} \sin \gamma \cos \psi)^2 I_{m1y} + \frac{1}{2} (\dot{\omega} \cos \gamma \cos \psi - \\
 &- \dot{\psi} \sin \gamma)^2 I_{m1z} + \frac{1}{2} m_{m2} ((V_x + (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\omega} \sin \gamma \cos \psi) r_{2z} - \\
 &- (\dot{\omega} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{2y})^2 + \\
 &+ (V_y + (\dot{\omega} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{2x} - (\dot{\gamma} - \dot{\omega} \sin \psi) r_{2z})^2 + \\
 &+ (V_z + (\dot{\gamma} - \dot{\omega} \sin \psi) r_{2y} - (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\omega} \sin \gamma \cos \psi) r_{2x})^2) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2}(\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi)^2 I_{m2x} + \\
 & + \frac{1}{2}(\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi + \dot{q}_5)^2 I_{m2y} + \\
 & + \frac{1}{2}(\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma)^2 I_{m2z} + \\
 & + \frac{1}{2} m_{m3} ((V_x + (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) r_{3z} - \\
 & - (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{3y})^2 + \\
 & + (V_y + (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{3x} - \\
 & - (\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) r_{3z})^2 + (V_z + (\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) r_{3y} - \\
 & - (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) r_{3x})^2) + \\
 & + \frac{1}{2}(\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi)^2 I_{m3x} + \\
 & + \frac{1}{2}(\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi)^2 I_{m3y} + \\
 & + \frac{1}{2}(\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma + \dot{q}_6)^2 I_{m3z} + \\
 & + \frac{1}{2} m_{\hat{E}\hat{E}\hat{A}} (V_x + V_y + V_z)^2 + \\
 & \frac{1}{2} ((\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) I_{xx} - (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) I_{yx} - \\
 & - (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) I_{zx}) (\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) + \\
 & + \frac{1}{2} (-\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) I_{xy} + (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) I_{yy} - \\
 & - (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) I_{xy}) (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) + \\
 & + \frac{1}{2} (-\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) I_{xz} - (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) I_{yz} + \\
 & + (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) I_{zz}) (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) + \\
 & + \frac{1}{2} m_{m4} ((V_x + (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) r_{4z} - \\
 & - (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{4y})^2 + \\
 & + (V_y + (\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma) r_{4x} - \\
 & - (\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) r_{4z})^2 + (V_z + (\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) r_{4y} - \\
 & - (\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) r_{4x})^2) + \\
 & + \frac{1}{2} (a_{11}(\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) + a_{12}(\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) + \\
 & + a_{13}(\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma + \dot{q}_7)^2 I_{m4x} + \\
 & + \frac{1}{2} (a_{21}(\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) + \\
 & + a_{22}(\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) + \\
 & + a_{23}(\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma))^2 I_{m4y} + \\
 & + \frac{1}{2} (a_{31}(\dot{\gamma} - \dot{\psi} \sin \psi) + a_{32}(\dot{\psi} \cos \gamma + \dot{\psi} \sin \gamma \cos \psi) + \\
 & + a_{33}(\dot{\psi} \cos \gamma \cos \psi - \dot{\psi} \sin \gamma))^2 I_{m4z}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Представим уравнения Лагранжа второго рода в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_i} = M_{упр_i} - M_{воз_i}, \quad (i = 1, \dots, 7), \tag{11}$$

Левые части уравнений динамики формируются в соответствии с уравнением Лагранжа второго рода (11) при использовании выражения для суммарной кинетической энергии системы:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_1} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_1} &= M_{ХВОЗ}; \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_2} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_2} &= M_{YВОЗ}; \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_3} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_3} &= M_{ZВОЗ}; \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_4} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_4} &= M_{д1}; \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_5} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_5} &= M_{д2}; \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_6} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_6} &= M_{д3}; \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{q}_7} \right) - \frac{\delta T}{\delta q_7} &= M_{д4},
 \end{aligned} \tag{12}$$

где $M_{дi}$, ($i=1,2,3,4$) – управляющие моменты, развиваемые соответствующими ДМ.

После проведения соответствующих операций дифференцирования кинетической энергии, уравнения, описывающие динамику КЛА с учетом четырех ДМ, можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & k_{11} \ddot{q}_4 + k_{12} \ddot{q}_7 + k_{13} \ddot{\gamma} + k_{14} \ddot{\psi} + \\
 & + k_{15} \ddot{\psi} + k_{16} \dot{\psi}^2 + k_{17} \dot{\psi} \dot{\psi} + k_{18} \dot{\psi} + \\
 & + k_{19} \dot{\psi} \dot{q}_6 + k_{10} \dot{\psi} \dot{q}_7 + k_{11} \dot{\psi} \dot{q}_5 +
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 & + k_{12} \dot{\psi}^2 + k_{13} \dot{\psi} + k_{14} \dot{\psi} \dot{q}_6 + k_{15} \dot{\psi} \dot{q}_7 + \\
 & + k_{16} \dot{\psi} \dot{q}_5 + k_{17} \dot{V}_y + k_{18} \dot{V}_z = M_{Х\hat{a}\hat{i}\hat{\psi}}; \\
 & k_{21} \ddot{q}_5 + k_{22} \ddot{q}_6 + k_{23} \ddot{q}_7 + k_{24} \ddot{\gamma} + \\
 & + k_{25} \ddot{\psi} + k_{26} \dot{\psi} + k_{27} \dot{\gamma}^2 + k_{28} \dot{\gamma} \dot{\psi} + \\
 & + k_{29} \dot{\gamma} \dot{\psi} + k_{210} \dot{\gamma} + k_{211} \dot{\gamma} \dot{q}_6 + k_{212} \dot{\gamma} \dot{q}_7 +
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & + k_{213} \dot{\gamma} \dot{q}_5 + k_{214} \dot{\psi}^2 + k_{215} \dot{\psi} + k_{216} \dot{\psi} \dot{q}_4 + \\
 & + k_{217} \dot{\psi} \dot{q}_6 + k_{218} \dot{\psi} \dot{q}_7 + k_{219} \dot{\psi} \dot{q}_5 + \\
 & + k_{220} \dot{V}_x + k_{221} \dot{V}_y + k_{222} \dot{V}_z = M_{Y\hat{a}\hat{i}\hat{\psi}}; \\
 & k_{31} \ddot{q}_4 + k_{32} \ddot{q}_5 + k_{33} \ddot{q}_6 + k_{34} \ddot{q}_7 + \\
 & + k_{35} \ddot{\gamma} + k_{36} \ddot{\psi} + k_{37} \dot{\psi} + k_{38} \dot{\gamma}^2 + \\
 & + k_{39} \dot{\gamma} \dot{\psi} + k_{310} \dot{\gamma} \dot{\psi} + k_{311} \dot{\gamma} + k_{312} \dot{\gamma} \dot{q}_6 + \\
 & + k_{313} \dot{\gamma} \dot{q}_7 + k_{314} \dot{\gamma} \dot{q}_5 + k_{315} \dot{\psi}^2 +
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 & + k_{316} \dot{\psi} \dot{\psi} + k_{317} \dot{\psi} + k_{318} \dot{\psi} \dot{q}_4 + \\
 & + k_{319} \dot{\psi} \dot{q}_6 + k_{320} \dot{\psi} \dot{q}_7 + k_{321} \dot{\psi} \dot{q}_5 + \\
 & + k_{322} \dot{V}_x + k_{323} \dot{V}_y + k_{324} \dot{V}_z = M_{Z\hat{a}\hat{i}\hat{\psi}}; \\
 & k_{41} \ddot{q}_4 + k_{42} \dot{\gamma} + k_{43} \dot{\psi} + \\
 & + k_{38} \dot{\gamma}^2 + k_{44} \dot{\gamma} \dot{\psi} = M_{\hat{A}1};
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$k_{51}\ddot{q}_5 + k_{52}\ddot{\psi} + k_{53}\ddot{\omega} + k_{54}\dot{\gamma}\dot{\psi} + k_{55}\dot{\gamma}\dot{\omega} + k_{56}\dot{\psi}\dot{\omega} = M_{\ddot{A}2}; \quad (17)$$

$$k_{61}\ddot{q}_6 + k_{62}\ddot{\psi} + k_{63}\ddot{\omega} + k_{64}\dot{\gamma}\dot{\psi} + k_{65}\dot{\gamma}\dot{\omega} + k_{66}\dot{\psi}\dot{\omega} = M_{\ddot{A}3}; \quad (18)$$

$$k_{71}\ddot{q}_7 + k_{72}\dot{\gamma} + k_{73}\ddot{\psi} + k_{74}\ddot{\omega} + k_{75}\dot{\gamma}\dot{\psi} + k_{76}\dot{\gamma}\dot{\omega} + k_{77}\dot{\psi}\dot{\omega} = M_{\ddot{A}4}, \quad (19)$$

где коэффициенты уравнений являются функциями углов крена и курса, скоростей центра масс КЛА, моментов инерции КЛА и маховиков, масс КЛА и маховиков, а также радиус-векторов расположения центров масс маховиков.

Например,

$$k_{110} = -I_{m4x} \cdot (-a_{12} \cdot \sin \gamma - a_{13} \cdot \cos \gamma);$$

$$k_{320} = (-a_{11} \cdot \cos \psi - a_{12} \cdot \sin \gamma \cdot \sin \psi - a_{13} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \psi) \cdot I_{m4x};$$

$$k_{324} = (m_{m4} \cdot (-\sin \psi \cdot r_{4y} - \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot r_{4x}) + m_{m3} \cdot (-\sin \psi \cdot r_{3y} - \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot r_{3x}) + m_{m1} \cdot (-\sin \psi \cdot r_{1y} - \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot r_{1x}) + m_{m2} \cdot (-\sin \psi \cdot r_{2y} - \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot r_{2x})).$$

Рассмотрим правые части уравнений, представляющие собой моменты, действующие по соответствующим осям системы. Основными внешними моментами, действующими на космический летательный аппарат в космосе, являются гравитационный, магнитный, а также случайный возмущающий момент. Величина каждого из них различна для разных типов космических летательных аппаратов (для различных участков траектории полета) и зависит от размеров, формы и других свойств конкретного космического летательного аппарата [6].

3. Моделирование динамики КЛА

Для моделирования динамики КЛА с учетом четырех ДМ зададимся необходимыми параметрами КЛА и ДМ.

1. В качестве КЛА рассматриваем спутник в форме параллелепипеда с моментами инерции:

$$I_{xx} = 86,215 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{yy} = 85,070 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$I_{zz} = 113,565 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

остальные моменты инерции равны нулю.

2. Двигатели-маховики для рассматриваемого спутника подбираем из следующих условий.

Габариты блока двигателей-маховиков должны соответствовать габаритам спутника.

Управляющий момент, создаваемый двигателями-маховиками, должен превышать максималь-

ный возмущающий момент с разумным запасом в пределах 1,5...2; должно выполняться соотношение:

$$I_{xx}\omega_{x,\max} + H_{x,\max} = 0;$$

$$I_{yy}\omega_{y,\max} + H_{y,\max} = 0;$$

$$I_{zz}\omega_{z,\max} + H_{z,\max} = 0,$$

где I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} – моменты инерции КЛА относительно соответствующих осей; $H_{x,\max}$, $H_{y,\max}$, $H_{z,\max}$ – максимальные кинетические моменты маховиков КЛА относительно соответствующих осей.

Таким образом, зная кинетические моменты КЛА и задавшись максимальной угловой скоростью для каждой оси, определяются максимальные значения кинетических моментов. Данным условиям соответствуют маховики типа 17М71, выпускаемые НПЦ «Полос» [7]. Технические характеристики данного ДМ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Технические характеристики ДМ

Наименование	Максимальный кинетический момент, кг·м ² /с	Максимальный управляющий момент, Нм	Потребляемое напряжение, В	Максимальная частота вращения маховика, об/мин	Момент инерции маховика, кг·м ²
ЭМИО 17М71	11,77	0,15	27 ⁺⁷ ₋₄	3500	0,034

3. Расстояния между центрами масс ДМ и КЛА примем равными нулю.

4. Четвертый маховик установлен под углами 45 градусов к осям связанной с корпусом КЛА СК.

Структурная схема КЛА как объекта стабилизации представлена на рис. 4.

Исследуем реакцию КЛА на возмущающее воздействие, создаваемое по каждой из осей. Величину и вид возмущающего воздействия зададим законом, представленным на рис. 5.

Реакции КЛА на возмущение по каждой из осей представлены на рис. 6 – 8.

Атрибуты модели:

- 1) точность оценочных коэффициентов модели: 10^{-4} ;
- 2) диапазон возмущений (прикладываемые моменты): от $-1 \cdot 10^{-2}$ до $1 \cdot 10^{-2}$ Нм;
- 3) углы поворота КЛА изменяются в диапазоне от -80 до 80 градусов;
- 4) угловые скорости маховиков изменяются в диапазоне от -366 до 366 рад/с;
- 5) для решения уравнений был выбран метод интегрирования на основе метода Гира (ode15s).

Относительная погрешность – 0,01, абсолютная погрешность – $1 \cdot 10^{-6}$;

- 6) интервал интегрирования: 150 сек;
- 7) шаг интегрирования: изменяемый.

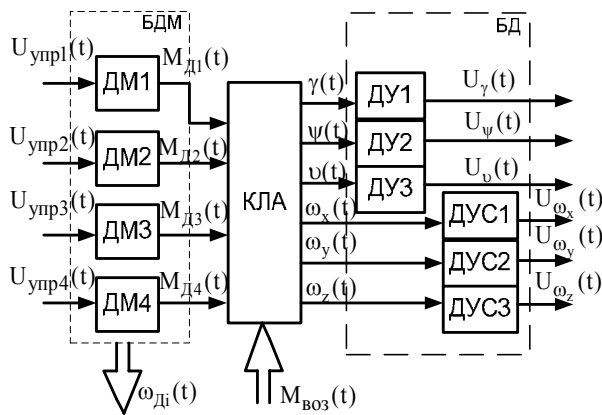


Рис. 4. Структурная схема КЛА как объекта стабилизации: ДУ i – датчик угла i -го канала стабилизации; ДУС i – датчик угловой скорости i -го канала стабилизации ($i = \overline{1,3}$); $U_\gamma(t)$, $U_\psi(t)$, $U_\nu(t)$ – напряжение на соответствующем датчике угла; $U_{\omega_x}(t)$, $U_{\omega_y}(t)$, $U_{\omega_z}(t)$ – напряжение на соответствующем датчике угловой скорости

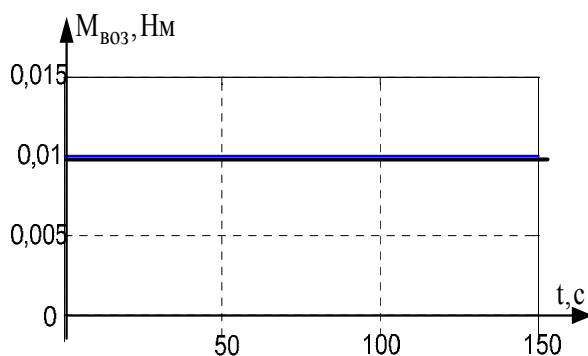


Рис. 5. Возмущающий момент

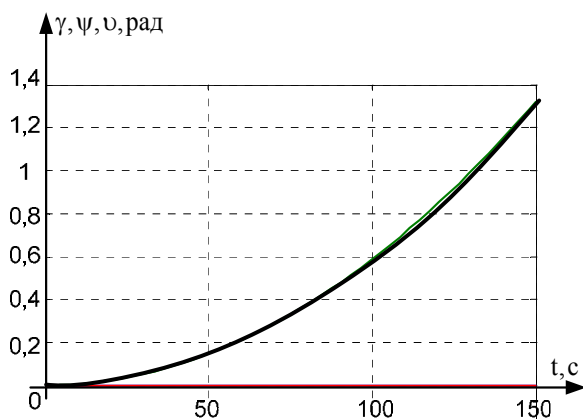


Рис. 6. Реакция КЛА по углам

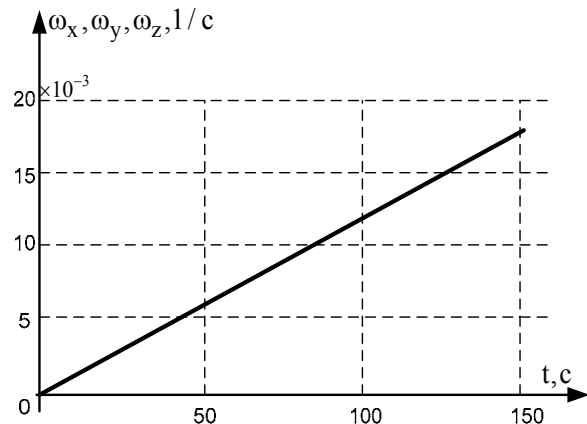


Рис. 7. Реакция КЛА по угловым скоростям корпуса

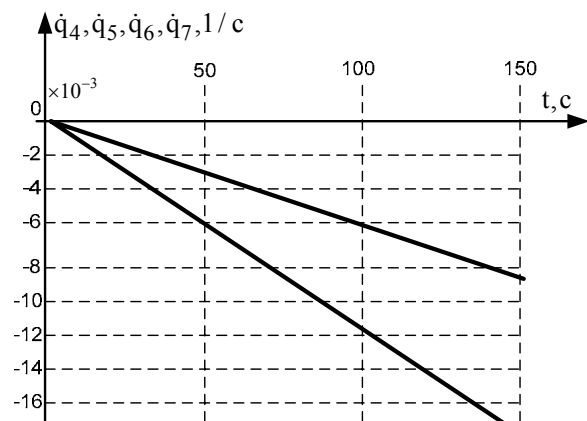


Рис. 8. Реакция КЛА по угловым скоростям ДМ

Выводы

Получена и исследована нелинейная математическая модель КЛА с четырьмя ДМ. Данную модель можно упрощать и использовать в задачах управления КЛА.

Литература

1. Хорошилов Е.В. К вопросу управления ориентацией космических аппаратов с использованием избыточных блоков двигателей-маховиков / Е.В. Хорошилов, С.В. Хорошилов // Системные технологии. – 2004. – №4 (33). – С. 154-162.
2. Хорошилов Е.В. Сравнительный анализ алгоритмов поиска экстремума применительно к задаче выбора параметров закона управления многорежимных систем ориентации космических аппаратов / Е.В. Хорошилов // Системные технологии. – 2005. – №3 (38). – С. 96-101.
3. Раушенбах Б.В. Управление ориентацией космических аппаратов / Б.В. Раушенбах, Е.Н. Токарь. – М.: Наука, 1974. – 600 с.
4. Разыграев А.П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей / А.П. Разыграев. – М.: Машиностроение, 1977. – 472 с.

5. Каргу Л.И. Системы угловой стабилизации космических аппаратов / Л.И. Каргу. – М.: Машиностроение, 1973. – 176 с.

6. Wie B. *Space Vehicle Dynamics and Control* / B. Wie // *AIAA Education Series*. – AIAA Inc. Reston. – 1998. – № 7. – P. 125-132.

7. Гавриленко О.И. Оптимальная система стабилизации КЛА с электромаховичными исполнительными органами / О.И. Гавриленко, О.В. Резникова, О.А. Лученко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2006. – №6 (32). – С. 24-34.

Поступила в редакцию 1.12.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой 303 Н.Д. Кошевой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

НЕЛІНІЙНА МОДЕЛЬ КОСМІЧНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА З ЧОТИРМА ДВИГУНАМИ-МАХОВИКАМИ

А.С. Кулік, О.Г. Гордін, О.В. Резнікова

Розглянуті питання, пов'язані з отриманням нелінійної моделі, що описує динаміку космічного літального апарата (КЛА) з чотирма двигунами-маховиками (ДМ). Наведено функціональні схеми ДМ та КЛА як об'єкта стабілізації в цілому. Враховується несиметричність КЛА, розташування ДМ відносно центра мас. Оцінено збурюючі моменти, що діють на корпус КЛА, на основі яких обрані параметри ДМ. Проведено моделювання динаміки системи КЛА-маховики на основі нелінійної моделі. Отримані результати дозволяють використовувати такі моделі в задачах проектування систем управління КЛА.

Ключові слова: космічний літальний апарат, двигун-маховик, надмірність, нелінійна модель, кінетична енергія.

NONLINEAR MODEL OF THE SPACECRAFT WITH FOUR REACTION WHEELS

A.S. Kulik, A.G. Gordin, O.V. Reznikova

The questions connected with definition of nonlinear model that describe the dynamic of the spacecraft with four reaction wheels are considered by authors. Functional models of reaction wheel and spacecraft as an object of stabilization are adduced. Asymmetry of spacecraft and location of reaction wheels in relation to centre-of-mass, are taken into account. Evaluated disturbance moments acting on the spacecraft, in virtue of that certain parameters of reaction wheels are choose. The modelling of dynamic of the system spacecraft-reaction wheels is conducted on the basis of the nonlinear model. The received results allow to use such model at design of spacecraft control systems.

Key words: spacecraft, reaction wheel, redundancy, nonlinear model, kinetic energy.

Кулік Анатолій Степанович – д-р техн. наук, проф., завідує кафедрою систем управління летальних апаратів, декан факультета систем управління летальних апаратів, Національний аэрокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАИ», Харків, Україна.

Гордін Александр Григорьевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри систем управління летальних апаратів, Національний аэрокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАИ», Харків, Україна.

Резникова Ольга Викторовна – аспірант кафедри систем управління летальних апаратів, Національний аэрокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАИ», Харків, Україна, amanauz@d3.khai.edu.