

УДК 681.2.088

Т.В. БЫКОВА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## СИНТЕЗ ОПЕРАТОРА КОРРЕКЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В БАЗИСЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ВЕЙВЛЕТОВ

*Предложен метод построения оператора коррекции результатов динамических измерений в базисе ортогональных вейвлетов с целью повышения их точности. Разработанная структура цифрового фильтра, реализующего корректирующий алгоритм, позволяет сохранить свойства присутствующего в обрабатываемом сигнале шума и отфильтровать его на основании априорно полученной о нем информации. Устойчивость описываемого корректирующего оператора обеспечивается правильным выбором вейвлет-функции, который осуществляется на основании информации о модели измерительного устройства. Эффективность работы предложенного корректирующего оператора проверена методом математического моделирования.*

**Ключевые слова:** динамические измерения, динамическая погрешность, обратный оператор, корректирующий оператор, спектральное окно, ортогональный вейвлет-базис.

### Введение

Основными тенденциями развития информационно-измерительных систем (ИИС) для прочностных испытаний транспортных конструкций, в частности железнодорожных вагонов [1] и летательных аппаратов [2], является улучшение метрологических характеристик их измерительных каналов без увеличения стоимости. Это возможно путем программной коррекции результатов измерений, которая заключается во внесении поправки на систематические погрешности. При измерении переменных процессов, которые имеют место при усталостных испытаниях, в силу инерционности измерительных каналов (ИК) ИИС возникает динамическая погрешность, которая может значительно превышать статическую. Коррекция динамической погрешности осуществляется путем обработки зарегистрированного сигнала корректирующим оператором, равным обратному оператору ИК ИИС, умноженному на стабилизирующий функционал [3]. Такая задача называется обратной задачей динамики или задачей восстановления входного сигнала по выходному.

Вид стабилизирующего функционала определяется параметрами измеряемого сигнала, который, как правило, носит нестационарный характер, особенно при испытаниях в реальных режимах движения транспортного средства. Для адаптации корректирующего оператора к особенностям измеряемого сигнала его необходимо строить с использованием математического аппарата, который предназначен для обработки нестационарных процессов. Таким аппаратом является вейвлет-преобразование. Оно

позволяет получить частотно-временное представление сигнала и, тем самым, автоматически решить вопрос поиска оптимальных параметров стабилизатора для текущей реализации.

Корректирующий оператор строится таким образом, чтобы ограничить поиск решения на множестве гладких функций. Одним из методов является умножение обратного оператора ИК на спектральное окно, которое служит стабилизирующим множителем [4, 5]. Тогда корректирующий оператор для средства измерительной техники (СИТ) определяется выражением:

$$W_{\text{корр}}(j\omega) = W_{\text{СИТ}}^{-1}(j\omega)V(j\omega),$$

где  $W_{\text{СИТ}}(j\omega)$  – комплексная частотная характеристика ИК;  $V(j\omega)$  – прямоугольное спектральное окно или окно типа Блэкмана, Хемминга, Бартлетта и др.

Спектральное окно ограничивает влияние высокочастотных помех, присутствующих в корректируемом сигнале. Вид модуля частотной характеристики полученного таким образом корректирующего оператора показан на рис. 1. Форма и ширина окна зависят от спектральных характеристик измеряемого сигнала.

Для нестационарных процессов следует определять спектральные характеристики текущей реализации сигнала, чтобы установить такие параметры окна, которые позволят достичь требуемой погрешности коррекции. Применение преобразования Фурье для таких задач сопряжено со значительными трудностями и малоэффективно. Для цели коррекции погрешности динамических измерений следует

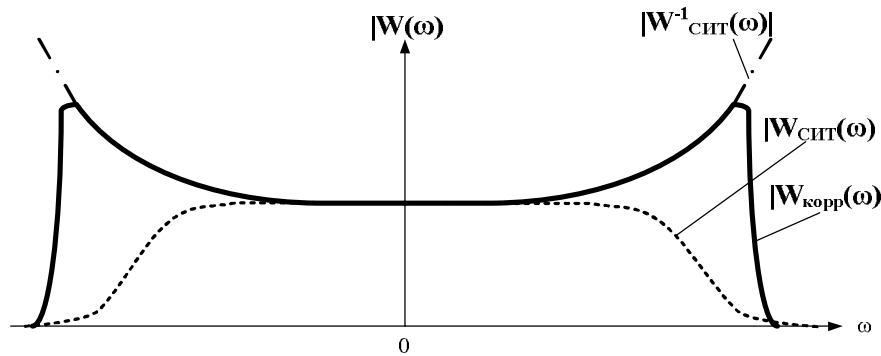


Рис. 1. Графики модулей частотных характеристик СИТ, обратного и корректирующего операторов

воспользоваться дискретным вейвлет-преобразованием, так как оно, в отличие от непрерывного, позволяет накрыть всю частотную область сигнала.

### Построение корректирующего оператора в базисе вейвлетов

Дискретное вейвлет-преобразование, выполняемое по алгоритму Малла [6], основывается на концепции кратномасштабного анализа пространства обрабатываемого сигнала. Сигнал  $x(t)$  проецируется на  $j$  пространств, в которых определен свой базис из вейвлетных функций, тогда он может быть представлен в виде следующего выражения:

$$x(t) = \sum_k \langle x(t), \overline{\varphi_{jk}(t)} \rangle \varphi_k(t) + \sum_j \sum_k \langle x(t), \overline{\psi_{jk}(t)} \rangle \psi_{jk}(t), \quad (1)$$

где  $\psi_{jk}(t)$ ,  $\varphi_{jk}(t)$  – соответственно вейвлетная и масштабирующая функции, получаемые из исходных вейвлетной  $\psi(t)$  и масштабирующей  $\varphi(t)$  функций путем сдвига и масштабирования;  $\langle \bullet, \bullet \rangle$  – скалярное произведение;  $\overline{\bullet}$  – операция комплексного сопряжения.

В частотной области выражение (1) соответствует делению спектральной области сигнала набором полосовых фильтров, в роли которых выступают вейвлет-функции, на частотные полосы. Процесс декомпозиции сигнала осуществляется итерационным способом, как показано на рис. 2.

На первом этапе сигнал делится на две составляющие низкочастотным  $\Phi_1(\omega)$  и высокочастотным фильтрами  $\Psi_1(\omega)$ , которые являются Фурье образами вейвлетов  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  на первом масштабе. Далее низкочастотная часть в свою очередь делится фильтрами  $\Phi_2(\omega)$  и  $\Psi_2(\omega)$ , которые соответствуют вейвлетам на втором масштабе и т.д. В результате получается несколько частотных полос, выделенных

фильтрами  $\Psi_1(\omega)$ ,  $\Psi_2(\omega), \dots, \Psi_j(\omega)$ , и одна низкочастотная часть, выделенная фильтром  $\Phi_j(\omega)$ .

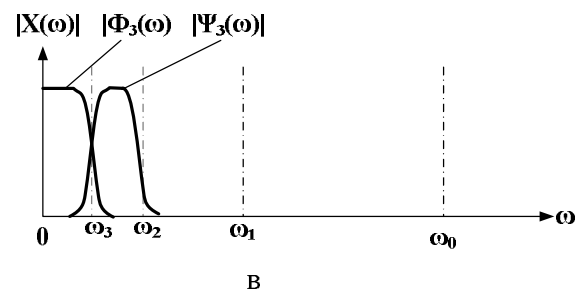
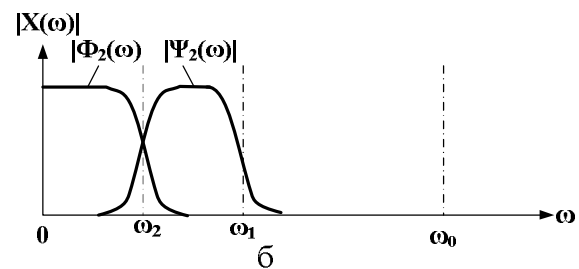
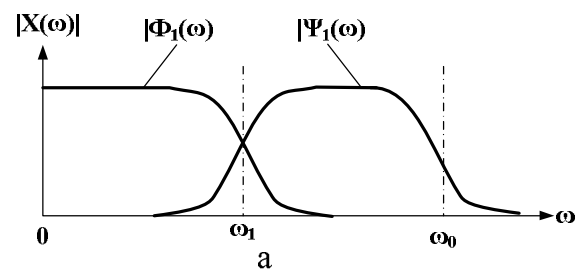


Рис. 2. Схема вейвлет-декомпозиции сигнала

Восстановление из вейвлет-спектра производится с помощью восстанавливающих фильтров путем последовательного перехода от более высокого уровня разложения к более низкому. В процессах вейвлет-разложения и восстановления сами базисные функции не участвуют, так как являются линейными комбинациями аналогичных функций с предыдущих масштабов. В образах Фурье связь функций двух соседних масштабов выражается соотношениями:

$$\begin{aligned} \Phi(\omega) &= m_{b_0} \left( \frac{\omega}{2} \right) \Phi \left( \frac{\omega}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n h(n) e^{-inb_0\omega} \Phi \left( \frac{\omega}{2} \right); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Psi(\omega) &= l_{b_0} \left( \frac{\omega}{2} \right) \Phi \left( \frac{\omega}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n g(n) e^{-inb_0\omega} \Phi \left( \frac{\omega}{2} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $h(n)$ ,  $g(n)$  – коэффициенты цифровых фильтров перехода от одного масштаба к соседнему.

В операциях вейвлет-разложения переход от одного уровня к другому производится итерационно. На нулевом масштабе в качестве коэффициентов аппроксимации выступают дискретные отсчеты сигнала  $x(t)$ , а коэффициенты на следующих уровнях находятся путем операции круговой свертки последовательности коэффициентов аппроксимации предыдущего уровня с фильтрами  $h(n)$  и  $g(n)$ .

Восстановление сигнала из коэффициентов выполняется с помощью двойственных базисов, для которых справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\omega) &= \tilde{m}_{b_0} \left( \frac{\omega}{2} \right) \tilde{\Phi} \left( \frac{\omega}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n \tilde{h}(n) e^{-inb_0\omega} \tilde{\Phi} \left( \frac{\omega}{2} \right); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(\omega) &= \tilde{l}_{b_0} \left( \frac{\omega}{2} \right) \tilde{\Phi} \left( \frac{\omega}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_n \tilde{g}(n) e^{-inb_0\omega} \tilde{\Phi} \left( \frac{\omega}{2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\tilde{h}(n)$ ,  $\tilde{g}(n)$  – коэффициенты цифровых фильтров реконструкции.

Построение корректирующего оператора в базисе вейвлетов предлагается осуществить таким образом, чтобы свойства присутствующего в сигнале шума не менялись после декомпозиции сигнала. С этой целью автором получена такая структура корректирующего фильтра, при которой операция непосредственно коррекции происходит на этапе восстановления сигнала из вейвлет-коэффициентов. Соответствующие фильтры реконструкции синтезируются из фильтров реконструкции ортогональных вейвлетов умножением их Фурье-образов на оператор вида  $W_{СИТ}^{-1}(\omega)$ . Фильтры реконструкции корректирующего оператора соответствуют выражениям:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{j,k}(\omega) &= W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) \tilde{\Phi}_{j,k}(\omega) = \\ &= W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) 2^{-j/2} \tilde{\Phi}(2^{-j}\omega) e^{-i\omega 2^{-j}k}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{j,k}(\omega) &= W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) \tilde{\Psi}_{j,k}(\omega) = \\ &= W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) 2^{-j/2} \tilde{\Psi}(2^{-j}\omega) e^{-i\omega 2^{-j}k}. \end{aligned} \quad (7)$$

Корректирующий оператор, построенный из фильтров (6) и (7) (см. рис. 3), будет устойчив только в том случае, если скорость затухания частотной характеристики исходных вейвлетов больше скорости нарастания частотной характеристики обратного оператора СИТ.

Известно, что частотная характеристика вейвлетов затухает как  $1/\omega^m$ , где  $m$  – количество производных вейвлет-функции [6]. Вейвлеты Добеши, например, имеют  $\mu M$  непрерывных производных, где  $\mu = 0,275$ , а  $M$  – порядок вейвлета. Скорость роста частотной характеристики обратного оператора определяется как  $1/\omega^\Gamma$ , где  $\Gamma$  – разность степеней его числителя и знаменателя.

Таким образом, при построении устойчивого оператора коррекции следует выбирать вейвлет на основании информации о модели СИТ.

Функции (6) и (6) на разных масштабах не отвечают условию масштабируемости как классические вейвлеты, поэтому для них необходимо получить коэффициенты фильтров реконструкции. Выражение (6) для фильтра соседнего масштаба в образах Фурье имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{L}_{j-1}(\omega) &= W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) 2^{-j/2} \tilde{\Phi}(2^{-j}\omega) = \\ &= W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) \tilde{\Phi}(2^{-j}\omega) \tilde{H}(2^{-j}\omega), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\tilde{H}(\omega)$  – частотная характеристика низкочастотного фильтра реконструкции.

Из (8) путем обратного преобразования Фурье получим выражения для низкочастотного фильтра реконструкции:

$$l_j(n) = \frac{1}{2\pi} \int W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) H(2^{-j}\omega) e^{i2^{-j}\omega n} d\omega. \quad (9)$$

Аналогично получим выражение для высокочастотного фильтра реконструкции:

$$\tilde{f}_j(n) = \frac{1}{2\pi} \int W_{\tilde{N}\tilde{E}\tilde{O}}^{-1}(\omega) G(2^{-j}\omega) e^{i2^{-j}\omega n} d\omega, \quad (10)$$

где  $\tilde{G}(\omega)$  – частотная характеристика высокочастотного фильтра реконструкции.

### Рекурсивный алгоритм коррекции результатов динамических измерений

Построение фильтра, соответствующего полуженному оператору коррекции, осуществляется на основании структуры вейвлет-фильтра, работающего по алгоритму Мала. Следует заметить, что на каждом масштабе фильтры реконструкции отличаются

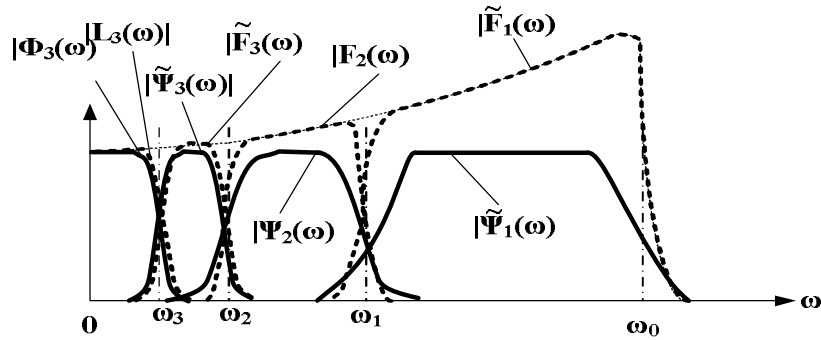


Рис. 3. Модули частотных характеристик вейвлет-фильтров реконструкции оператора коррекции

друг от друга, поэтому их коэффициенты необходимо вычислять для всех масштабов.

На выходе фильтра должна получиться оценка измеряемого сигнала  $\tilde{x}(t_k)$ , где  $k$  – номер отсчета функции  $\tilde{x}(t)$ .

Пусть выходной сигнал измерительного устройства обозначается как  $y(t_n)$ , где  $n$  – номер отсчета. Процесс декомпозиции сигнала (см. рис. 4) до уровня  $j=3$  выполняется по традиционной схеме с использованием фильтров декомпозиции выбранного ортогонального вейвлета. Знак « $2\downarrow$ » означает операцию децимации (прореживания), т.е. удаления из последовательности каждого второго коэффициента. После процедуры разложения полученные высокочастотные коэффициенты, как правило, подвергаются пороговой обработке с целью подавления шума. Во время реконструкции сигнала производится операция его коррекции.

Пусть декомпозиция осуществлялась до уровня  $j=3$ , как показано на рис. 3, тогда процесс реконструкции выполняется следующим образом. Последовательность низкочастотных коэффициентов после операции интерполяции (замены удаленных отсчетов нулями), обозначенной на рис. 4 знаком « $2\uparrow$ », преобразуется в часть скорректированного сигнала,

принадлежащую полосе от 0 до  $\omega_3$ , путем вычисления цифровой свертки с коэффициентами фильтра  $\tilde{f}_3(n)$ . Высокочастотная часть 3-го уровня также путем цифровой свертки с фильтром  $\tilde{f}_3(n)$  преобразуется в одну из составляющих сигнала  $\tilde{x}(t)$ , соответствующую полосе частот от  $\omega_3$  до  $\omega_2$ . Обе последовательности суммируются, подвергаются интерполяции и свертке с исходным вейвлет-фильтром реконструкции  $\tilde{h}(n)$ . После этого получается сигнал, спектр которого принадлежит полосе частот от 0 до  $\omega_2$ . Составляющая искомого сигнала, принадлежащая полосе частот от  $\omega_2$  до  $\omega_1$ , получается путем свертки коэффициентов разложения, соответствующих второму уровню, с фильтром  $\tilde{f}_2(n)$ . После этого производится суммирование с частью сигнала, полученной на предыдущем шаге, и свертка результата с фильтром  $\tilde{h}(n)$ . Таким образом восстанавливается часть искомого сигнала, принадлежащая полосе частот от 0 до  $\omega_1$ . Аналогично добавляется последняя частотная полоса от  $\omega_1$  до  $\omega_0$ , в результате получается искомый скорректированный сигнал.

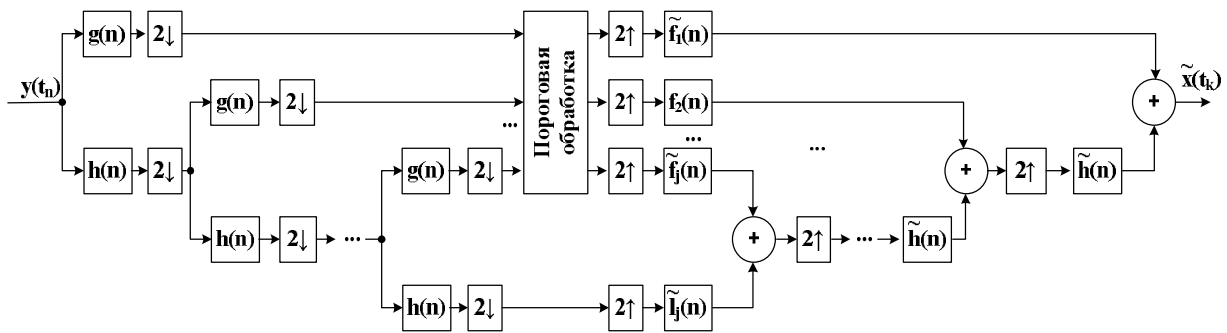


Рис. 4. Схема цифрового фильтра корректирующего оператора

## Результаты моделирования работы корректирующего оператора

Работоспособность корректирующего оператора проверена путем математического моделирования. Для проверки методики был сформирован сигнал, характерный для ударных испытаний конструкций  $x(t)$  (рис. 5). В качестве модели СИТ взято звено второго порядка:

$$W_{\text{СИТ}}(\omega) = \frac{1}{T_1 p^2 + T_2 p + 1},$$

где  $T_1 = \sqrt{10}$ ,  $T_2 = 10$  относительных единиц времени, равных периоду дискретизации сигнала.

В результате моделирования получен выходной сигнал СИТ  $y(t)$  (рис. 5). Для построения оператора коррекции выбран вейвлет Добеши db 10.

Он имеет три производных, поэтому вполне подходит для коррекции искажений, вызванных инерционными свойствами выбранной модели СИТ.

После обработки сигнала  $y(t)$  был получен скорректированный входной сигнал СИТ  $x_{\text{кор}}(t)$ , который практически совпадает с входным сигналом  $x(t)$  с точностью до погрешности вычисления (рис. 6).

Моделирование производилось на сигнале, не содержащем шум, поэтому его результаты демонстрируют лишь принципиальную работоспособность предлагаемого метода коррекции. Фильтрация шума в аппарате вейвлет-преобразования осуществляется методами пороговой обработки коэффициентов. Выбор эффективного метода пороговой обработки позволит достичь минимума погрешности коррекции.

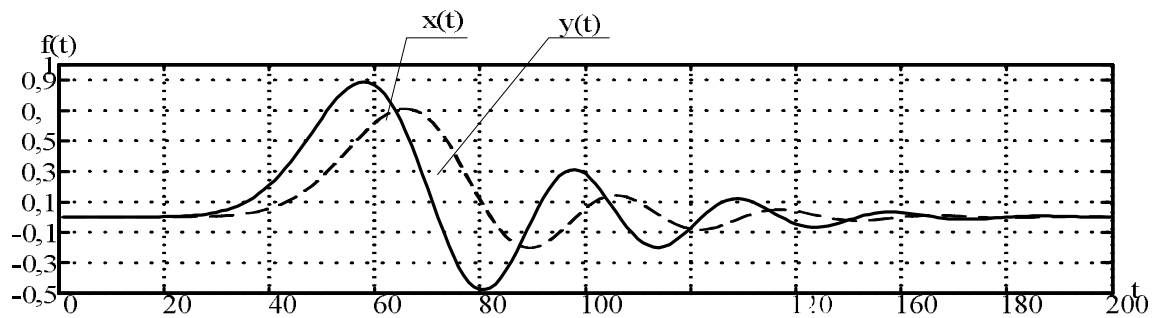


Рис. 5. Графики входного и выходного сигналов заданной модели СИТ

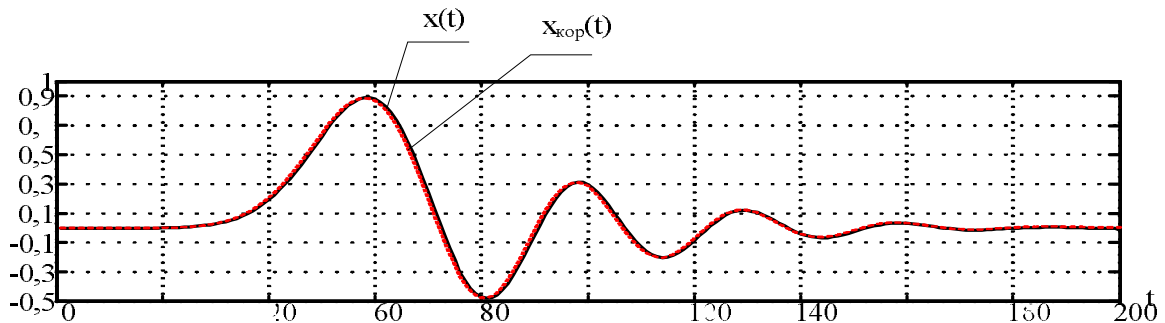


Рис. 6. Результаты коррекции выходного сигнала

## Заключение

Построение корректирующего оператора для обработки результатов измерений динамических процессов с использованием аппарата вейвлет-преобразования по физической сути аналогично применению метода спектрального окна. Однако в этом случае не нужно дополнительно определять ширину окна при обработке нестационарных сигналов, так как этот аппарат предполагает для обработки набор фильтров разной ширины.

Предлагаемая структура корректирующего оператора предполагает итерационное разложение сигнала посредством блоков вейвлет-фильтров анализа ортогональных вейвлетов, при этом сохраняются свойства шума, что позволяет выполнять пороговую обработку коэффициентов на основании априорной информации о свойствах сигнала и помех. Операция коррекции выполняется на этапе реконструкции с помощью блоков фильтров, полученных путем умножения частотного образа фильтров реконструкции выбранного вейвлета на характеристи-

ку обратного оператора СИТ. Оператор коррекции, построенный в базисе вейвлет-функций, будет устойчивым, если выбранный базис подходит для данной модели СИТ, т.е. скорость роста обратного оператора в частотной области не превышает скорость затухания вейвлет-фильтров. Работа корректирующего оператора проверена на сигнале, имитирующем кратковременный ударный процесс. Результаты коррекции позволяют рекомендовать данный метод для практического использования при обработке сигналов измерительных систем.

### Литература

1. Система информационного обеспечения испытаний рельсового подвижного состава / А.В. Донченко, В.Р. Распопин, С.Д. Речкалов, Л.Ю. Снитко, С.Д. Сычев // Пикад. – 2006. – № 2. – С. 30-34.

2. Корниенко-Мифтахова И.К. Структура построения мобильной системы для исследования ди-

намических характеристик конструкций / И.К. Корниенко-Мифтахова // Матеріали VII міжнародної науково-технічної конференції „АВІА-2006”. – К.: НАУ, 2006. – Т. 1. – С. 22.73-22.76.

3. Солопченко Г.Н. Принцип минимального модуля в задаче реконструкции сигнала измеряемой величины / Г.Н. Солопченко // Измерительная техника. – 2001. – № 8. – С. 12-15.

4. Манойлов В.В. Развитие методов обработки информации в масс-спектрометрии для изотопного и элементного анализа: автореф. дис. ... доктора техн. наук: 01.04.01 / Манойлов Владимир Владимирович; Институт аналитического приборостроения. – СПб., 2007. – 31 с.

5. Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в Matlab / Н.К. Смоленцев. – М.: LVR Пресс, 2005. – 304 с.

6. Новиков Л.В. Обработка сигналов на основе ортонормированных квазивейвлетов / Л.В. Новиков // Изв. Вуз. Приборостроение. – 2007. – Т. 50, № 1. – С. 3-10.

Поступила в редакцию 23.01.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. каф. 304 М.Л. Угрюмов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

### СИНТЕЗ ОПЕРАТОРА КОРЕКЦІЇ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИНАМІЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ В БАЗИСІ ОРТОГОНАЛЬНИХ ВЕЙВЛЕТІВ

*Т.В. Бикова*

Запропоновано метод побудови оператора корекції результатів динамічних вимірювань в базисі ортогональних вейвлетів з метою підвищення їх точності. Розроблена структура цифрового фільтра, що реалізує алгоритм корекції, дозволяє зберегти властивості шуму, який присутній в сигналі, що оброблюється, і відфільтрувати його на основі апріорно одержаної про нього інформації. Стійкість описаного оператора корекції забезпечується правильним вибором вейвлет-функції, який здійснюється на основі інформації про модель вимірювального пристрою. Ефективність роботи запропонованого оператора корекції перевірена методом математичного моделювання.

**Ключові слова:** динамічні вимірювання, динамічна похибка, обернений оператор, оператор корекції, спектральне вікно, ортогональний вейвлет-базис.

### DYNAMIC MEASURING RESULTS CORRECTIVE OPERATOR WITH ORTHOGONAL WAVELET BASIS SYNTHESIS

*T.V. Bykova*

A construction method of a dynamic measuring results corrective operator with orthogonal wavelet basis for the purpose of accuracy increase is offered. A digital filter structure, which corrective algorithm realizes, allows to save noise properties, which attend a signal, and to filter it on the basis of a priori received information. Stability of a described corrective operator is providing by true choice of a wavelet function, which is realizing according to the information about a gauge model. Operating efficiency of a suggested corrective operator is examined by the mathematical simulation method.

**Key words:** dynamic measurements, dynamic error, inverse operator, corrective operator, spectral window, orthogonal wavelet basis.

**Быкова Татьяна Владимировна** – инженер каф. 303, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: maxnumber2@list.ru.