УДК 629.7.054

В.В. КАРАЧУН, В.Н. МЕЛЬНИК

Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина

ВОЛНОВОЕ СОВПАДЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ ЕГО ПРОЯВЛЕНИЯ

Упругое взаимодействие пластин конечных размеров с акустическим излучением приводит к появлению особенностей их динамического состояния. Осмысление этого явления и аналитическое описание механизма воздействия звуковых волн создает условия для учета этих особенностей в натурных условиях. С помощью двойного тригонометрического ряда авторами раскрываются причины возникновения волнового совпадения, а также более общего явления – пространственно - частотного резонанса. Описывается степень влияния физико-механических свойств пластины и рассеяния звуковой энергии при изгибном движении пластины. Создана необходимая теоретическая база для анализа причин возникновения особенностей резонансного типа в плоских элементах, которая позволяет в дальнейшем выбрать пути борьбы с этим проявлением.

Ключевые слова: *волновое совпадение, пространственно-частотный резонанс, неполный пространственно-частотный резонанс*

Введение

Постановка проблемы и ее связь с научно-техническими задачами. Имитационное моделирование процесса акустического воздействия на механические системы привело к упрощениям, в результате которых теоретические и стендовые исследования стали приводить к не согласующимся выводам, прежде всего касающихся возникновения локальных особенностей. Это явилось побудительной причиной обеспечения более полного соответствия имитационного моделирования имеющимся реалиям эксплуатационных условий.

Вынужденные изгибные колебания плоских тел конечных размеров можно выявить с помощью метода, изложенного в работе [1]. Суть его состоит в представлении волнового воздействия и прогиба пластины двойным рядом по нормальном функциям в прямоугольной области. Этот метод имеет наиболее простую математическую интерпретацию, но, вместе с тем, позволяет достаточно глубоко исследовать динамику тел ограниченных размеров.

Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. Изучение динамических свойств систем с распределенными параметрами при акустическом нагружении проводилось, как правило, в рамках задач звукоизоляции и дифракции волн на ограждающих конструкциях. К примеру, вопросы изоляции однослойных и многослойных плоских элементов изучались в работах [2, 3], влияние щелей и отверстий, в частности, – в работе [4]. Вопросы расчета устойчивости и прочности при колебаниях пластин различных геометрических форм решались в работах [5, 6], отражение звука тонкими пластинами – в монографии [7], дифракция звуковых волн на щелях бесконечного экрана конечной толщины – в книге [8], возникновению локальных особенностей в призмах посвящена работа [9].

Постановка задачи данного исследования. Поставим задачу построения такой расчетной модели пластины, которая бы давала возможность разносторонне оценить степень риска появления особенностей резонансного типа в пластине при акустическом нагружении. Описать аналитически и пояснить явление волнового совпадения и других, родственных ему проявлений резонансного типа.

Изложение основного материала с обоснованием полученных научных результатов

Анализ влияния размеров пластин изучим на примере двумерной задачи. Пусть пластина a, ширина b, толщина 2δ постоянна по всей площади и значительно меньше других геометрических размеров, т.е имеют место равенства: $2\delta \le a$, $2\delta << b$.

Материал пластины считаем абсолютно упругим, однородным и изотропным по всей площади. Длину генерируемой изгибной волны предполагаем превышающей шестикратную ее толщину, что позволит, как известно, воспользоваться уравнениями движения тонких пластин. Акустическое поле примем диффузным.

С учетом малости прогибов W_i пластины при акустическом нагружении, по сравнению с ее толщиной, боковые грани элемента площади длины d_y и ширины d_x, выделенного на расстоянии z от срединной плоскости xOy, можно предполагать параллельными плоскостям xOz и yOz и перпендикулярными срединной плоскости пластины во все время движения.

Какой бы функцией координат x и y ни был прогиб W пластины, его всегда можно представить в прямоугольной области двойным рядом по нормальным функциям, т.е.

$$W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}, \qquad (1)$$

где $m = 1, 2, ..., n = 1, 2, ...$ - числа полуволн изгиба соответственно вдоль осей x и y; $W(x, y)$ - смещение точки пластины с координатами (x, y) в направлении оси z; $W_{mn} = W_{mn}(t)$.

Легко видеть, что каждый член ряда (1) удовлетворяет граничным условиям вида:

$$\begin{aligned}
&[W]_{x=0} = \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right]_{x=0} = 0;\\
&[W]_{x=a} = \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right]_{x=a} = 0;\\
&[W]_{y=0} = \left[\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right]_{y=0} = 0;\\
&[W]_{y=b}\left[\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right]_{y=b} = 0.
\end{aligned} \qquad (2)$$

Принимая во внимание (1), можно вычислить максимальную потенциальную энергию Π_0, накопленную при изгибной деформации пластины. Для этого достаточно определить максимальное значение потенциальной энергии $d\Pi_0$ элементарного участка пластины, а затем полученное выражение проинтегрировать по двум измерениям –

$$\begin{aligned}
\Pi_0 = \frac{D}{2}\int_0^a\int_0^b\Bigg[&\left(\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial y^2}\right)^2 +\\
&+2\delta\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial x^2}\times\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial x^2} + \\
&+2(1-\sigma)\left(\frac{\partial^2 W(x,y)}{\partial x\,\partial y}\right)\Bigg]dx\,dy,
\end{aligned} \qquad (3)$$

где $D = E(2\delta)^3\left[12(1-\sigma)\right]^{-1}$ – цилиндрическая жесткость пластины, E – модуль упругости; σ – коэффициент Пуассона.

Величину максимальной кинетической энергии T_0 поперечных колебаний пластины можно определить по формуле

$$T_0 = 2^{-1}\omega^2\mu\int_0^a\int_0^b W^2(x, y)dx\,dy, \qquad (4)$$

где μ – масса единицы площади пластины; ω – круговая частота.

Применив теперь общее уравнение динамики

$$\delta W = \delta W_{mn}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}, \qquad (5)$$

получим дифференциальные уравнения движения пластины в главных координатах при свободных колебаниях:

$$\mu\ddot{W}_{mn} + D\pi^4\left[\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right]^2 W_{mn} = 0, \qquad (6)$$

где $\pi^2\left(\frac{D}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right] = \omega_{mn}$ – собственная частота колебаний, а также при вынужденных колебаниях:

$$\mu\ddot{W}_{mn} + D\pi^4\left[\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right]^2 W_{mn} = Q_{m_1 n_1}, \qquad (7)$$

где $Q_{m_1 n_1}$ имеет тот физический смысл, чтобы произведение $Q_{m_1 n_1}\delta W_{mn}$ представляло собой виртуальную работу, например, падающей звуковой волны давления $P(x, y)$, представленной также в виде (1):

$$P(x, y) = \sum_{m_1=0}^{\infty}\sum_{n_1=0}^{\infty} P_{m_1 n_1}\sin\frac{m_1\pi x}{a}\sin\frac{n_1\pi y}{b}, \qquad (8)$$

где m_1, n_1 – числа полуволн давления, приходящихся, на длину и ширину пластины соответственно; $P_{m_1 n_1}$ – амплитуда звукового давления соответствующей формы.

Таким образом, если на пластину падает звуковая волна $P_1(x, y, z, t)$, то виртуальная работа δA определится формулой –

$$\delta A = \int_0^a\int_0^b P_1(x, y, z, t)\delta W_{mn}\sin\frac{m_1\pi x}{a}\sin\frac{n_1\pi y}{b}dx\,dy. \qquad (9)$$

Пусть для конкретности

$$\begin{aligned}
&P_1(x, y, t) =\\
&= P_{10}\exp i\left\{\omega t - k\left[x\sin\theta - (y-\delta)\cos\theta\right] + \frac{\pi}{2}\right\},
\end{aligned} \qquad (10)$$

где P_{10} – амплитуда давления; k – волновое число; θ – угол падения волны.

Тогда

$$\delta A = \int_0^a\int_0^b P_1(x, y, t)\sin\frac{m_1\pi x}{a}\sin\frac{n_1\pi y}{b}dx\,dy\delta W_{mn};$$

$$Q_{m_1 n_1} = \int_0^a \int_0^b P_1(x, y,\ t) \sin\frac{m_1 \pi x}{a} \sin\frac{n_1 \pi y}{b} dx\, dy =$$

$$= P_{10} \exp i\left(\omega t - k\delta\cos\theta + \frac{\pi}{2}\right) \exp i \times$$

$$\times\left[k\left(b\cos\theta - a\sin\theta\right)\right]\times \qquad (11)$$

$$\times\begin{bmatrix} S_1 m_1 \pi a^{-1} \exp i\left(ka\sin\theta\right) - \\ S_2 n_1 \pi b^{-1} \exp i\left(kb\cos\theta\right) - S_1 S_2 \end{bmatrix}\times$$

$$\times\left[\left(k\cos\theta\right)^2 + \left(\frac{1}{n_1 \pi b}\right)^2\right]\left[\left(k\sin\theta\right)^2 + \left(\frac{1}{m_1 \pi a}\right)^2\right],$$

где $\qquad S_1 = k\cos\theta\sin n_1\pi - n_1\pi b^{-1}\cos n_1\pi;$

$$S_2 = k\sin\theta\sin m_1\pi + m_1\pi a^{-1}\cos m_1\pi.$$

Если $0 < m_1 << 1, \quad 0 < n_1 << 1$, что соответствует случаю равномерно распределенной нагрузки, то формула (11) преобразуется к виду –

$$Q_{m_1 n_1} = P_{10} ab\left(m_1 n_1\right)^{-1} \times$$
$$\times\left(1 - \cos m_1\pi\right)\left(1 - \cos n_1\pi\right). \qquad (12)$$

Очевидно, что для четных значений m_1 и n_1 $Q_{m_1 n_1}$, а для нечетных

$$Q_{m_1 n_1} = 4P_{10} ab\left(m_1 n_1 \pi^2\right)^{-1}. \qquad (13)$$

Если же, например, в геометрическом центре пластины приложена сосредоточенная гармонически изменяющаяся во времени сила $P_1(t)$ вида $P_1(t) = P_{10}\cos\omega t$, то выражение (11) изменится

$$Q_{m_1 n_1} = P_{10}\cos\omega t \sin\frac{m_1\pi}{2}\sin\frac{n_1\pi}{2}. \qquad (14)$$

Вычислив теперь максимальную работу A_0, выполняемую падающей звуковой волной

$$A_0 = \int_0^a \int_0^b P(x, y) W(x, y) dx\, dy, \qquad (15)$$

можно установить закон изгибных колебаний пластины из условия экстремальных свойств ее при прогибе

$$\frac{\partial}{\partial W_{mn}}\left(T_0 - \Pi_0 + A_0\right) = 0 \qquad (16)$$

(здесь не учтены потери энергии в материале пластины за счет внутреннего трения).

В том случае, когда возникает необходимость учета диссипации энергии, обусловленной внутренним трением, достаточно учесть в формуле (16) работу R_0 этих сил

$$R_0 = \frac{\gamma}{2}\gamma\int_0^a \int_0^b W^2(x, y) dx dy =$$

$$= \frac{\mu}{8}\omega_{mn}^2 \eta ab \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}^2, \qquad (17)$$

где $\gamma = \mu\eta\omega_{mn}^2$ - коэффициент внутреннего трения, η – коэффициент потерь.

Условие (16) экстремальности в этом случае преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial W_{mn}}\left(T_0 - \Pi_0 + A_0 - R_0\right) = 0. \qquad (18)$$

Пространственно-частотный резонанс. Пусть $m_1 = m$ и $n_1 = n$, что соответствует совпадению числа полуволн акустического давления и генерируемой в пластине вибрации по двум направлениям – вдоль оси x $\left(m_1 = m\right)$ и вдоль y $\left(n_1 = n\right)$.

Тогда после подстановки (1) и (10) в (3), (4), (13) имеем:

$$\Pi_0 = Dab\pi^4 \cdot 8^{-1}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2 W_{mn};$$

$$T_0 = \frac{1}{8}\omega^2 \mu ab \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}^2; \qquad (19)$$

$$A_0 = \frac{ab}{4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} W_{mn}.$$

Из условия экстремальности (16), с учетом (19), получаем для каждой пары индексов m и n:

$$W_{mn} = P_{mn}\left[\mu\left(\omega_{mn}^2 - \omega^2\right)\right]^{-1}, \qquad (20)$$

где значения круговой частоты собственных колебаний ω_{mn} определяются приведенной выше формулой.

Подставляя (11) в (7) получаем закон изгибных колебаний пластины на $m\,n$ – й форме при непрерывном воздействии звукового давления в интервале – $\left[0, t\right]$, причем изгибное движение включает в себя как вынужденные, так и собственные перемещения:

$$W\left(x, y,\ t\right) = \omega_{mn}^{-1}\int_0^t Q_{mn}\mu^{-1}\sin\omega_{mn}\left(t - t_1\right)dt_1 =$$

$$= P_{10}\exp i\left\{\omega t + k\left[\left(b - \delta\right)\cos\theta - a\sin\theta\right] + \frac{\pi}{2} + \mathrm{tg}\varphi(t)\right\}\times$$

$$\times\left\{\begin{bmatrix} S_1 m\pi a^{-1}\exp i\left(ka\sin\theta\right) - \\ -S_2 n\pi b^{-1}\exp i\left(kb\cos\theta\right) - S_1 S_2 \end{bmatrix} + mn\pi^2\left(ab\right)^{-1}\right\}\times \qquad (21)$$

$$\times\begin{Bmatrix} \mu\left(\omega_{mn}^2 - \omega^2\right)\left[\left(k\cos\theta\right)^2 + \left(n\pi b^{-1}\right)^2\right]\times \\ \times\left[\left(k\sin\theta\right)^2 + \left(m\pi a^{-1}\right)^2\right] \end{Bmatrix}^{-1}.$$

Окончательно определяем закон изгибных колебаний прямоугольной пластины без учета диссипации энергии в материале:

$$W(x,y,\ t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}W_{mn}\left(x,y,t\right)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}=$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}P_{10}\rho(t)\begin{cases}\mu\left(\omega_{mn}^{2}-\omega^{2}\right)\times\\ \times\left[\left(k\cos\theta\right)^{2}-\left(n_{1}\pi b^{-1}\right)^{2}\right]^{\times}\end{cases}$$

$$\times\left[\left(k\sin\theta\right)^{2}+\left(m\pi a^{-1}\right)^{2}\right]\Bigg\}\times$$

$$\times\left\{\left[S_{1}m\pi a^{-1}\exp i\left(ka\sin\theta\right)-S_{2}n\pi b^{-1}\times\right.\right. \tag{22}$$

$$\times\exp i\left\{\omega t+k\left[\left(b-\delta\right)\cos\theta-a\sin\theta\right]+\frac{\pi}{2}+\mathrm{tg}\varphi(t)\right\}\times$$

$$\times\left\{\left[S_{1}m\pi a^{-1}\exp i\left(ka\sin\theta\right)-S_{2}n\pi b^{-1}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\exp i\left(kb\cos\theta\right)-S_{1}S_{2}\right]+mn\pi^{2}\left(ab\right)^{-1}\right\}\times$$

$$\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b},$$

где
$$\rho(t)=\begin{bmatrix}\left(\cos\omega t-\cos\omega_{mn}t\right)^{2}+\\ +\left(\sin\omega t-\omega\omega_{mn}^{-1}\sin\omega_{mn}t\right)^{2}\end{bmatrix}^{\frac{1}{2}};$$

$$\mathrm{tg}\varphi(t)=\left(\sin\omega t-\omega\omega_{mn}^{-1}\sin\omega_{mn}t\right)\times\left(\cos\omega t-\cos\omega_{mn}t\right)^{-1}.$$

Для пластин ограниченных размеров изгибные колебания могут быть представлены в виде суперпозиции вынужденных колебаний в пластине неограниченной протяженности и свободных колебаний, возникающих в данной пластине с учетом ее размеров.

Если импеданс на $m\,n$ – й форме представить в виде

$$Z_{mn}=P_{mn}V_{mn}^{-1}=$$
$$=i\omega\mu\left[\left(C_{n}c^{-1}\sin\theta\right)^{4}-\left(\omega_{mn}\omega^{-1}\right)^{2}\right], \tag{23}$$

то очевидно, что даже при выполнении условия волнового совпадения $C_n=c\sin^{-1}\theta$, но при отсутствии равенства частот собственных колебаний ω_{mn} пластины конечных размеров и частот вынужденных колебаний ω неограниченной по протяженности пластины, прогибы будут иметь конечную величину. Акустически прозрачной она станет лишь при одновременном выполнении равенств

$$C_n=c\sin^{-1}\theta;\ \text{ и }\ \omega_{mn}=\omega. \tag{24}$$

Неполный пространственно-частотный резонанс. В отличие от рассмотренного ранее, изучим случай, когда $m_1=m$, а $n_1\neq n$. Это означает, что при этих условиях точно совпадают узловые линии $m_1\,n_1$ – ой и $m\,n$ – ой форм падающей звуковой волны давления и изгибной волны, но только в направлении оси x (если $m_1\neq m$, а $n_1=n$, то совпадение линий узлов будет в направлен оси y).

Если падающая волна давления имеет вид (8), то после подстановки (9), получаем величину прогиба пластины при непрерывном воздействии звукового давления, включая вынужденные и собственные колебания –

$$W(x,y,\ t)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}W_{mn}\left(x,y,t\right)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}=$$

$$=P_{10}\rho(t)\begin{cases}\mu\pi\left(\omega_{mn}^{2}-\omega^{2}\right)\times\left(n_{1}-n_{1}^{2}\right)\times\\ \times\left[\left(k\cos\theta\right)^{2}-\left(n_{1}\pi b^{-1}\right)^{2}\right]\times\end{cases}$$

$$\times\left[\left(k\sin\theta\right)^{2}+\left(m\pi a^{-1}\right)^{2}\right]\Bigg\}\times \tag{25}$$

$$\left.\times\exp i\left(kb\cos\theta\right)-S_{1}S_{2}\right]+mn\pi^{2}\left(ab\right)^{-1}\Big\}\times$$

$$\exp i\left\{\omega t+\left[k\left(b-\delta\right)\cos\theta-a\sin\theta\right]+\frac{\pi}{2}+\mathrm{tg}\varphi(t)\right\}\times$$

$$\times 2n\sin n_{1}\pi\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}.$$

Анализ показывает, что при одновременном равенстве $n_1=n$ и $\omega=\omega_{mn}$ имеет место пространственно-частотный резонанс, приводящий к неограниченному возрастанию амплитуды изгибных колебаний. Если выполняется лишь одно из равенств, то проявляется один из резонансов – пространственный $(n=n_1)$ или частотный $(\omega=\omega_{mn})$.

Очевидно, что при $n_1=\frac{1}{2}$ и далее для последующих нечетных значений $\left(\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{7}{2}\right)$ и т.д. величина прогиба пластины максимальна. При $n_1=1,2,\ldots$ изгиб пластины равен нулю.

Кроме отмеченных особенностей, обращают на себя следующие при $x=\frac{a}{m}$ и $y=\frac{b}{n}$ изгиб пластины равен нулю. Эти уравнения определяют линии узлов.

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Проведенные исследования убедительно подтверждают эффективность метода двойных тригонометрических рядов для глубокого изучения возмущенного движения пластин под действием акустической волны. со всей очевидностью просматривается механизм упругого взаимодействия и открываются широкие возможности прогнозирования возникновения особенностей резонансного типа – пространственно-частотного резонанса, пространственного и неполного пространственно-частотного резонанса.

Перспективными дальнейшими исследованиями могут быть задачи учета диссипация энергии излучения, условия возникновения антирезонансных проявлений и анизотропность материала.

Литература

1. *Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле: пер. с англ. / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Унвер. – М: Машиностроение, 1985. – 472 с.*
2. *Боголепов И.И. Промышленная звукоизоляция / И.И. Боголепов. – Л.: Судостроение, 1986. – 368 с.*
3. *Заборов В.И. Теория звукоизоляции ограждающих конструкций / В.И. Заборов. – М.: Стройиздат, 1962. – 116 с.*
4. *Никольский В.Н. Звукоизоляция крупнопанельных зданий / В.Н. Никольский, В.И. Заборов. – М.: Изд-во литературы по строительству, 1964. – 241 с.*
5. *Буйвол В.Н. Колебания и устойчивость деформируемых систем в жидкости / В.Н. Буйвол; ин-т механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины. – К.: Наук. думка, 1975. – 187 с.*
6. *Писаренко Г.С. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии / Г.С. Писаренко. О.Е. Богинич. – К.: Наук. думка, 1982. – 220 с.*
7. *Лямшев Л.М. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками / Л.М. Лямшев. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 73 с.*
8. *Шендеров Е.Л. Дифракция звука на щелях в экране конечной толщины / Е.Л. Шендеров // Акустический журнал. – 1964. – № 10, вып.3 – С. 359-367.*
9. *Гринченко В.Т. .Гармонические колебания и волны в упругих телах: монография / В.Т. Гринченко, В.В. Мелешко. – К: Наук. думка. 1981. – 283 с.*

Поступила в редакцию 12.04.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Рыжков, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.

ХВИЛЬОВЕ СПІВПАДАННЯ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЙОГО ПРОЯВУ

В.В. Карачун, В.М. Мельник

Пружна взаємодія пластин скінчених розмірів з акустичним випромінюванням призводить до появи особливостей їх динамічного стану. Урозуміння цього явища і аналітичний опис механізму впливу звукових хвиль створює умови для врахування цих особливостей за натурних умов. За допомогою подвійного тригонометричного ряду авторами з'ясовуються причини виникнення хвильового співпадання, а також більш узагальненого явища – просторово-частотного резонансу. Встановлюється ступінь впливу фізико-механічних властивостей пластини та розсіяння звукової енергії при згинному русі пластини. Створене необхідне теоретичне підґрунтя для аналізу причин виникнення особливостей резонансного типу в плоских елементах, яке дозволить в подальшому обрати шляхи боротьби з цим проявом.

Ключові слова: хвильове співпадання, просторово-частотний резонанс, неповний просторово-частотний резонанс.

THE WAVE COINCIDENCE AND PARTICULARS HIS SHOW

V.V. Karachun, V.N. Mel'nick

Elastic interaction of finite size plates with acoustic radiation leads to the appearance of features of their dynamic state. Realization of this phenomenon and analytical description of the mechanism of sound waves influence creates conditions for the incorporation of these features under natural conditions. Using double trigonometric series authors determined the cause of the wave matches appearance, and more generalized phenomenon of spatial-frequency resonance. The degree of influence of physical and mechanical properties of plate and dispersion of the sound energy under the flexion movement of the plate are determined. The necessary theoretical foundation for analyzing the causes of the resonance type features in planar elements, which will let to choose ways of this occasion control was created.

Key words: wave matching, spatial-frequency resonance, incomplete spatial-frequency resonance.

Карачун Владимир Владимирович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой биотехники и инженерии Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, Украина, e-mail: karachun1@gala.net.

Мельник Виктория Николаевна – д-р техн. наук, доцент, доцент кафедры биотехники и инженерии Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, Украина, e-mail: karachun1@gala.net.