

УДК 629.7.03:658.562(045)

Н.С. КУЛИК, А.А. ТАМАРГАЗИН, И.И. ЛИННИК

*Национальный авиационный университет, Киев, Украина*

## СТРАТИФИЦИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ФОРМАЛЬНЫХ СТРУКТУР МОДЕЛЕЙ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

*Приведены результаты исследования по совершенствованию методики построения диагностических моделей современных авиационных газотурбинных двигателей, которые позволяют оценивать их работу, как на стационарных, так и на переходных режимах работы при минимизации вычислительных ресурсов. Предложенный подход обеспечивает постоянную адаптацию математического аппарата автоматизированной системы оценки технического состояния в процессе использования двигателя по назначению, что существенно упрощает принятие решений о дальнейшем эксплуатации конкретного двигателя.*

**Ключевые слова:** авиационный двигатель, техническое состояние, математическая модель, достоверность информации.

### Введение

Проведение работ по разработке и созданию эффективной системы диагностирования серийных типов двигателей в условиях эксплуатации обычно начинается с анализа статистических данных о неисправностях систем и узлов конкретного типа двигателя или его прототипов, имевших место в процессе создания, доводки, летных испытаний и в процессе эксплуатации.

Такой анализ позволяет выбрать множество неисправных состояний двигателя и характерных признаков этих состояний. Исследуя эти состояния, их признаки, а также контролепригодность двигателя, разрабатывают совокупность предписаний о проведении диагностирования или алгоритм диагностирования любого из известного множества неисправных состояний. Естественно, что при разработке алгоритмов оперативного технического диагностирования в условиях эксплуатации необходимо в первую очередь рассматривать неисправные состояния, своевременное определение которых должно быть проведено с высокой вероятностью для обеспечения безопасности полетов. Для этого в настоящее время сбор информации о техническом состоянии авиационных двигателей в основном производится на основе параметров регистрируемых в полете.

Сложность и многоконтурность системы управления современным авиационным двигателем, разнообразие режимов ее работы требуют для рационального построения системы проведения всестороннего многофакторного и комплексного анализа особенностей функционирования газотурбин-

ного двигателя на всех основных эксплуатационных режимах.

Необходимость отработки динамических режимов работы двигателей, законов и логики управления в натурных эксплуатационных условиях, а также достаточно большой технической риск, связанный с доводкой, как узлов двигателя, так и узлов регулирующей аппаратуры, требуют создания инженерного математического метода, позволяющего достаточно точно и оперативно воспроизводить на компьютере все основные режимы работы двигателя с учетом особенностей управления ими.

Математическая модель, давая возможность более обоснованно планировать испытания и повышать информативность их результатов позволяет обеспечить большой экономический эффект при рациональном сочетании экспериментальных и расчетных исследований на стадии летных и стендовых испытаний при доводке двигателя.

### 1. Постановка задачи

Структура и точность математической модели определяются характером задачи, для решения которой они предназначены. Тем не менее, для сопровождения двигателя на протяжении всего его жизненного цикла, наряду с узко специализированными моделями, как двигателя в целом, так и отдельных его систем и узлов, необходимо иметь обобщенную модель всего двигателя, которая позволяет осуществлять увязку специализированных моделей в единый комплекс и которая позволила бы оценивать необходимую степень их точности на разных этапах создания и эксплуатации авиационного двигателя.

Такую модель можно создать, если представить систем и узлы двигателя в виде структурных схем [1 – 5]. При представлении системы и узлов двигателя в виде структурной схемы каждый блок задает одну какую-либо подсистему (элемент)  $A_k$  целостной системы  $A^\Sigma$  (здесь  $k$  – индекс подсистемы). Динамика подсистемы описывается уравнениями в нормальной форме, где в качестве переменных используются переменные состояния системы, ее входные и выходные сигналы (параметры работы). При соединении  $K$  подсистем в целую систему  $A^\Sigma$  указываются: вектор входных сигналов ( $F$ ); вектор выходных сигналов ( $F^*$ ); вектор переменных состояния  $V$ . Вектор  $V$  задается как прямое произведение векторов переменных состояния  $V_k$  сепаратных подсистем  $A_k$ .

В большинстве случаев для газотурбинного двигателя можно предположить, что связи между подсистемами в  $A^\Sigma$  линейные. Тогда можно записать систему уравнений:

$$\begin{aligned} X &= EY + GF; \\ F^* &= JY + CF, \end{aligned}$$

которыми определяется составление  $A^\Sigma$  из подсистем  $A_k$ . Здесь  $E, G, J, C$  – матрицы связи. Элементы этих матриц принимают только три возможных значения:  $(+1)$  – связь положительная;  $(-1)$  – связь отрицательная;  $0$  – нет связи. Векторы

$$\begin{aligned} X &= (x_1, \dots, x_N); \\ Y &= (y_1, \dots, y_M) \end{aligned}$$

строятся, соответственно, на векторах входных и выходных сигналов сепаратных подсистем.

## 2. Решение задачи

Говоря о составных системах модели газотурбинного двигателя, условимся использовать следующие понятия:

– ориентированное множество  $A'$  систем, композиция которого образует составную систему  $A$ , будем называть составом  $A$ , а элементы этого множества – компонентами  $A$ ;

– те из компонент  $A$ , которые сами являются составными системами, назовем комплексами  $A$ ;

Тогда если  $A = A_0$  то составная система

$$A'_0 = \{A_i; i \in k_0\}$$

и общую структуру композиции  $A'_0$  в  $A_0$  будем изображать прадеревом  $K(A_0) = (I, \Gamma)$  с помощью следующего сопоставления:

– корень  $0$  графа  $K(A_0)$  соответствует  $A_0$ :

$$I \supset k_0 = \Gamma 0;$$

– если  $i \in k_0$  и  $A_i$  – элемент  $A_0$ , то  $i$  – висячая вершина  $K(A_0)$ ;

– если  $i$  индексирует комплекс  $A_i$ , имеющий состав

$$A'_i = \{A_m; m \in k_i\},$$

то  $I \supset k_i = \Gamma i; \dots$

Граф  $K(A_0)$  будем далее называть схемой сопоставления многокомпонентной системы  $A_0$ ;

– пусть  $\Sigma$  – множество систем, индексированных по построению  $K(A)$  вершинами из  $I$ . Назовем иерархией составной системы  $A$  верхнюю полуструктуру  $(\Sigma, \leq)$ , изоморфную множеству вершин схемы  $K(A)$  с порядком

$$(i \leq k) \equiv (i \in \Gamma^*(k)),$$

где  $\Gamma^*$  – транзитивное замыкание в  $K(A)$ ;

– введем соответствие между подмножествами  $I$  схемы  $K(A) = (I, \Gamma)$ , полагая, что:

$$(\forall i \in I) \Gamma^*(i) = \begin{cases} i & , \text{ если } \Gamma(i) = 0; \\ \Gamma(i) & , \text{ если } \Gamma(i) \neq 0. \end{cases}$$

Стратой ранга  $l = 1$  составной системы  $A$  будем называть одноэлементное множество

$$\delta_1 = \{A\},$$

а стратой ранга  $l > 1$  – множество систем:

$$\delta_l = \{A_m \in \Sigma : (\forall i)(A_i \in \delta_{l-1}) \cap (m = \Gamma^*(i))\}.$$

Число страт (наибольший ранг страты)  $\delta_l$ , равно наибольшей из длин цепей иерархии составной системы  $A$ .

– страту наибольшего ранга называют элементарным составом  $A$ ;

– составная система  $A$ , для которой указано семейство  $\delta = (\delta_l), l \in L$ , страт иерархии, называется стратифицированной, а процесс построения  $\delta$ -стратификацией  $A$ .

Составные системы могут быть стратифицированы различными способами в зависимости от выбора компонентных составов комплексов страт. В том случае, когда фиксирован элементный состав системы, ее стратификация определяется выбором схемы сопоставления  $K(A)$ ;

– рассматривая компонентный состав системы  $A'$  как страту некоторой иерархии  $A$ , будем называть множество  $A'$  соединением, представляющим  $A$ .

Введенный термин по существу равнозначен понятию ориентированного множества систем, но отличается как от понятия «связанного множества систем», в частности, свободных соединений Заде [1], так и от понятия соединения в операциональном смысле [5]. При построении модели газотурбинного двигателя будем рассматривать соединение как множество совместимых, но раздельно воспринимаемых систем, притом множество, которое вводится применительно к контексту стратификации составных систем.

Задачу стратификации при построении модели будем рассматривать в следующей постановке: пусть задано соединение, которое принято за элементный состав  $A'$  системы  $A$ , указана схема составления  $K(A)$ , требуется построить семейство страт  $\delta$  системы.

Эта задача естественным образом сводится к задаче построения для некоторого соединения  $A'_1$  такого соединения  $A'_2$ , что пару можно рассматривать в качестве двух смежных страт иерархии составной системы. Соответствие соединений  $A'_1$  и  $A'_2$  называется морфизмом соединений, который может быть строго определен для случая линейных стационарных систем, которыми хорошо описывается любое состояние авиационного двигателя.

Пусть заданы множества  $V'_i, i \in m$ , абстрактных функций времени  $T = Z^+$ :

$$V'_i = \begin{cases} X^T, & i \in m_x; \\ Y_i^T, & i \in m_y. \end{cases}$$

определяющие некоторую систему общего вида

$$A \subset \times \{V^*; i \in m\},$$

где  $m_x, m_y$  – множества индексов функций входа и выхода соответственно.

Предположим, что  $(\forall i) X_i, Y_i$  имеют структуру линейного пространства, а система  $A$  допускает представление тройкой линейных отображений  $F, G, H$ , действующих на пространствах  $Q, X, Y$ .  $Q$  это пространство состояний системы  $A$ ;

$$X = \sum_{i \in m_x} \oplus X_i;$$

$$Y = \sum_{i \in m_y} \oplus Y_i$$

– области значений входных и выходных процессов системы;

$$F : Q \rightarrow Q; G : X \rightarrow Q; H : Q \rightarrow Y.$$

Удобным способом записи таких систем является таблица:

$$A = \begin{array}{ccc} & Q & Y \\ A = Q & F & H \\ & X & G & 0 \end{array} \quad (1)$$

Следуя [2], будем называть пару  $(Q, F)$  динамикой системы  $A$ . Динамика  $(Q, F)$  определяет изменение состояний под действием одиночного нулевого сигнала из  $X$ .

Морфизм динамик  $(Q_1, F_1)$  и  $(Q_2, F_2)$  есть линейное отображение  $\varphi$ :

$$Q_1 \rightarrow Q_2.$$

Морфизм систем  $\varphi: A_1 \rightarrow A_2$  ( $A_1, A_2$  задаются в форме (1)) есть морфизм динамик  $\varphi: Q_1 \rightarrow Q_2$ . При этом система  $A_2$  называется образом или моделью системы [3].

Используя результаты полученные в [2] можно доказать, что справедливы равенства :

$$(\forall t \in Z^+) H_1 F_1^t = H_2 F_2^t \varphi;$$

$$H_1 F_1^t G_1 = H_2 F_2^t G_2,$$

откуда следует совпадение полных реакций системы  $A_1$  и ее модели  $A_2$ , находящихся в начальных состояниях  $q_1(0)$  и  $q_2(0) = \varphi q_1(0)$  соответственно при любых входных воздействиях:

$$(\forall t) : y(t) = H_1 F_1^t q_1(0) + \sum_{k=0}^{t-1} H_1 F_1^{t-k-1} G_1 X(k).$$

Состояния  $q_1(0)$  и  $q_2(0)$  называются эквивалентными в пространстве состояний  $A_1$  и  $A_2$ . Аналогично состояния  $q_1(0)$  и  $q'_1(0)$  системы  $A_1$ , для которых имеет место совпадение реакций  $A_1$  при произвольных входных воздействиях, называются эквивалентными в пространстве  $Q_1$ .

При построении модели газотурбинного двигателя можно ограничиться рассмотрением только эпиморфизмов систем, т. е. будем иметь в виду модели систем, для каждого состояния которых найдется хотя бы одно эквивалентное состояние в пространстве состояний моделируемой системы и наоборот. Не имеющую эквивалентных состояний модель системы называют минимальной формой.

Примем число блоков системы  $A$  или, что для нас одно и то же, число компонент в составе  $A'$  системы  $A$  равным  $k$ , а число связей –  $m$ . Обозначим  $l$  – отрезок целых чисел,  $k = \{i : 1 \leq i \leq k\}$ ,  $n = k \cup \{0\}$ ,  $m = \{i : 1 \leq i \leq m\}$ ,  $0 \leq i \leq n$ ,  $n = k + m$ . Индексируем блоки числами из  $k$ , а связи – числами из  $m$ . Индекс 0 приписывается окружению («среде») системы  $A$ .

Введем на  $I$  унарные операции  $\rho, \pi$ , задающие инцидентность блоков и связей, полагая при этом, что:

– для любого  $i \in n$  имеется равенство  $\rho i = \pi i = i$ ;

– для любого  $i \in m$  индексами  $\rho i, \pi i$  являются числа из  $n$ , задающие индексы компонент начала и соответственно конца связи, помеченной  $i$ .

Индекс 0 полагается выделенным элементом  $I$ .

Используя эти обозначения строится схема составной системы  $A$  с помощью алгебры

$$C = (1, 0, \rho, \pi),$$

которую, обычно, называют схемой системы. Каждой дуге схемы поставим в соответствие линейное пространство. Обозначим через  $V$  семейство линейных пространств:

$$V = \{V_k : k \in m\}.$$

Каждой вершине схемы, кроме 0, поставим в соответствие абстрактную линейную систему вида (1). Обозначим семейство этих систем

$$A = \{A^m: m \in k\}$$

и будем задавать каждую  $A^m$  уравнениями стандартного вида

$$\begin{aligned} q(t+1) &= Fq(t) + Gx(t); \\ Y(t) &= Hq(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Матрицы в (2) отвечают одноименным морфизмам в (1).

Соединением систем  $A$  будем называть пару

$$A' = (E, C),$$

состоящую из двойки  $E = (A, V)$  семейств  $A = \{A^m\}$ ,  $V = \{V_k\}$  и схемы  $C = (I, 0, \rho, \pi)$ , связанных между собой условиями:

$$\begin{aligned} (\forall m \in k) X_m &= \sum_{\forall i(\pi i=m)} \oplus V_i; \\ Y_m &= \sum_{\forall i(\rho i=m)} \oplus V_i. \end{aligned}$$

### Заключение

Опыт использования предложенного подхода при создании математической модели современного авиационного двигателя показал возможность повысить достоверность его диагностирования, как на

стационарных, так и на переходных режимах работы. При этом достигалась минимизация вычислительных ресурсов, что особенно важно при построении индивидуальных систем контроля технического состояния авиационных газотурбинных двигателей.

### Литература

1. Заде Л. Теория линейных систем. Метод пространства состояний / Л. Заде, Ч. Дезоер. – М.: Наука, 1970. – 704 с.
2. Технология системного моделирования / Под ред. А. А. Вавилова. – Л.: ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина), 1982. – 64 с.
3. Жилин Д.М. Теория систем / Д.М. Жилин. – Л.: Изд-во ЛКИ, 2007. – 184 с.
4. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – М.: изд-во Професси, 2003. – 752 с.
5. Алексеев В.Е. Графы. Модели вычислений. Структуры данных: учебник / В.Е. Алексеев, В.А. Таланов. – Нижний Новгород: изд-во ННГУ, 2005. – 307 с.

Поступила в редакцию 28.05.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедры авиационных двигателей А.Г. Кучер, Национальный транспортный университет, Киев.

### СТРАТИФІЦІРОВАНІЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ ФОРМАЛЬНИХ СТРУКТУР МОДЕЛЕЙ АВІАЦІЙНИХ ДВИГУНІВ

*М.С. Кулик, О.А. Тамаргазін, І.І. Ліннік*

Наведені результати досліджень із удосконалення методики побудови діагностичних моделей сучасних авіаційних газотурбінних двигунів, які дозволяють оцінювати їх роботу, як на стаціонарних, так і на перехідних режимах роботи при мінімізації розрахункових ресурсів. Запропонований підхід забезпечує постійну адаптацію математичного апарату автоматизованої системи оцінки технічного стану в процесі використання двигуна за призначенням, що суттєво спрощує прийняття рішень про подальшу експлуатацію конкретного двигуна.

**Ключові слова:** авіаційний двигун, технічний стан, математична модель, вірогідність інформації.

### THE STRATIFIED APPROACH TO CONSTRUCTION OF FORMAL STRUCTURES OF AIRCRAFT ENGINES MODELS

*N.S. Kulik, A.A. Tamargazin, I.I. Linnik*

Outcomes of research on perfection of a technique of construction of diagnostic models of modern aviation gas-turbine engines which allow to size up their activity, both on stationary, and on activity transient regimes are resulted at minimisation of computing resources. The offered approach ensures constant adaptation of a mathematical apparatus of the automated system of an estimation of an engineering condition in the course of propeller use to destination, that essentially simplifies a decision making about further maintenance of the particular propeller.

**Key words:** aircraft engine, engineering condition, mathematical model, consistency of information.

**Кулик Николай Сергеевич** – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедры авиационных двигателей Национального авиационного университета, Киев, Украина.

**Тамаргазин Александр Анатольевич** – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедры технологий аэропортов Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: avia\_icao@mail.ru.

**Линник Иван Иванович** – канд. техн. наук, заведующий кафедры Института воздушного транспорта Национального авиационного университета, Киев, Украина.