

УДК 681.2 (043.2)

Т.С. МІЦАЙ, М.А. ТИМОФІЄВА

*Національний авіаційний університет, Київ, Україна***АЛГОРИТМ РУХУ МОБІЛЬНОГО РОБОТА ВЗДОВЖ ЗАДАНОЇ ТРАЄКТОРІЇ**

*Проведено аналітичний огляд існуючих алгоритмів керування автономним мобільним роботом. Виявлено, що всі розглянуті алгоритми мають недоліки, пов'язані з неможливістю організувати рух по широкому спектру траєкторій, в результаті чого стає неможливо організувати переміщення мобільного робота вздовж заданої траєкторії. В роботі була розроблена автоматизована система керування мобільним роботом, що може переміщатися з однієї точки зовнішнього середовища в іншу по розрахунковій траєкторії з заданою траєкторною швидкістю. Також розроблено алгоритм організації руху мобільного робота в навколишньому просторі.*

**Ключові слова:** мобільний робот, планування траєкторії, зовнішнє середовище, модель руху, система керування, цільова функція.

**Вступ**

Загальна процедура конструювання систем керування мобільним роботом (МР) передбачає організацію його цілеспрямованого пересування і зводиться до оперативного вирішення як мінімум трьох задач: адекватного сприйняття інформації про зовнішнє середовище і внутрішній стан об'єкту; планування оптимальної траєкторії переміщення МР в певному середовищі; ефективного виконання роботом дій, що були сплановані в реальному середовищі [1].

Тому, структурна організація МР передбачає існування сенсорної підсистеми, що включає датчики зовнішньої інформації (лазерні далекоміри, системи навігації, телевізійні камери і т.п.); блоку датчиків внутрішньої інформації (датчики кутів повороту виконуючих пристроїв, датчики кутів швидкостей коліс, осей і т.п.); блоку планування переміщень в просторі зовнішніх координат відповідно до вибраного критерію (нейронні мережі, системи прийняття рішень, системи знань, програмні траєкторії і т.д.); механічної системи робота; виконуючих пристроїв робочих органів, що здійснюють переміщення механічної системи і впливають на зовнішнє середовище та блоку тактичного керування, що забезпечує переміщення про траєкторії, за допомогою синтезованих алгоритмів керування [2].

Надалі набір координат, що однозначно описує положення МР в просторі зовнішніх (зв'язаних, базових, інерційних, абсолютних) координат називатимемо вектором зовнішніх координат  $u$ , а набір безпосередньо керованих координат – вектором внутрішніх координат  $z$ .

В роботі [3] представлені алгоритми керування

МР і відповідна їм структурна схема, яка складається з блоку планування переміщення робота в просторі зовнішніх координат, блоку визначення знаку лінійної швидкості, блоку обчислення тригонометричних функцій, двох блоків додавання і трьох блоків перемножування.

Відомий алгоритм керування МР з автомобільною конструкцією візка, що дозволяє врахувати динамічні властивості МР, а отже, дозволяє підвищити точність відпрацьованих траєкторій без введення додаткових вимог щодо траєкторної швидкості.

Також розроблено експоненціальний алгоритм керування, що дозволяє організувати рух МР уздовж траєкторій, що представлені відрізками прямих і дугами кіл із заданою траєкторною швидкістю.

Але всі ці алгоритми не дозволяють досягти бажаного результату. Причини, що перешкоджають цьому полягають в наступному: одержані алгоритмічні рішення не дозволяють організувати рух по широкому спектру траєкторій із заданою траєкторною швидкістю і здійснити переміщення робота вздовж заданої траєкторії в задану точку позиціонування. Запропоновані алгоритми керування не враховують впливу динамічних ефектів на якість відпрацювання заданих траєкторій. Тобто, з одного боку, запропонована в даних роботах організація рухів звужує функціональні можливості робота, а з іншою – не відпрацьовує додаткову динамічну похибку, що визначається інерційними властивостями робота.

**Постановка задачі**

Проаналізувавши описані вище алгоритми систем керування МР, була поставлена задача розроблення системи керування мобільним роботом, що

може переміщатись з однієї точки середовища в іншу по розрахованій траєкторії з заданою контурною (траєкторною) швидкістю. А також підвищення точності планування траєкторії руху робота та розширення його функціональних можливостей.

**Розв’язання задачі**

Нехай математична модель мобільного робота буде представлена наступними нелінійними диференціальними рівняннями:

$$\dot{z} = F(z, r) + B(z) \cdot U; \tag{1}$$

$$\dot{y} = M(y, z, b) = (M_1, M_2, \dots, M_m)^T, \tag{2}$$

де  $z$  – вектор внутрішніх координат,  $z \in R^n$ ;  $F(z)$  – вектор-функція нелінійних компонентів, що визначає особливості динаміки робота;  $r$  – вектор змінних параметрів робота,  $r = r' \pm [\Delta r^+, \Delta r^-]$ , де  $r'$  – вектор відомих номінальних значень параметрів,  $\Delta r^\pm$  – визначають відомий діапазон зміни параметрів відносно своїх номінальних значень;  $B(z)$  – невідроджена  $(n \times n)$ -матриця коефіцієнтів керування;  $U$  –  $n$ -вектор керування;  $y$  – вектор координат положення МР в просторі,  $y \in R^m$ ;  $M(y, z, r)$  – вектор-функція статичних нелінійностей, що визначає положення і орієнтацію робота в базовій системі системи координат.

Нехай матриця Якобі моделі (2)

$$R = \frac{\partial M^*}{\partial z^T}, \tag{3}$$

що є похідною вектора-стовпця зовнішніх координат по вектору-рядку внутрішніх координат, має ранг, рівний  $n$ , тобто  $\text{rang} R = n$ , тут  $M^* = (M_1, M_2, \dots, M_n)^T$ .

Розглянемо задачу контурного керування МР, коли необхідно організувати рух робота вздовж заданої траєкторії з заданою траєкторною швидкістю.

Нехай розрахункова траєкторія руху МР на горизонтальній площині задається квадратичними формами від зовнішніх координат  $y_1$  і  $y_2$ :

$$\sum_1 = y^{*T} N_1^1 y^* + N_2^1 y^* + N_3^1 = 0, \tag{4}$$

тут  $y^* = (y_1, y_2)^T$ ;

$$N_1^1 = \begin{vmatrix} a_{11}^1 & 0 \\ 0 & a_{22}^1 \end{vmatrix}; N_2^1 = [a_{31} \quad a_{41}]; N_3^1 = [a_{51}].$$

Сформулюємо вимоги щодо швидкості руху МР вздовж траєкторії (4) в вигляді швидкісного багатovidу

$$\sum_a = \dot{y}^{*T} \dot{y}^* - V_k^2 = 0, \tag{5}$$

де  $V_k$  – контурна швидкість, що визначається завданням.

Швидкість руху МР відносно траєкторії (4) визначається рівністю

$$\sum_2 = zy^{*T} N_1^1 \dot{y}^* + N_2^1 \dot{y}^* = 0. \tag{6}$$

Очевидно, що значення контурної швидкості  $V_k$  має задовольняти умові  $V_k \leq V_{\max}$ , де  $V_{\max}$  – максимальна контурна швидкість, що визначається енергетичними можливостями приводів МР.

Тоді траєкторний  $\Psi_T$  і швидкісний  $\Psi_C$  підбагатовиди можуть бути сформовані в вигляді вектору

$$\Psi_T = \begin{vmatrix} \Sigma_1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \Psi_C = \begin{vmatrix} \Sigma_2 \\ \dot{y}^{*T} \dot{y}^* - V_k^2 \end{vmatrix} = 0 \tag{7}$$

та відповідно багатовид  $\Psi$ , що відображає вимоги до руху МР в його фазовому просторі, може бути представлений їх лінійною комбінацією в такому векторному вигляді

$$\Psi = \Psi_T + A \Psi_C = \begin{vmatrix} \Sigma_1 \\ 0_1 \end{vmatrix} + A \begin{vmatrix} zy^{*T} N_1^1 + N_2^1 \\ \dot{y}^{*T} \end{vmatrix} \dot{y}^* + AV = 0, \tag{8}$$

де  $A$  – додатньо визначена матриця постійних коефіцієнтів, що задаються,  $\dim A = (n \times n)$ ;  $0_1$  –  $(1 \times n)$ -вектор нульових коефіцієнтів;

$$V = (0_1 - V_k^2)^T.$$

При збільшенні розмірності простору функціонування МР траєкторний багатовид  $\Psi_T$  доповнюється багатовидом виду (4), що описує додаткові обмеження на траєкторію руху робота, до розмірності  $n-1$ . В якості додаткових багатовидів можуть бути задані обмеження на кути орієнтації робота. Відповідно до (7) буде збільшена і розмірність швидкісного багатовиду  $\Psi_C$ .

Щоб досягти бажаних станів системи, задамо динаміку замкнутої системи у вигляді диференціального рівняння

$$C \Psi_C = \Psi = 0, \tag{9}$$

де  $C$  – додатньо визначена  $(n \times n)$ -матриця постійних коефіцієнтів, що задаються.

Розв’язком рівняння (9) є вираз

$$\Psi = \Psi_0 e^{-t/C}, \tag{10}$$

де  $\Psi_0$  – відхилення від багатовиду (8) в початковий момент часу  $t_0 \in t$ , тут  $t$  – час розв’язання поставленої перед МР задачі, що сформульована багатовидом (8).

Підставивши модель МР (1), (2) і вираз (8) у рівняння (9) і розв’язавши останнє відносно вектору керуючих впливів  $U$ , отримаємо

$$U(z, y) = -[k_1 RB]^{-1} [k_1 (RF + LM^*) + k_2 M^* + k_3]; \quad (11)$$

$$L = \frac{\partial M^*}{\partial y^T}, \quad (12)$$

$$\text{де } k_1 = CA \begin{vmatrix} D_1 \\ zy^{*T} \end{vmatrix}, \quad k_2 = A \begin{vmatrix} D_1 \\ \dot{y}^{*T} \end{vmatrix} + C \begin{vmatrix} D_1 \\ 0_1 \end{vmatrix} + CA \begin{vmatrix} 2\dot{y}^{*T} N_1^1 \\ 0_1 \end{vmatrix};$$

$$k_3 = \begin{vmatrix} \Sigma_1 \\ 0_1 \end{vmatrix} + AV; \quad D_1 = 2y^T N_1^1 + N_1^2, \quad C, \quad A, \quad N_1^1, \quad N_2^1,$$

$N_3^1, V$  – матриці та вектори постійних коефіцієнтів відповідних розмірностей;  $L$  – матриця Якобі моделі (2), що є похідною вектора-стовпця зовнішніх швидкостей по вектору-рядку внутрішніх координат  $y$ .

Алгоритм (11) дозволяє організувати рух МР вздовж бажаних траєкторій, що задаються квадратичними формами зовнішніх координат  $y^*$  з матричними коефіцієнтами  $N_1^1, N_2^1, N_3^1$  з постійною контурною швидкістю  $V_k$ . При цьому величина контурної швидкості  $V_k$  визначається вимогами до продуктивності МР з однієї сторони і енергетичними можливостями приводів МР з іншої.

Розглянемо розв'язання задачі синтезу позиційного регулятора, що забезпечує пересування МР з довільної точки фазового простору зовнішніх координат в задану точку  $y_f^*$  з нульовою кінцевою швидкістю.

Сформулюємо цільові функції, що відповідають поставленій задачі в вигляді наступних рівнянь:

$$y^* = y_f^*, \quad \dot{y}^* = \dot{y}_f^* = 0, \quad (13)$$

де  $y_f^*, \dot{y}_f^*$  –  $(n \times 1)$ -вектори відповідно координати точки позиціонування та значення зовнішньої швидкості в ній.

Відповідно, траєкторні  $\Psi_T$  і швидкісні  $\Psi_C$  багатовиди можуть бути представлені в вигляді:

$$\Psi_T = y^* - y_f^* = 0, \quad \Psi_C = \dot{y}^* = 0, \quad (14)$$

а їх лінійна комбінація

$$\Psi = y^* - y_f^* + A\dot{y}^* = 0, \quad (15)$$

де  $A$  –  $(n \times n)$ -матриця, що має той же сенс, що і в виразі (8) і є лінійним перетином умов (14) в фазовому просторі керованого об'єкта.

Задамо бажану динаміку замкнутої системи у вигляді диференціального рівняння виду (9).

Підставивши модель МР (1), (2) і вирази (14), (15) у рівняння (9) і, розв'язавши останнє відносно вектора керуючих впливів  $U$ , отримаємо

$$U(z, y) = -[CARB]^{-1} [CARF + (C + A + CAL)M^* + y^* - y_f^1], \quad (16)$$

де  $R, L, M^*$  і  $M$  мають той же зміст, що і в (11).

Представлений алгоритм позиційного керування так само, як і алгоритм (11) вимагає відповідної сенсорної підтримки (вимірювання координат  $y$  і  $z$ ) і завдяки розв'язанню (10) гарантує переміщення МР в задану точку простору зовнішніх координат.

Очевидно, що керування (11) і (16) мають загальну структуру, при чому керування (16) є частковим випадком алгоритму (11).

Відзначена загальна структура алгоритмів позиційного (16) і контурного (11) керування дозволяє розробити загальні принципи побудови відповідних систем керування. Крім того, узагальнена структура регулятора дозволяє побудувати ефективні алгоритми позиційно-контурного керування, коли вимагається перемістити МР з довільної точки простору зовнішніх координат в задану точку, вздовж бажаної траєкторії, без введення додаткових вимог до контурної швидкості.

У будь-якій з представлених постановок задач доцільним формувати траєкторні  $\Psi_T$  і швидкісні  $\Psi_C$  багатовиди у вигляді таких векторів:

$$\Psi_T = |\Sigma_i| = |y^{*T} N_1^i y^* + N_2^i y^* + N_3^i| = 0;$$

$$\Psi_C = \left| \frac{D_j}{D_n + \dot{y}^{*T} M_e} \right| \dot{y}^* + \left| \frac{0_j}{-V_k^2} \right| = 0, \quad (17)$$

$$j = \overline{1, n-1}, \quad \dim \Psi_T = \dim \Psi_C = n,$$

де  $n$  – розмірність вектору керувань;  $M_e$  –  $(n \times n)$ -матриця,  $\text{diag} M_e = e$ ;  $D_i$  – допоміжна матриця відповідної розмірності,  $D_i = 2y^T N_1^i + N_2^i$ ;  $i = \overline{1, n}$ .

При розв'язанні задач контурного керування, в загальному випадку,  $N_1^i \neq 0$ ,  $N_2^i \neq 0$ ,  $N_3^i = 0$ ,  $N_1^n = 0$ ,  $N_2^n = 0$ ,  $N_3^n = 0$ ,  $M_e = E$ ,  $V_k \neq 0$ , де  $E$  – одинична матриця відповідної розмірності, і вирази для траєкторних і швидкісних багатовидів, що побудовані на основі рівняння (17), співпадатимуть з представленими у виразі (7).

При розв'язанні задач позиційного керування  $N_1^i = 0$ ,  $N_2^i = E$ ,  $N_3^i = y_f^{*i}$ ,  $M_e = 0$ ,  $V_k = 0$  і вирази для траєкторних і швидкісних багатовидів, що побудовані на основі рівняння (17), співпадатимуть з представленими у виразі (14).

У разі розв'язання позиційно-контурної задачі,  $\Sigma_j$ , може задавати бажану траєкторію руху, а  $\Sigma_n$  – одну з координат точки позиціонування. При цьому  $M_e = 0, V_k = 0$ .

Використовуючи викладені вище процедури формування бажаних багатовидів в просторі зовнішніх координат отримаємо наступний алгоритм позиційно-траєкторного керування

$$U(z, y) = -[k_1 RB]^{-1} [k_1 RF + (k_2 + k_1 L)M^* + k_3], \quad (18)$$

де  $k_1 = CA \begin{vmatrix} D_j \\ N_2^n + zy^* M_e \end{vmatrix}, \quad k_3 = |\Sigma_i| + AV,$

$$k_2 = (C + A)|D_i| + CA \begin{vmatrix} 2y^* N_1^j \\ 0_1 \end{vmatrix},$$

а індекси  $i, j, n$  мають той же зміст, що  $i$  у виразі (17).

При цьому необхідна умова додатньої визначеності матриць  $C$  і  $A$  виконується при  $\text{diag}C = \text{diag}A = s_i > 0$ .

### Висновок

В роботі були запропоновані алгоритми керування, які не вимагають наявності блоку кінематичних перетворень, не потребують наявності апроксимуючих пристроїв і інтерполаторів в структурі системи керування роботом, що дозволяє уникнути відповідних складових похибок завдання, що пов'язані

з наближеністю розрахунків і, отже зменшити похибку відпрацювання спланованих траєкторій руху, тобто підвищити точність руху робота.

Розширення функціональних можливостей полягає в тому, що запропоновані алгоритми залежно від поставленої задачі дозволяють здійснити переміщення робота упродовж заданої траєкторії в задану точку без введення додаткових обмежень щодо траєкторної швидкості.

### Література

1. Каляев А.В. Алгоритм управляющей структуры транспортного робота / А.В. Каляев, В.П. Носков, Ю.В. Чернухин // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1980. – № 4. – С. 64-72.
2. Нейрокомпьютеры и интеллектуальные роботы / Н.М. Амосов и др.; под ред. Н.М. Амосова. – К. : Наукова думка, 1991. – 272 с.
3. Sordalen O.J. Exponential control law for a mobile robot: extension to path following / O.J. Sordalen, C. Canudas de Wit // IEEE Transaction on Robotics and Automation. – 1993. – Vol. 6 (9). – P. 837-842.

Надійшла до редакції 20.05.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.П. Квасніков, Національний авіаційний університет, Київ.

### АЛГОРИТМ ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА ВДОЛЬ ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ

*Т.С. Мицай, М.А. Тимофеева*

Проведен аналитический обзор существующих алгоритмов управления автономным мобильным роботом. Выявлено, что все рассмотренные алгоритмы имеют недостатки, связанные с невозможностью организовать движение по широкому спектру траекторий, в результате чего становится невозможным организовать перемещение мобильного робота вдоль заданной траектории. В работе была разработана автоматизированная система управления мобильным роботом, что может передвигаться из одной точки внешней среды в другую по отработанной траектории с заданной траекторной скоростью. Также разработан алгоритм организации движения мобильного робота во внешней среде.

**Ключевые слова:** мобильный робот, планируемая траектория, внешняя среда, модель движения, система управления, целевая функция.

### THE ALGORITHM OF THE MOBILE ROBOT'S MOVEMENT ALONG THE SET TRAJECTORY

*T.S. Mitsai, M.A. Tymofiyeva*

An analytical review of existing algorithms for autonomous mobile robot control is conducted. It is discovered, that all considered algorithms have disadvantages related to impossibility to organize motion on the wide spectrum of trajectories, as a result it is impossible to organize moving of mobile robot along the set trajectory. In this article the automated system of mobile robot's management was developed, that can move from one point of external environment in other on a calculation trajectory with the set trajectory speed. The algorithm of mobile robot's movement is also developed in surrounding space.

**Key words:** mobile robot, planned trajectory, external environment, model of motion, control system, objective function

**Мицай Тетяна Сергіївна** – аспірант факультету інформаційних технологій Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: tanusha\_m\_\_@mail.ru.

**Тимофієва Марина Андріївна** – аспірант факультету інформаційних технологій Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: tma1l@mail.ru.