

УДК 621.825

С.Н. СОЛОВЬЕВ, А.Н. ГУРСКИЙ

*Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСТАЧИВАНИЯ С АКТИВНОЙ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОЙ МУФТОЙ-ДЕМПФЕРОМ

*Проанализированы современные конструкции борштанг для точного растачивания отверстий, с использованием в качестве демпфирующего элемента магнитореологических жидкостей. Рассмотрена математическая модель расточки точных деталей с применением магнитореологической муфты-демпфера. Исходя из условий работы, борштанги предложена оптимальная конструкция магнитореологической муфты-демпфера с цилиндрическим рабочим зазором. Проанализирована и упрощена модель Навье-Стокса для описания течения магнитореологической жидкости в цилиндрическом рабочем зазоре. Предложена обобщенная система дифференциальных уравнений при растачивании, которую в дальнейшем рекомендуется решать с помощью численных методов.*

**Ключевые слова:** магнитореологическая жидкость, магнитореологическая муфта, магнитореологический демпфер, виброконтроль, борштанга, растачивание

### Постановка проблемы

Современные станки с ЧПУ и обрабатывающие центры все больше усложняются, поэтому применение магнитореологических жидкостей (МРЖ) в быстросрабатывающих механизмах целесообразно и оправданно. Одними из перспективных механизмов с МРЖ являются системы виброконтроля с адаптивной системой слежения при обработке точных деталей и станки-гексаподы с платформой Стюарта [1 – 4].

В работах [1, 2] коллективом немецких авторов описывается адаптивная система для сверления глубоких особо точных отверстий. Мехатронная система состоит из вращающегося шпинделя сверлильного или расточного станка, на который смонтировано устройство адаптивного слежения (магнитореологическая муфта (МРМ)), ведущей частью которой является патрон для крепления инструмента, датчиков вибрации, усилителя сигнала, микроконтроллера и компьютера, обрабатывающего информацию и подающего управляющие сигналы на микроконтроллер.

В работе [2] приведен способ расточки, при котором невращающаяся борштанга помещена в демпфер поперечных колебаний.

С целью расширения поля демпфирования колебаний на основе устройств предложенных в работах [1 – 3], разработана эскизная конструкция борштанги, которая имеет возможность демпфировать крутильные, поперечные и продольные колебания. Рабочий момент от привода до резца передается через цилиндрическую МРМ.

**Целью настоящей работы** является разработ-

ка математической модели растачивания с активной магнитореологической муфтой способной демпфировать крутильные, продольные и поперечные колебания.

### Решение проблемы

Схема растачивания рис. 1 может быть представлена динамической моделью растачивания, рис. 2. Данная модель описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений перемещения режущей кромки

$$\begin{cases} M_X \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + C_X \cdot \frac{\partial X}{\partial t} + k_X \cdot X = -F_X; \\ M_Z \cdot \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + C_Z \cdot \frac{\partial Z}{\partial t} + k_Z \cdot Z = -F_Z, \end{cases} \quad (1)$$

где  $M_X \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}$ ,  $M_Z \cdot \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}$  – силы инерции колебательной системы;  $M_X$ ,  $M_Z$  – обобщенные массы колебательной системы;  $\frac{\partial X}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial Z}{\partial t}$  – скорость перемещений колебательной системы;  $C_X$ ,  $C_Z$  – обобщенные коэффициенты трения (коэффициенты демпфирования);  $k_X$ ,  $k_Z$  – обобщенные коэффициенты жесткости системы;  $F_X$ ,  $F_Z$  – составляющие силы резания, которые действуют на систему;  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – система координат.

Учитывая, что резец с ведомой частью борштанги образует жесткую цельную часть можно считать, что все колебания будут происходить

непосредственно в рабочем зазоре МРМ заполненной магнитоэологической жидкостью (МРЖ).

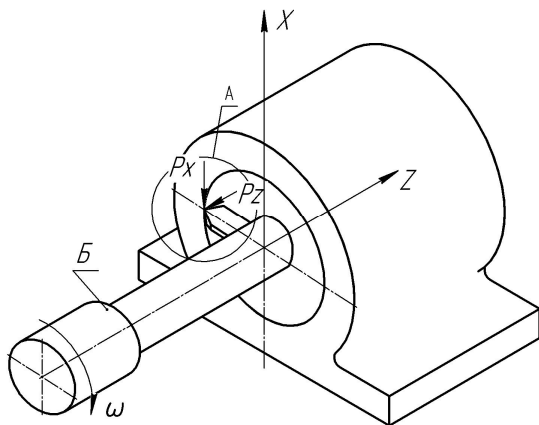


Рис. 1. Схема растачивания корпусной детали:  
а – зона резания;  
б – схематическое изображение МРМ

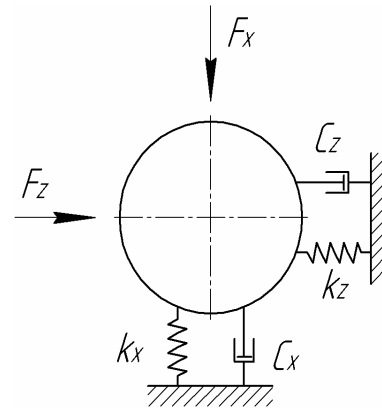


Рис. 2. Динамическая модель растачивания

Движение МРЖ в рабочем зазоре можно описать, упрощая уравнения Навье-Стокса, [5, 6]. В общем случае, для косога зазора, когда  $(\alpha \neq 0^\circ)$  локальная координатная система (рис. 3) описывается следующими параметрами:

Разрез А-А

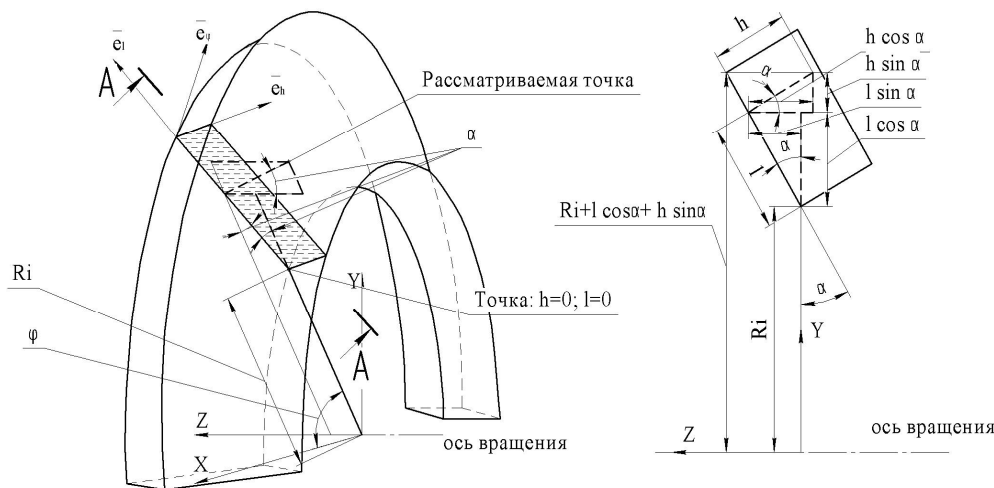


Рис. 3. Координатная система в рабочем зазоре МРМ

Исходя из рисунка, геометрические связи:

$$\begin{cases} x = \cos \varphi (R_i + l \cos \alpha + h \sin \alpha); \\ y = \sin \varphi (R_i + l \cos \alpha + h \sin \alpha); \\ z = l \sin \alpha - h \sin \alpha. \end{cases} \quad (2)$$

После того как все части уравнений Навье-Стокса про дифференцированы [5, 6], можно провести компоновку уравнений в направлениях  $l, h, \varphi$  (3):

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial l} + v \frac{\partial u}{\partial h} - \frac{w^2 \cos \alpha}{A} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} + \\ + \frac{\eta}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial l^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial h^2} + \frac{1}{A} \left( \cos \alpha \frac{\partial u}{\partial l} + \sin \alpha \frac{\partial u}{\partial h} \right) - \right. \\ \left. - \frac{u \cos^2 \alpha + v \sin \alpha \cos \alpha}{A^2} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial l} + v \frac{\partial v}{\partial h} - \frac{w^2 \sin \alpha}{A} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial h} + \\ + \frac{\eta}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial l^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial h^2} + \frac{1}{A} \left( \cos \alpha \frac{\partial v}{\partial l} + \sin \alpha \frac{\partial v}{\partial h} \right) - \right. \\ \left. - \frac{v \cos^2 \alpha + u \sin \alpha \cos \alpha}{A^2} \right]; \\ u \frac{\partial w}{\partial l} + v \frac{\partial w}{\partial h} + w \left( \frac{u \cos \alpha + v \sin \alpha}{A} \right) = \\ = \frac{\eta}{\rho} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial l^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial h^2} - \frac{w}{A^2} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $A = R_i + l \cos \alpha + h \sin \alpha$ .

Для решения уравнений (3) независимо от абсолютных габаритов области решения, приводим уравнения к безразмерному виду. При этом исполь-

зуюем следующие величины: базовая длина – толщина зазора  $S$ , исходная скорость –  $\Omega R_a$ , где  $R_a = R_i + l_{\max} \cos \alpha$  (максимальный радиус по внутренней стороне, т.е.  $h = 0$ ),  $\Omega$  – угловая скорость стороны вращающейся с большей скоростью,  $\rho(\Omega R_a)^2$  – исходное давление.

Исходя из этого, безразмерные координаты в системе зазора будут выглядеть:

$$L = \frac{l}{S}; H = \frac{h}{S}; U = \frac{u}{\Omega R_a};$$

$$V = \frac{v}{\Omega R_a}; W = \frac{w}{\Omega R_a}. \quad (4)$$

Уравнения Навье-Стокса можно упростить оценкой и учетом величин второстепенных размеров.

Так как основное направление движения жидкости по окружности, то порядок величины:  $W = O(1)$ , дальше нужно принять:  $R^* = \sin \alpha = \cos \alpha = O(1)$ , где  $O$  – функция – «градация по степени влияния»,  $\varepsilon^2 < \varepsilon < 1$ .

При использовании муфт с МРЖ одним из основных требований является достижение большого передаваемого крутящего момента, при приемлемой и допустимой величине управляющего тока, поэтому целесообразно длину рабочего зазора проектировать больше чем толщина зазора. Основным положением служит рациональное распределение индукции электромагнитного поля по всему рабочему зазору, при этом повышается рациональное использование свойств МРЖ.

Поэтому конструктивная схема данной муфты, описывается авторами [5] в данной работе не рассматривается. Данная схема муфты в условиях виброконтроля не нашла применения.

Для целей виброконтроля и демпфирования колебаний применима схема, в которой длина зазора  $L$  соизмерима или больше радиуса  $R_i$ . При этом можно принять последовательность:

$$\text{радиус зазора} = \text{длина зазора} \gg \text{толщина зазора}$$

$$\Rightarrow R_i^* = O(1); L = O(1); H = O(\varepsilon^2); V = O(\varepsilon^2)$$

оценки для уравнения непрерывности, в результате которой получим:

$$\frac{U}{O(1)} + \frac{O(\varepsilon^2)}{O(\varepsilon^2)} + \frac{O(1)}{O(1)} = 0 \Rightarrow U = O(1),$$

$$Re > 1 \Rightarrow \frac{1}{Re} = O(\varepsilon).$$

Величина давления влияет максимально.

Тогда для уравнения Навье-Стокса в 1-направлении:

$$O(1) \frac{O(1)}{O(1)} + O(\varepsilon^2) \frac{O(1)}{O(\varepsilon^2)} - \frac{O(1)O(1)}{O(1)} =$$

$$= -\frac{O(?)}{O(1)} + O(\varepsilon) \left[ \frac{O(1)}{O(1)O(1)} + \frac{O(1)}{O(\varepsilon^2)O(\varepsilon^2)} + \right];$$

$$+ \left[ \frac{O(\varepsilon) + O\left(\frac{1}{\varepsilon^3}\right) + \left( O(\varepsilon) + O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \right) - O(\varepsilon) - O(\varepsilon^3)}{O(1)O(1)} \right] \times O(\varepsilon^3);$$

$$O(\varepsilon^3) + O(\varepsilon^3) - O(\varepsilon^3) =$$

$$= -O(?) + \left[ \frac{O(\varepsilon^4) + O(1) + \left( O(\varepsilon^4) + O(\varepsilon^2) \right) - O(\varepsilon^4) - O(\varepsilon^6)}{O(1)O(1)} \right];$$

$$\frac{\partial P}{\partial L} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial H^2}. \quad (5)$$

Аналогично проводится оценка доминирующих величин для Навье-Стокса в  $h$ -направлении (6):

$$U \frac{\partial V}{\partial L} + V \frac{\partial V}{\partial H} - \frac{W^2 \sin \alpha}{A^*} =$$

$$= -\frac{\partial P}{\partial H} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial L^2} + \frac{\partial V^2}{\partial H^2} + \frac{1}{A^*} \left( \cos \alpha \frac{\partial V}{\partial L} + \sin \alpha \frac{\partial V}{\partial H} \right) - \frac{V \cos^2 \alpha + U \sin \alpha \cos \alpha}{(A^*)^2} \right];$$

$$O(1) \frac{O(\varepsilon^2)}{O(1)} + O(\varepsilon^2) \frac{O(\varepsilon^2)}{O(\varepsilon^2)} - \frac{O(1)O(1)}{O(1)} =$$

$$= -\frac{O(?)}{O(\varepsilon^2)} + O(\varepsilon) \left[ \frac{O(\varepsilon^2)}{O(1)O(1)} + \frac{O(\varepsilon^2)}{O(\varepsilon^2)O(\varepsilon^2)} + \frac{1}{O(1)} \left( \frac{O(\varepsilon^2)}{O(1)} + \frac{O(\varepsilon^2)}{O(\varepsilon^2)} \right) - \frac{O(\varepsilon^2) + O(1)}{O(1)O(1)} \right];$$

$$O(\varepsilon^2) + O(\varepsilon^2) - O(1) =$$

$$= -\frac{O(?)}{O(\varepsilon^2)} + \left[ \frac{O(\varepsilon^3) + \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) + \left( O(\varepsilon^3) + O(\varepsilon) \right) - O(\varepsilon^3) - O(\varepsilon)}{O(1)O(1)} \right] \times O(\varepsilon^2);$$

$$O(\varepsilon^4) + O(\varepsilon^4) - O(\varepsilon^4) = -O(?) + \left( O(\varepsilon^5) + O(\varepsilon) + O(\varepsilon^5) + O(\varepsilon^3) - O(\varepsilon^5) - O(\varepsilon^3) \right);$$

$$\frac{\partial P}{\partial H} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 V}{\partial H^2}. \quad (6)$$

Оценка доминирующих величин для Навье-Стокса в φ-направлении (7):

$$U \frac{\partial W}{\partial L} + V \frac{\partial W}{\partial H} + W \left( \frac{U \cos \alpha + V \sin \alpha}{A^*} \right) = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial L^2} + \frac{\partial W^2}{\partial H^2} - \frac{W}{(A^*)^2} \right);$$

$$O(1) \frac{O(1)}{O(1)} + O(\varepsilon^2) \frac{O(1)}{O(\varepsilon^2)} - O(1) \frac{O(1) + O(\varepsilon^2)}{O(1)} =$$

$$= O(\varepsilon) \left( \frac{O(1)}{O(1)O(1)} + \frac{O(1)}{O(\varepsilon^2)O(\varepsilon^2)} - \frac{O(1)}{O(1)O(1)} \right) \times O(\varepsilon^4);$$

$$O(\varepsilon^4) + O(\varepsilon^4) + O(\varepsilon^4) - O(\varepsilon^6) =$$

$$= O(\varepsilon^5) + O(1) - O(\varepsilon^4);$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial H^2} = 0. \quad (7)$$

Проведя оценку величин, система уравнений Навье-Стокса примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial L} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 U}{\partial H^2}; \\ \frac{\partial P}{\partial H} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 V}{\partial H^2}; \\ \frac{\partial^2 W}{\partial H^2} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Вариант, при котором длина рабочего зазора намного больше радиуса рабочего зазора, не рассматривается в связи с и трудностью изготовления МРМ и МРТ данной компоновки.

Анализируя расширенную математическую модель уравнений Навье-Стокса, можно сделать вывод, что на определение и вывод статического и динамического передаваемого момента второй член системы не влияет, поскольку передача происходит при вращательном сдвиговом движении (наибольшее влияние оказывает член системы  $\frac{\partial^2 W}{\partial H^2} = 0$ ).

Однако при использовании МРМ и МРТ в качестве демпферов крутильных, продольных и поперечных колебаний, второй член системы уравнений будет влиять существенно.

Исходя из того что применяется цилиндрическая компоновка муфты,

$$\alpha = 0, \sin \alpha = 1, \cos \alpha = 0,$$

система уравнений Навье-Стокса примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial L} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 U}{\partial H^2}; \\ \frac{\partial P}{\partial H} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 V}{\partial H^2}; \\ \frac{\partial^2 W}{\partial H^2} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Обобщенная координатная система движения магнитоэологической жидкости при растачивании представлена на рис. 4.

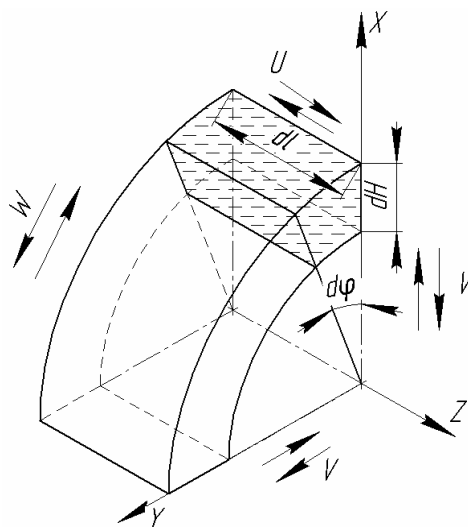


Рис. 4. Движение МРЖ во время расточки

Обобщенная система дифференциальных уравнений примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial L} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 U}{\partial H^2}; \\ \frac{\partial P}{\partial H} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 V}{\partial H^2}; \\ \frac{\partial^2 W}{\partial H^2} = 0; \\ M_X \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + C_X \cdot \frac{\partial H}{\partial t} + k_X \cdot H = -F_X; \\ M_Z \cdot \frac{\partial^2 L}{\partial t^2} + C_Z \cdot \frac{\partial L}{\partial t} + k_Z \cdot L = -F_Z. \end{cases} \quad (10)$$

Систему уравнений целесообразно решать с помощью численных методов.

### Выводы

Разработана конструкция борштанги с использованием магнитоэологической жидкости. Рассмотрена модель продольных, поперечных и кру-

тильных колебаний для расточной борштанги. Выведена система дифференциальных уравнений движения элемента магнито-реологической жидкости в рабочем зазоре магнито-реологической муфты-демпфера. В дальнейшем планируется решать данную систему уравнений с помощью численных методов.

### Литература

1. Weinert K. *Adaptronic Chatter Damping System for Deep Hole Drilling* / K. Weinert, M. Kersting [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: [http://www.smartmachiningsystems.com/Papers/P30\\_NI\\_ST\\_adaptronic\\_chatter\\_damping\\_system\\_rew.pdf](http://www.smartmachiningsystems.com/Papers/P30_NI_ST_adaptronic_chatter_damping_system_rew.pdf). – 2.05.2008.
2. [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: [http://www.maschinenmarkt.vogel.de/themen/kanaele/produktion/spanende\\_fertigung/articles/169925/](http://www.maschinenmarkt.vogel.de/themen/kanaele/produktion/spanende_fertigung/articles/169925/).
3. Weinert K. *Adaptronic Chatter Damping System for Deep Hole Drilling* [Электронный ресурс]/

K. Weinert, M. Kersting. – Режим доступа к ресурсу: [http://www.isf.de/en/literatur/artikel/paper\\_695.html](http://www.isf.de/en/literatur/artikel/paper_695.html). – 2.05.2008

4. *Steward platform. Application of smart fluid dampers in this field* / Alexandru Boltosi, Adrian Chiriac, Ramona Nagy, Liviu Bereteu // *Fascicle of Management and Technological Engineering*. – 2008. – Volume VII (XVII). – P. 107-114.

5. Lampe D. *Untersuchungen zum Einsatz von magnetorheologischen Fluiden in Kupplungen* / D. Lampe // *Dissertation, Technischen Universität Dresden*. – 2000.

6. Соловьев С.Н. Особенности передачи крутящего момента в магнито-реологических муфтах / С.Н. Соловьев, А.Н. Гурский // *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. пр.* – Дніпропетровськ: Дніпропетровський національний університет, 2009. – Вип. 13. – 296 с.

Поступила в редакцию 23.05.2011

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Г.Ф. Романовский, Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина.

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗТОЧУВАННЯ З АКТИВНОЮ МАГНІТОРЕОЛОГІЧНОЮ МУФТОЮ-ДЕМПФЕРОМ

*С.М. Соловійов, А.М. Гурський*

Проаналізовано сучасні конструкції борштанг для точного розточування отворів, з використанням елементу, що демпфує, магнито-реологічних рідин. Розглянуто математичну модель розточення точних деталей із застосуванням магнито-реологічної муфти-демпфера. Виходячи з умов роботи, борштанги запропонована оптимальна конструкція магнито-реологічної муфти-демпфера із циліндричним робочим зазором. Проаналізована й спрощена модель Нав'є-Стокса для опису течії магнито-реологічної рідини в циліндричному робочому зазорі. Запропоновано узагальнену систему диференціальних рівнянь при розточуванні, яку надалі рекомендується вирішувати за допомогою чисельних методів.

**Ключові слова:** магнито-реологічна рідина, магнито-реологічна муфта, магнито-реологічний демпфер, віброконтроль, борштанга, розточування.

### MATHEMATICAL MODEL BORING WITH ACTIVE MAGNETORHEOLOGICAL DAMPING CLUTCH

*S.N. Solovyov, A.M. Gurskyi*

Modern design boring bar for accurate boring of holes, using as a damping element magnetorheological fluids are analyzed. A mathematical model of the boring with magnetorheological clutch-damper are consider. Based on the work environment, boring bar optimal design magnetorheological clutch-damper with a cylindrical working gap are proposed. Model of Navier-Stokes equations to describe the flow of magnetorheological fluid in a cylindrical working gap are reviewed and simplified. A generalized system of differential equations in boring, which further encouraged to solve using numerical calculations.

**Key words:** magnetorheological fluid, magnetorheological clutch, magnetorheological damper vibration check, boring bar, boring.

**Соловьев Станислав Николаевич** – канд. техн. наук, проф., проф. кафедры технологии судового машиностроения Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина.

**Гурский Андрей Николаевич** – ассистент кафедры технологии судового машиностроения Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, e-mail: andriy.gur@gmail.com.