УДК 629.7.054

В.Н. МЕЛЬНИК, В.В. КАРАЧУН

Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев, Украина

ЦИКЛИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ОБОЛОЧЕК В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Циклически деформируемое напряженное состояние оболочечных фрагментов двигателей летательных аппаратов является не только наиболее часто встречаемым явлением, но и наименее изученным с точки зрения упругого взаимодействия материала с акустическим воздействием. Рассматривается трехмерная задача, дающая перспективы глубокого изучения природы явления. Определяются координатные функции оболочки с учетом особенностей эксплуатационной картины и граничных условий. Решается третья краевая задача упруго-деформированного состояния оболочки, когда ее свойства очерчиваются импедансной структурой. Вводятся корректирующие функции для обеспечения соответствия граничным условиям.

Ключевые слова: *оболочка, координатные функции, циклическое нагружение, акустическое излучение*

Введение

Постановка проблемы и ее связь с научно-техническими задачами. Авиационные двигатели в режиме эксплуатационного использования летательных аппаратов подвергаются интенсивному воздействию мощного акустического излучения. Частота звуковых воздействий достигает 10 кГц, а уровень нагружения превышает 150 дБ. Вполне понятно, что элементная база в этом случае определенным образом реагирует на аэродинамический шум. Природа этой реакции представляется генерируемым в материале упругими перемещениями, которые носят, в общем случае, пространственный характер.

В своей совокупности упруго-напряженное состояние поверхности может привести к возникновению особенностей резонансного типа с последующим появлением необратимых деформаций и трещин. Поэтому, изучение закономерностей упругих перемещений фрагментов поверхности двигателей представляется актуальным, особенно с учетом натурных реалий в виде еще и кинематических и вибрационных нагружений. Наиболее сложными, с точки зрения аналитического описания явлений, представляются оболочечные поверхности, особенности динамики которых при циклическом нагружении требуют глубокого изучения.

Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. Влияние акустических полей на плоские [1, 2] и оболочечные конструкции [3, 4] очерчено, как уже отмечалось, выявлением характера нелинейных колебаний с последующим их влиянием на динамику отдельных узлов [5, 6].

Особый интерес представляет изучение этой проблемы с учетом имеющегося носителя кинетического момента [7, 8]. Как оказалось, в этом случае имеют место гироскопические реакции, степень влияния которых может существенно изменить динамику конструкции [9, 10].

Наиболее опасной, с точки зрения появления колебаний, является плоскость шпангоута, особенно в случае нулевой *гауссовой кривизны* поверхности. Поэтому именно этому аспекту уделено много внимания. Вместе с тем, упругие перемещения поверхности вдоль параллели и в направлении протяженности оболочки требуют не меньшего внимания, особенно при наличии в своем составе быстровращающихся маховиков.

Постановка задачи данного исследования. Рассматривается наиболее сложное взаимодействие акустического излучения с оболочечными фрагментами − циклическое нагружение. Такие условия имеют место, например, у самолетов тактической палубной авиации (ТПА), стратегической бомбардировоч6ной авиации (СБА) и др. Ставится задача определения координатных функций оболочки на основе метода Бубнова – Галеркина с использованием корректирующих функций Кравчука.

Изложение основного материала с обоснованием полученных научных результатов

Принимаем, что поверхность оболочки нагружена произвольным внешним динамическим воздействием (распределенным, или сосредоточенным – в точке, по линии, по площади и т.п.).

Считаем также, что на краях поплавка (z=0, z=1) заданы некоторые граничные условия – кинематические, геометрические или силовые.

Излагаемый метод предусматривает выполнение двух этапов:

– вначале проводится процедура разделения переменных в уравнениях движения при помощи метода Фурье;

– затем используется метод Бубнова-Галеркина.

Поскольку рассматриваются замкнутые оболочки вращения, то в окружном направлении (вдоль параллели) следует ожидать периодичности силовых и кинематических полей, то есть они должны определенным образом зависеть от периодических функций типа $\cos k\varphi$, $\sin k\varphi$ ($k = 0,1,\ldots$). В свою очередь, внешнее динамическое нагружение по трем направлениям может быть и непериодическим по координате φ. Но нагрузки

$$q_i^* = q_i^*(t,z,\varphi)\ , \quad i=\overline{1,3}$$

всегда можно, во всяком случае формально, представить в виде рядов Фурье по координате φ.

Поэтому считаем, что

$$q_i^* = q_i^*(t,z,\varphi) = \sum_{k=0}^{\infty}\left[q_{i,k}^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + q_{i,k}^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right], \quad i=\overline{1,3}. \tag{1}$$

В соответствии с этим и структура координатных функций будет иметь вид:

$$U_z = U_z(t,z,\varphi); \quad U_\varphi = U_\varphi(t,z,\varphi); \quad W = W(t,z,\varphi). \tag{2}$$

Вначале представим их следующим образом:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{z,k}^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right]; \tag{3}$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty}\left[U_{\varphi,k}^{(1)}(t,z)\sin k\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t,z)\cos k\varphi\right]; \tag{4}$$

$$W = \sum_{k=0}^{\infty}\left[W_k^{(1)}(t,z)\cos k\varphi + W_k^{(2)}(t,z)\sin k\varphi\right]. \tag{5}$$

Соотношения (1), (3 – 5) подставим в дифференциальные уравнения

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1+\nu}{2R}\frac{\ell}{R}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z\partial\varphi} - \frac{\nu h}{R}\frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{(1-\nu^2)\ell^2}{Eh^2}q_1 + \frac{(1-\nu^2)\ell^2\rho\omega_0^2}{E}\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}; \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial\varphi^2} - \frac{1-\nu}{2}\frac{R}{\ell}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1+\nu}{2}\frac{R}{\ell}\frac{\partial^2 U_z}{\partial z\partial\varphi} - \frac{\partial W}{\partial\varphi} = -\left(1-\nu^2\right)\frac{R^2}{Eh^2}q_2 + \frac{\rho\omega_0^2 R^2}{E}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}; \tag{7}$$

$$-\frac{\partial^4 W}{\partial z^4} - 2\frac{\ell}{R^2}\frac{\partial^4 W}{\partial z^2\partial\varphi^2} - \frac{\ell^4}{R^4}\frac{\partial^4 W}{\partial\varphi^4} - \frac{\ell^4}{R^4}\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial\varphi^3} - (1-\nu)\frac{\ell^2}{R^2}\frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2\partial\varphi} + 12\nu\frac{\ell^3}{Rh^2}\frac{\partial U_z}{\partial z} + 12\nu\frac{\ell^3}{Rh^2}\frac{\ell^4}{R^2h^2}\frac{\partial U_\varphi}{\partial\varphi} = -\frac{12\left(1-\nu^2\right)}{E}\frac{\ell^4}{h^2}q_3 + 12\left(1-\nu^2\right)\frac{\ell^4}{h^2}\frac{\rho h\omega_0^2}{E}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}. \tag{8}$$

и проведем процедуру разделения переменных методом Фурье для каждого из деформированного состояний.

Группируем слагаемые, содержащие $\cos k\varphi$ и $\sin k\varphi$ и получаем:

продольные перемещения –

$$\frac{\partial^2 U_{z,k}^{(1)}}{\partial z^2} + k\frac{1}{2}(1+\nu)\frac{\ell}{R}\frac{\partial U_{\varphi,k}^{(1)}}{\partial z} - \nu\frac{h}{R}\frac{\partial W_k^{(1)}}{\partial z} = -\frac{1-\nu^2}{E}\frac{\ell^2}{h^2}q_{1,k}^{(1)}(t,z) + \left(1-\nu^2\right)\frac{\rho\omega_0^2 l^2}{E}\frac{\partial^2 U_{z,k}^{(1)}}{\partial t^2},$$
$$k = 0,1,2,3,\ \ldots; \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 U_{z,k}^{(2)}}{\partial z^2} - k\frac{1}{2}(1+\nu)\frac{\ell}{R}\frac{\partial U_{\varphi,k}^{(2)}}{\partial z} - \nu\frac{h}{R}\frac{\partial W_k^{(2)}}{\partial z} = -\frac{1-\nu^2}{E}\frac{\ell^2}{h^2}q_{1,k}^{(2)}(t,z) + \left(1-\nu^2\right)\frac{\rho\omega_0^2 l^2}{E}\frac{\partial^2 U_{z,k}^{(2)}}{\partial t^2},$$
$$k = 0,1,2,3,\ \ldots; \tag{10}$$

окружные перемещения –

$$-\frac{1}{2}(1-\nu)\left(\frac{R}{1}\right)^2\frac{\partial^2 U_{\varphi,k}^{(1)}}{\partial z^2} - k^2 U_{\varphi,k}^{(1)} - k\frac{1}{2}(1+\nu)\left(\frac{R}{1}\right)\frac{\partial U_{z,k}^{(1)}}{\partial z} = -\frac{1-\nu^2}{E}\frac{R^2}{h^2}q_{2,k}^{(1)}(z,t) + \left(1-\nu^2\right)\frac{\rho\omega_0^2}{E}R^2\frac{\partial^2 U_{\varphi,k}^{(1)}}{\partial t^2},$$
$$k = 0,1,2,3,\ \ldots; \tag{11}$$

$$-\frac{1}{2}(1-\nu)\left(\frac{R}{l}\right)^2\frac{\partial^2U_{\varphi k}^{(2)}}{\partial z^2}-k^2U_{\varphi,k}^{(2)}+$$
$$+k\frac{1}{2}(1+\nu)\left(\frac{R}{l}\right)\frac{\partial U_{z,k}^{(2)}}{\partial z}=$$
$$=-\frac{1-\nu^2}{E}\frac{R^2}{h^2}q_{2,k}^{(2)}(z,t)+$$
$$+\left(1-\nu^2\right)\frac{\rho\omega_0^2}{E}R^2\frac{\partial^2U_{\varphi,k}^{(2)}}{\partial t^2},$$
$$k=0,1,2,3,\ ...; \qquad 2)$$

радиальные перемещения –

$$-\frac{\partial^4W_k^{(1)}}{\partial z^4}+k^2 2\left(\frac{1}{R}\right)^2\frac{\partial^2W_k^{(1)}}{\partial z^2}-$$
$$-k^4\left(\frac{1}{R}\right)^4W_k^{(1)}+k^3\left(\frac{1}{R}\right)^4U_{\varphi,k}^{(1)}-$$
$$-k(1-\nu)\left(\frac{1}{R}\right)^2\frac{\partial^2U_{\varphi k}^{(1)}}{\partial z^2}+$$
$$+12\nu\frac{l^3}{Rh^2}\frac{\partial U_{z,k}^{(1)}}{\partial z}+12k\frac{l^4}{R^2h^2}U_{\varphi,k}^{(1)}=$$
$$=\frac{12\left(1-\nu^2\right)}{E}\frac{\ell^4}{h^2}q_{3,k}^{(1)}(z,t)+$$
$$+12\left(1-\nu^2\right)\left(\frac{1}{h}\right)^4\frac{\rho h\omega_0^2}{E}\frac{\partial^2W_k^{(1)}}{\partial t^2},$$
$$k=0,1,2,3,\ ...; \qquad (13)$$

$$-\frac{\partial^4W_k^{(2)}}{\partial z^4}+k^2 2\left(\frac{1}{R}\right)^2\frac{\partial^2W_k^{(2)}}{\partial z^2}-k^4\left(\frac{1}{R}\right)^4W_k^{(2)}-$$
$$-k^3\left(\frac{1}{R}\right)^4U_{\varphi,k}^{(2)}+k(1-\nu)\left(\frac{1}{R}\right)^2\frac{\partial^2U_{\varphi,k}^{(2)}}{\partial z^2}+$$
$$+12\nu\frac{l^3}{Rh^2}\frac{\partial U_{z,k}^{(2)}}{\partial z}-12k\frac{l^4}{R^2h^2}U_{\varphi,k}^{(2)}=$$
$$=\frac{12\left(1-\nu^2\right)}{E}\frac{\ell^4}{h^2}q_{3,k}^{(2)}+$$
$$+12\left(1-\nu^2\right)\left(\frac{1}{h}\right)^4\frac{\rho h\omega_0^2}{E}\frac{\partial^2W_k^{(2)}}{\partial t^2},$$
$$k=0,1,2,3,\ ...; \qquad (14)$$

Обращает внимание тот факт, что при циклическом нагружении уравнения продольных перемещений содержат слагаемое с коєффициентом “k” в первой степени, уравнения для окружных перемещений – два слагаемых с параметром “k”, в одном случае это “k^2”, в другом “k” в первой степени. Наконец, в уравнениях радиального перемещения поверхности присутствуют пять слагаемых с параметром “k”: k, k^2, k^3, k^4.

С увеличением числа циклов, как следует из уравнений движения, на продольное перемещение U_z все большее влияние оказывают окружные перемещения U_φ. Причем это влияние возрастает по линейному закону.

В то же время, на величину окружных перемещений U_φ, в свою очередь, линейно влияют продольные перемещения U_z. Увеличение свободного члена U_φ растет по параболическому закону. Очевидно, что в этом случае наблюдается стремительное увеличение парциальной частоты.

Наиболее заметно влияние увеличения числа циклов на радиальные перемещения W.

Это кубическая зависимость от окружных перемещений U_φ. Кроме того, в четвертой степени растет парциальная частота радиальных перемещений. Пояснение этому факту состоит в значительно меньшей жесткости оболочки в плоскости шпангоута по сравнению с двумя другими направлениями.

Метод *Бубнова-Галеркина для интегрирования уравнений. Корректирующие функции Кравчука.*

Реализация метода состоит в следующем. Отыскиваемые функции $U_{z,k}^{(s)}$, $U_{\varphi,k}^{(s)}$, $W_k^{(s)}$ аппроксимируются в самом общем виде, т.е.

$$U_{z,k}^{(s)}=\sum_{j=0}^{\infty}A_{z,j}^{(sk)}(t)U_{z,j}^{(sk)}(z);$$
$$U_{\varphi,k}^{(s)}=\sum_{j=0}^{\infty}B_{\varphi,j}^{(sk)}(t)U_{\varphi,j}^{(sk)}(z);$$
$$W_k^{(s)}=\sum_{j=0}^{\infty}C_j^{(sk)}(t)W_j^{(sk)}(z), \qquad (15)$$

где $s=1,2$;

$k=0,\ 1,2,\ ...\ ;$

а $\left\{U_{z,j}^{(sk)}(z)\right\}$, $\left\{U_{\varphi,j}^{(sk)}(z)\right\}$, $\left\{W_j^{(sk)}(z)\right\}$ – множество координатных функций в направлении протяженности подвеса, т.е. координаты z, полные и независимые в интервале $[0,\ 1]$.

Использование метода предполагает удовлетворение аппроксимаций кинематическим и силовым граничным условиям, т.е. при $z=0$ и $z=1$. С этой целью необходимо ввести корректирующие функции Кравчука. Для решаемой задачи речь идет о функциях вида

$$z^m(1-z)^n, \qquad (16)$$

где m, n – целые числа.

Новые аппроксимации будут очерчены выражениями:

$$U_{z,k}^{(s)}=\sum_{j=0}^{\infty}A_{z,j}^{(sk)}(t)U_{z,j}^{*(sk)}(z); \quad (17)$$

$$U_{\varphi,k}^{(s)}=\sum_{j=0}^{\infty}B_{\varphi,j}^{(sk)}(t)U_{\varphi,j}^{*(sk)}(z); \quad (18)$$

$$W_{k}^{(s)}=\sum_{j=0}^{\infty}C_{j}^{(sk)}(t)W_{j}^{*(sk)}(z), \quad (19)$$

где

$$U_{z,j}^{*(sk)}(z)=z^{m_1}(1-z)^{n_1}U_{z,j}^{(sk)}(z);$$

$$U_{\varphi,j}^{*(sk)}(z)=z^{m_2}(1-z)^{n_2}U_{\varphi,k}^{(sk)}(z);$$

$$W_{j}^{*(sk)}(z)=z^{m_3}(1-z)^{n_3}W_{j}^{(sk)}(z)\ . \quad (20)$$

Таким образом, при *циклическом нагружении* $(2\le k)$, координатные функции строятся в виде:

$$U_z=\sum_{k=0}^{\infty}\Big[a_k^{(1)}(t)z^2(1-z)^2\cos k\varphi\cos z+ +a_k^{(2)}(t)z^2(1-z)^2\sin k\varphi\sin z\Big]; \quad (21)$$

$$U_\varphi=\sum_{k=0}^{\infty}\Big[b_k^{(1)}(t)z^2(1-z)^2\sin k\varphi\cos z+ +b_k^{(2)}(t)z^2(1-z)^2\cos k\varphi\sin z\Big]; \quad (22)$$

$$W=\sum_{k=0}^{\infty}\Big[c_k^{(1)}(t)z^4(1-z)^4\cos k\varphi\cos z+ +c_k^{(2)}(t)z^4(1-z)^4\sin k\varphi\sin z\Big], \quad (23)$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Построенная аналитическая структура упруго-напряженного состояния оболочки в акустических полях создает условия для уточнения таких параметров как partialis частоты поверхности в трех направлениях − вдоль протяженности, по линии параллели, в плоскости шпангоута. Не представляет труда также на основе метода Фурье составить вековое уравнение, установить динамические особенности поверхности в акустическом поле. Наконец, как частное, возможно изучение осенесимметричного и осесимметричного упругого состояния.

Перспективным представляется использование полученных результатов для решения целого ряда задач, в том числе, задач улучшения технических характеристик аппарата в целом.

Литература

1. *Karachun V.V. Vibration of Porons Plates under the Action of Acoustic / V.V. Karachun // SOVIET APPLIED MECHANICS. – 1987. – Vol. 22. – № 3. – P. 236-238.*
2. *Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле: пер. с англ. / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.*
3. *Mel'nick V.N. Some aspects of the gyroscopic stabilization in acoustic fields / V.N/ Mel'nick, V.V. Karachun // Int. Appl. Mech. – 2002/ - Vol. 38, № 1. – P. 74-80.*
4. *Лямшев Л.М. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками / Л.М. Лямшев. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 73 с.*
5. *Буйвол В.Н. Колебания и устойчивость деформируемых систем в жидкости / В.Н. Буйвол; Ин-т механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины. – К.: Наук. думка, 1975. – 187 с.*
6. *Гринченко В.Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах: монография / В.Т. Гринченко, В.В. Мелешко. – К.: Наук. думка, 1981. – 183 с.*
7. *Карачун В.В. Волновые задачи поплавкового гироскопа / В.В. Карачун, Я.Ф. Каюк, В.Н. Мельник; Нац. техн. ун-т Украины «КПИ». – К.: «Корнейчук», 2007. – 227 с.: ил., табл. – Библиогр.: с. 217-228.*
8. *Рухомі міражі: монографія / В.В. Карачун, В.М. Мельник; Нац. техн. ун-т України «КПІ». – К.: «Корнійчук», 2009. – 136 с.: іл., табл. - Бібліогр. с.: 135-136.*
9. *Мельник В.М. Двовимірна задача пружної деформації поверхні оболонки внаслідок дифракції зовнішніх звукових хвиль на щілині / В.М. Мельник, В.В. Карачун // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2009. – № 4(51). – С. 57-62.*
10. *Мельник В.М. Дифракционные эффекты на оболочках/ В.М. Мельник // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2008. – № 1(48). – С. 24-30.*

Поступила в редакцию 2.03.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Рыжков, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.

ЦИКЛІЧНО ДЕФОРМОВАНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН ОБОЛОНОК В АКУСТИЧНОМУ ПОЛІ

В.М. Мельник, В.В. Карачун

Циклічно деформований напружений стан оболонкових фрагментів двигунів літальних апаратів постає не тільки найбільш часто зустрічаємим явищем, але і найменше вивченим з точки зору пружної взаємодії з акустичним впливом. Розглядається тривимірна задача, яка надає перспективи глибокого вивчення явища. Визначаються координатні функції оболонки з урахуванням особливостей експлуатаційної картини і граничних умов. Розв’язується третя крайова задача пружно-деформованого стану оболонки, коли її властивості окреслюються імпедансною структурою. Вводяться коректуючи функції для забезпечення відповідності граничним умовам.

Ключові слова: оболонка, координатні функції, циклічне навантаження, акустичне випромінювання.

CYCLIC STRESS STATE DEFORMABLE SHELLS IN THE ACOUSTIC FIELD

V.N. Mel’nick, V.V. Karachun

The cyclic deformed tense state of оболочечных fragments of engines of aircrafts is not only most the often met phenomenon but also most studied from point of the resilient co-operating of material with acoustic influence. A three-dimensional task, giving the prospects of deep study of nature of the phenomenon, is examined. The coordinate functions of shell are determined taking into account the features of operating picture and scope terms. The third regional task of the resiliently-tense state of shell decides, when its properties are outlined a impedance structure. Correctings functions are entered for providing of accordance scope terms.

Key words: envelope, coordinate functions, cyclic loading, acoustic emission.

Мельник Виктория Николаевна – д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры биотехники и инженерии Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, Украина, e-mail: karachun1@gala.net.

Карачун Владимир Владимирович – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой биотехники и инженерии Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, Украина, e-mail: karachun1@gala.net.