

УДК. 681.2 (043.2)

Т.С. МІЦАЙ

Національний авіаційний університет, Київ, Україна

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ПОВБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ РУХУ МОБІЛЬНОГО РОБОТА

Розглянуто алгоритм оптимального планування маршрутів у загальній постановці. Маршрут будується у вигляді ітераційного процесу покращення розв'язків, причому на першому етапі для прокладення маршруту використовується хвильовий алгоритм з обчислювальною складністю пропорційною числу вузлів графа. На наступних етапах алгоритму відбувається уточнення маршруту за рахунок послідовного виконання просторової фільтрації матриці накопичених витрат та матриці напрямів. Алгоритм завершується при стабілізації накопичених витрат для вузлів графа. Швидкодія алгоритмів залежить від необхідної точності побудови маршруту.

Ключові слова: карта місцевості, планування траєкторії, оптимальний рух, хвильовий алгоритм, зважений граф, накопичені витрати, алгоритм фільтрації.

Вступ

В даний час мобільні роботи отримують все більш широке застосування. Конструювання роботів, що здатні долати перешкоди на пересіченій місцевості та в транспортній мережі без допомоги людини, стає складним завданням через те, що заздалегідь невідомі властивості робочого простору. Тому при проектуванні неможливо врахувати всі можливі умови, з якими доведеться зіткнутися мобільному роботу. Отже, проблема проектування мобільних роботів та задача прокладення оптимального за рівнем транспортних витрат шляху є актуальною. До задач знаходження оптимального шляху можна віднести: оцінку транспортної доступності для територіально-розподілених систем охорони, планування оптимальних маршрутів руху робототехнічних систем на пересіченій місцевості, моделювання прокладки маршрутів в тренажерах мобільних систем і комп'ютерні ігри.

В якості базового алгоритму прокладення оптимальних маршрутів використовують принцип динамічного планування Форда-Беллмана для зважених графів [1-3], де вершинами графа є центри елементарних ділянок карти, а дуги відповідають переходам між центрами суміжних ділянок. Для транспортної мережі вершинами графа є вузли транспортної мережі, а дуги відповідають переходам між вузлами. Алгоритми запропоновані в наступні роки (алгоритми Дейкстри [4], Беллмана – Калаба [1], А-зірка та ін.) в основному є варіаціями базового алгоритму для окремих випадків задач, завдяки чому досягається більш висока обчислювальна ефективність даних алгоритмів в порівнянні з базовим алгоритмом.

Постановка задачі. Задача планування оптимального шляху в загальній постановці формулюється наступним чином. Розробити алгоритм руху мобільного робота на основі нових інформаційних технологій: на карті місцевості необхідно визначити маршрут руху від множини стартових точок до множини кінцевих точок з мінімальними транспортними витратами за умови, що стартові і кінцеві точки завчасно невідомі і визначаються в процесі оптимізації.

Розв'язання задачі

Траєкторія руху робота будується у вигляді послідовного покращення рішень. Карта місцевості представлена у вигляді матриці $Z = z(y, x)$, де кожен елемент визначає максимальні витрати на подолання ділянки з координатами (y, x) , де y – номер рядка матриці, x – номер стовпця. Ділянка місцевості, що відповідає елементу матриці це квадрат із стороною d , правильно орієнтований уздовж координатних осей. Максимальні витрати отримуємо в результаті перетину ділянки по діагоналі, а витрати при перетині уздовж будь-якої координатної осі в $\sqrt{2}$ раз менше максимальних.

Вважаємо, що перехід з даної ділянки на суміжну здійснюється з центру одного квадрату в центр іншого, тому витрати на перехід визначаються як середнє значення витрат двох суміжних ділянок:

$$z_{12} = (z_1 + z_2) / 2.$$

Витрати на маршрут визначаються сумою витрат на переходах між усіма точками маршруту:

$$Q = \sum_{i=1}^{N-1} z_{i,i+1},$$

де N – кількість точок маршруту.

При побудові оптимального маршруту на кожному кроці необхідно вибирати напрям подальшого руху. Результат вибору називається кроковим керуванням і позначається u_k . Керування всією операцією складається з сукупності крокових керувань:

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_{m-1}).$$

Маршрути задаються координатами елементарних ділянок карти, тому крокові керування і накопичені витрати для множини маршрутів представляються у вигляді матриць $U = u(y, x)$ і $Q = q(y, x)$, а крокове переміщення реалізується в межах маски розміром 3×3 . Це дозволяє інтерпретувати матрицю накопичених витрат у вигляді зображення і використовувати методи рекурсивної просторової фільтрації для знаходження оптимальних маршрутів.

Початкове значення елементів матриці накопичених витрат реалізується алгоритмом, що дозволяє знайти найкоротший шлях у графі (хвильовий алгоритм) з числом обчислювальних операцій, пропорційним числу елементів матричної карти. Ці значення дають першу оцінку оптимальних маршрутів.

На основі динамічного принципу Беллмана можна запропонувати наступний варіант алгоритму розв'язку загальної задачі оптимального планування шляху. Від точок стартової множини, будується набір оптимальних траєкторій до тих пір, доки деяка оптимальна траєкторія не досягне будь-якої кінцевої точки. На кожному кроці алгоритму запам'ятовується оптимальний напрям переходу в деяку точку (крокове керування на попередньому кроці), що дозволяє відновити оптимальний маршрут після досягнення кінцевої точки.

Матриця накопичених витрат Q і матриця напрямів U інтерпретуються як двовимірні зображення. Значення кожного елемента матриці відповідає рівню яскравості зображення. Алгоритм побудови набору оптимальних траєкторій реалізується як багатоступінчатий просторовий параметричний ранговий фільтр з маскою розміром 3×3 .

Фільтрація виконується для матриць накопичених витрат $Q = q(y, x)$ і матриці крокових керувань $U = u(y, x)$. Матриця $Z = z(y, x)$ визначає параметр фільтра для кожної точки (елемента) матриць Q і U . Набір траєкторій будується від множини стартових точок і розповсюджується в усіх напрямках карти місцевості.

Маску просторової фільтрації з центром у точці (y, x) множини стартових точок, що розповсюджується у всіх напрямках карти можна представити як

$$\begin{pmatrix} (y-1, x-1) & (y-1, x) & (y-1, x+1) \\ (y, x-1) & (y, x) & (y, x+1) \\ (y+1, x-1) & (y+1, x) & (y+1, x+1) \end{pmatrix}.$$

Кількість застосування фільтрів заздалегідь невідома, але кожен наступний етап фільтрації покращує результати попереднього. Матриця витрат Z містить відносні витрати, її елементи приймають значення з діапазону $[0, 1]$ (0 - мінімальні витрати, 1 - максимальні витрати в межах зони). Недосяжні області приймають значення ∞ . Матриця може мати необроблені області, що помічені символом N_a . Значення елемента матриці $z(y, x)$, використовується як параметр просторового фільтра в точці (y, x) . Матриця накопичених витрат $Q = q(y, x)$ має розмірність матриці Z і містить такі області:

– необроблена область, точки якої помічені символом N_a та не беруть участі у просторовій фільтрації;

– стартові точки (це може бути і одна точка) визначають межу, з якої розповсюджується хвильовий процес накопичення витрат;

– точки, до яких хвильовий фронт ще не дійшов, мають значення ∞ . В процесі виконання алгоритму значення цих точок змінюється і наприкінці першого етапу алгоритму вони містять оцінку мінімальних витрат на пересування від множини стартових точок до даної точки.

Матриця крокових керувань $U = u(y, x)$ має розмірність матриці Z . Елемент матриці U містять у собі структуру з двох координат. В процесі виконання алгоритму елементи матриці U містять значення координат, що вказують на попередню сусідню точку оптимального маршруту.

При просторовій фільтрації маска послідовно переміщається уздовж рядків і стовпців зображення, формуючи при цьому нові значення яскравості. Однак на першому рівні фільтрації така реалізація виявляється неефективною, оскільки більшість точок матриці Q (що мають нескінченні значення) не межують зі стартовими точками і тому не змінюють свого значення. При пересуванні маски уздовж межі тільки частина точок, що покриваються маскою, може бути використана для обчислення накопичених витрат. Це означає, що в процесі обчислення крокових керувань будуть пропущені деякі напрями через те, що заздалегідь невідомо майбутній рух. Після першого етапу фільтрації одержимо оцінки накопичених витрат для всіх точок матриці Q (оцінки першого наближення). При цьому в матриці напрямів $U(y, x)$ всі елементи будуть містити напрями маршруту першого наближення, і подальші етапи фільтрації будуть тільки уточнювати його.

Оскільки після першого етапу матриці Q і U повністю визначені, то на подальших рівнях фільтрації сканування маскою виконується послідовно по рядках і стовпцях, при цьому фільтр маски використовує всі можливі варіанти крокових керувань.

Алгоритм фільтрації відбувається у декілька етапів. На першому рівні фільтрації алгоритм розповсюджується від стартових точок у вигляді хвилі. Фронт хвилі будується наступним чином. Множина стартових точок розглядається як початковий фронт хвилі. Маска позиціонується в стартову точку карти і в матрицях витрат Z , Q , переглядаються усі точки, що покриваються маскою. Точки, для яких значення в матриці Z рівні ∞ , а значення в матриці Q кінцеві, переносяться в список граничних точок. З множини стартових точок формується список, з якого видаляються точки, що повторюються. Це можна подати у вигляді логічного виразу:

$$(y, x) \in \text{Front}, \text{ якщо}$$

$$\left\{ q(y, x) = \infty; z(y, x) \neq \infty, \neq \text{Na}; q(y^*, x^*) \neq \infty \right\}, \quad (1)$$

де y, x – координати поля маски, що рухається; y^*, x^* – координати точок поточного фронту хвилі. Фільтрація виконується для усіх елементів списку граничних точок. З цієї метою маска позиціонується в граничну точку (y, x) і виконується обчислення нового значення накопичених витрат за наступним правилом:

$$q(y, x) = \min_{i, j} (q(y + j, x + i) + z_{ji}(y, x)), \quad (2)$$

де $j, i = 0, \pm 1$ – індекси маски з ненульовими значеннями елементів; $z_{00}(y, x) = 0$.

В центральних областях карти матриця фільтруючої маски приймає вид одиничної матриці.

При перетині кордону карти елементи матриці маски стають рівними нулю. Значення відповідного елемента матриці керувань встановлюється на позицію точки мінімуму у виразі (2):

$$u(y, x) = \arg \min_{i, j} (q(y + j, x + i) + z_{ji}(y, x)). \quad (3)$$

Отриманий фронт використовується для побудови нового списку граничних точок. Процедура хвильової фільтрації повторюється для нового списку граничних точок. Ітераційний процес закінчується за умови, що новий фронт не містить жодної точки. Після виконання першого етапу всі точки матриці накопичених витрат, що мали значення ∞ , набувають кінцевого позитивного значення.

На наступних етапах алгоритму послідовно переглядаються усі точки карти, для яких $q(y, x) \neq \text{Na}$ і виконується корекція значень мат-

риць Q і U , відповідно до формул (2) і (3). Фільтрація закінчується, коли матриці Q двох послідовних етапів співпадають.

При побудові оптимального маршруту можливі наступні варіанти:

1. Стартових точок декілька. Необхідно прокласти маршрут від найближчої стартової точки до заданої кінцевої точки з координатами (y_k, x_k) . У цьому разі точки маршруту відновлюються по ланцюгу крокових керувань:

$$x_{k-1} = u(y_k, x_k) \cdot x, \quad y_{k-1} = u(y_k, x_k) \cdot y.$$

2. Кінцева точка не задана, але визначено множину, якій вона належить. У цьому разі на заданій множині необхідно знайти точку, в якій $q(y, x) \rightarrow \min$ і далі повторити пункту 1 алгоритму.

3. Якщо задані початкова і кінцева точки, то алгоритм необхідно виконати для початкового фронту, що складається з однієї стартової точки.

Для того, щоб побудувати фронт транспортної доступності, в матриці накопичених витрат шукаються точки, що задовольняють умові: $q(y, x) \approx L$, де L – рівень витрат на лінії фронту. Міра наближення може бути задана, наприклад, у відсотках від рівня L .

Розглянемо модифікований алгоритм знаходження оптимального маршруту для транспортної мережі. Представимо транспортну мережу топологічною моделлю у вигляді зваженого графа G . Ребра графа відповідають однорідним сегментам транспортної мережі, а вузли – точкам розгалуження. Кожному ребру графа поставлено у відповідність значення тимчасових витрат на подолання сегмента. Сегментні витрати визначаються геометричною довжиною сегмента і середньою швидкістю руху об'єкта уздовж сегмента.

Позначимо через S множину стартових точок і через E множину кінцевих точок. Для кожного вузла мережі введемо поняття накопичених витрат. Накопичені витрати визначаються мінімальними сумарними витратами на переміщення з найближчої стартової точки в дану точку.

Починаючи від множини стартових точок, будується набір оптимальних траєкторій до тих пір, поки деяка оптимальна траєкторія не досягне кінцевої точки. В кожній вузловій точці проводиться обчислення мінімальних накопичених витрат по відношенню до найближчої стартової точки. Крім того запам'ятовується сегмент оптимального маршруту (оптимальне крокове керування на попередньому кроці), що дозволяє після досягнення кінцевої точки відновити весь оптимальний маршрут.

Зважений граф транспортної мережі задається квадратною матрицею витрат $Z = z(i, j)$. Розмір матриці визначається числом вершин в графі. Кожен елемент матриці містить витратами на переміщення між суміжними вершинами. В загальному випадку матриця може бути не симетричною $z(i, j) \neq z(j, i)$. Якщо вершини не є суміжними, то значення елемента матриці рівне ∞ . Крім того елемент матриці може мати значення 0, якщо $i = j$ або значення Na – такий сегмент не бере участь в побудові оптимального маршруту.

Накопичені витрати зберігаються в масиві Q . Кожний елемент масиву відповідає вершині графа. Спочатку елементам масиву Q привласнюється значення ∞ . Якщо ж усі сегменти оточення для відповідної вершини графа мають значення Na , то елементу масиву Q привласнюється значення Na .

На першому етапі алгоритму накопичення витрат відбувається у вигляді хвилі від стартових точок. Будуємо фронт хвилі: множина стартових точок розглядається як початковий фронт хвилі. Алгоритм фокусується в стартовій точці, в матриці ваг Z і масиві накопичених витрат Q . Переглядаються усі сегменти і вузли найближчого оточення. Елементи, для яких значення в масиві Q рівні ∞ і при цьому відповідні значення в матриці сегментних витрат Z кінцеві, переносяться в список граничних точок. Із множини стартових точок формується список, з якого в подальшому видаляють точки, що повторюються. Формулу побудови нового фронту можна записати у вигляді логічного виразу:

$$i \in \text{Front}, \text{ якщо } \{q(i) = \infty \ \& \ z(i, j) \neq \infty, Na\}. \quad (4)$$

Алгоритм фокусується в граничну точку i і виконується обчислення нового значення накопичених витрат за наступним правилом:

$$q(i) = \min_{j \in q^{-1}(i)} (q(j) + z_{ji}). \quad (5)$$

Значення відповідного елемента масиву крокових керувань встановлюється по позиції точки мінімуму у виразі (5):

$$u(i) = \arg \min_{j \in q^{-1}(i)} (q(j) + z_{ji}). \quad (6)$$

Коли всі точки поточного фронту пройдені, будується новий фронт за вищерозглянутим алгоритмом. Ітераційний процес першого етапу закінчується тоді, коли новий фронт не містить жодної точки. Після виконання першого етапу алгоритму всі точки масиву накопичених витрат Q , що були рівними ∞ , набувають кінцевого позитивного значення.

На наступних етапах послідовно розглядаються всі точки зони, для яких $q(i) \neq Na$ і виконується корекція значень масивів Q та U , відповідно до ви-

разів (5) і (6). Фільтрація закінчується коли масиви двох суміжних етапів рівні.

При побудові оптимального маршруту можливі наступні варіанти:

1. Стартових точок декілька. Необхідно прокласти маршрут від найближчої стартової точки s_{i_1} до заданої кінцевої точки e_{i_k} . У цьому разі вузлові точки маршруту відновлюються по ланцюжку крокових керувань: $i_{k-1} = c(i_k)$.

2. Кінцева вузлова точка не задана, але визначена множина, якій вона належить. У цьому разі на заданій множині необхідно знайти вузлову точку, в якій $q(i_k) \rightarrow \min$ і далі повторити пункт 1 алгоритму.

3. Якщо задані початкова і кінцева вузлові точки, то алгоритм формування масиву накопичених витрат необхідно виконати для початкового фронту, що складається з однієї стартової точки.

При цьому фронт транспортної доступності є лінією, в кожному точку якої можна потрапити із стартової точки приблизно з однаковим рівнем витрат L , її вузловими точкам відповідають координати (x_i, y_i) . В масиві накопичених витрат Q шукаються точки, що задовольняють умові: $q(i) \approx L$.

Також можливий комбінований рух, що складається з етапу руху по транспортній мережі з використанням транспортних засобів і етапу руху по пересіченій місцевості. Розглянемо алгоритм прокладення оптимального шляху для такого випадку. За допомогою хвильового алгоритму визначаються витрати на переміщення із множини стартових вузлів в усі вузли транспортної мережі, що розглядаються як стартові точки для оптимального алгоритму руху по пересіченій місцевості, причому для стартових точок задається початковий рівень витрат, що отримано при розрахунку маршруту для транспортної мережі. За допомогою хвильового алгоритму знаходиться оптимальний маршрут руху по пересіченій місцевості від множини стартових точок. Знаходиться оптимальна стартова точка (вузол транспортної мережі, що належить оптимальному маршруту).

Точність першого наближення визначається максимальною відстанню між оптимальною стартовою точкою і суміжними з нею вузлами.

Сегменти транспортної мережі інцидентні до оптимальної стартової точки деталізують додатковим числом вузлів. За допомогою хвильового алгоритму визначаються витрати на переміщення із стартового вузла до новостворених додаткових вузлів транспортної мережі. На подальших рівнях фільтрації уточнюється розв'язок в транспортній мережі. Множина додаткових вузлів мережі разом з оптимальною стартовою точкою розглядаються як стартові точки для оптимального алгоритму руху по пересіченій місцевос-

ті, причому для стартових точок задається рівень витрат транспортної мережі. За допомогою хвильового алгоритму розрахувався оптимальний маршрут руху по пересіченій місцевості від множини стартових точок. Виділяється оптимальна стартова точка.

Висновок

У роботі була запропонована нова інформаційна технологія, що включає в себе алгоритми для знаходження оптимального шляху руху мобільного робота на пересіченій місцевості та у транспортній мережі. Розглянуті алгоритми базуються на принципі фільтрації, де додаткові етапи фільтрації покращують результати попереднього етапу. Швидкодія алгоритмів залежить від необхідної точності побудови маршруту. Обчислювальна ефективність інтегрального алгоритму буде не гірше базового алгоритму Форда-Беллмана. Число додаткових етапів фільтрації залежить від складності транспортного графа.

Тому для конкретної задачі використання запропонованих алгоритмів може виявитися більш ефективним, ніж використання базового алгоритму.

Література

1. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику / Арнольд Кофман. - М.: Наука, 1975. - 479 с.
2. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. - 288с.
3. Алгоритмы: построение и анализ: пер. с англ. / Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. - 1296 с.
4. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. - М.: Наука, 1990. - 384 с.

Надійшла до редакції 1.06.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., В.П. Квасніков, Національний авіаційний університет, Київ, Україна.

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Т.С. Мицай

Рассмотрен алгоритм оптимального планирования маршрутов в общей постановке. Маршрут строится в виде итерационного процесса улучшения решений, причем на первом этапе для определения маршрута используется волновой алгоритм с вычислительной сложностью пропорциональной числу узлов графа. На следующих этапах алгоритма происходит уточнение маршрута за счет последовательного выполнения пространственной фильтрации матрицы накопленных затрат и матрицы направлений. Алгоритм завершает свою работу при стабилизации накопленных затрат для узлов графа. Быстродействие алгоритмов зависит от требуемой точности построения маршрута.

Ключевые слова: карта местности, планирование траектории, оптимальное движение, волновой алгоритм, взвешенный граф, накопленные расходы, алгоритм фильтрации.

INFORMATION TECHNOLOGY OF OPTIMUM ROUTE CONSTRUCTION OF MOBILE ROBOT'S MOTION

T.S. Mitsai

An algorithm for optimal route planning in a general setting is studied. The route is constructed as an iterative process of solutions' improvement, and at the first stage to determine the route, the wave algorithm with computational complexity which is proportional to the number of nodes of the graphs is used. At the next stages of the algorithm one can see the refinement of the route through the consistent implementation of spatial filtering of the matrix of accumulated costs and matrix of directions. The algorithm completes its work with the help of the stabilization of the accumulated costs for the nodes of the graph. Performance of algorithms depends on the required accuracy for a route planning.

Key words: map of the area, trajectory planning, the optimal movement, the wave algorithm, weighted graph, accrued expenses, the filtering algorithm.

Мицай Тетяна Сергіївна – аспірант факультету інформаційних технологій Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: tanusha__m__@mail.ru.