УДК 629.7.054

В.Н. МЕЛЬНИК, В.В. КАРАЧУН, Г.В. БОЙКО

Национальный технический университет Украины “КПИ”, Украина

АКУСТИЧЕСКИЙ ИМПЕДАНС ИНЕРЦИАЛЬНОГО НАВИГАТОРА И ПОГРЕШНОСТИ ВНЕШНЕГО ЦЕЛЕУКАЗАНИЯ ПРИ МАНЕВРИРОВАНИИ НА МАРШЕ

Анализируются причины появления сдвига и дрейфа нуля поплавковых двухстепенных гироскопов в системе внешнего целеуказания боевых машин, приводящие к возникновению и развитию во времени погрешностей обнаружения, классификации и определения местоположения сухопутной цели при маневрировании огнем и движением. В рамках трехмерной задачи установлены закономерности упругого перемещения поверхности подвижной части поплавкового подвеса и выяснена природа Эйлеровых сил инерции в эксплуатационных условиях реверберационного пространства и quasi – гармонического углового движения объекта. Проведена оценка степени влияния этих сил на сдвиг нуля двухстепенного гироскопа и погрешность измерений при осенесимметричном и многоцикловом деформированном состоянии.

Ключевые слова: *двухстепенной гироскоп, сдвиг нуля, акустическое излучение, кинематическое возмущение.*

Введение

Анализ проблемы и ее связь с научно-техническими задачами. Несмотря на стремительное развитие альтернативных средств навигации, в частности, глобальных спутниковых радионавигационных систем класса *Транзит* и *Цикада* с использованием низкоорбитальных искусственных спутников Земли, а также среднеорбитальных *Navstar* и *Глонас*, которые обеспечивают оперативную навигацию наземных, морских (надводных и подводных), воздушных и космических аппаратов в режимах открытого и закрытого каналов, в том числе создание геостационарной системы *Galileo*, инерциальные навигационные системы все же не утратили своих позиций и остаются, в известной степени, незаменимыми на подвижных объектах различного класса.

Существенной особенностью и неоспоримым преимуществом инерциальных навигационных систем является их автономность.

Обзор публикаций и выделение нерешенных проблем. Навигационной информации должны быть присущи такие качества как *непрерывность, точность, полнота данных, помехозащищенность, инвариантность к изменениям климатических и суточных условий* и т.п.

На точность инерциальных навигационных систем, кроме внутренних причин, оказывают влияние внешние факторы, из которых к числу наиболее опасных можно отнести вибрацию (поступательную, угловую, круговую, эллиптическую), угловое движение аппарата, проникающее акустическое излучение высокой интенсивности, тепловой факел [1 – 4]. Строго говоря, недостатки систем инерциальной навигации коренным образом могут повлиять на ухудшение тактико-технических характеристик боевой техники в целом.

Достижения Украинской школы прикладной гироскопии подняли на более высокую ступень понимание природы эксплуатационного функционирования гироскопических приборов в аппаратах различного целевого назначения [5, 6]. Несомненным успехом следует считать четкое разграничение условий восприятия подвеса как системы абсолютно твердых тел и как импедансной конструкции. Это, в свою очередь, установило допустимость тех или иных расчетных моделей [7, 8].

В первом случае все свойства подвеса гироскопа сосредотачивались в одном понятии – в *моменте инерции*. Во втором – подвес рассматривался как механическая система с распределенными (или дискретно распределенными) параметрами.

Очевидным становится необходимость учета также таких явлений как *парусность* и *остаточная плавучесть, зоны каустик* и т.п. [9, 10].

Постановка задачи данного исследования. Украина, имея достаточно протяженную сухопутную границу, уделяет большое внимание развитию и совершенствованию бронетанковых войск, как одного из наиболее эффективных средств обороны своих рубежей. Поэтому значимость этого вида вооружения для страны трудно переоценить. Вся история его развития может быть очерчена кругом задач усиления огневой мощи, маневренности и защищенности отдельных боевых единиц.

С появлением современных средств поражения, одиночный танк стал в известной степени уязвимой мишенью. Особенно злободневным этот аспект представляется в условиях дальнего боя – свыше *3 км*, когда боевая машина не может своевременно обнаружить противотанковые средства противника, с одной стороны, и затрачивает недопустимо большое время на сбор, обработку и передачу навигационной информации в систему управления – с другой.

Эффективность поражения противника существенно повышается сочетанием двух операций – маневра *огнем* и маневра *движением* (по фронту и в глубину). Первый состоит в сосредоточении огня нескольких машин на цели, второй - в управлении перемещением боевых единиц, или подразделений в целом, на основе исчерпывающей, достоверной информации о целеуказании танкам, выполняющим боевую задачу. Это подразумевает обнаружение и классификацию цели оператором-командиром, трансляцию этой информации на подчиненную машину и, наконец, поиск и обнаружение цели оператором-исполнителем.

Уровень опасности современных противотанковых средств таков, что они должны быть нейтрализованы не более чем за 10-20 секунд с момента их обнаружения. И, таким образом, проблема разработки навигационного комплекса требуемой точности превращается в одну из наиболее важных составляющих боевого обеспечения, а ее решение становится чрезвычайно актуальным.

Для безусловного выполнения боевой задачи главной представляется степень точности установления направления на цель из подчиненной машины. При этом, в известной мере, автоматически решатся другие проблемы. В этой связи представляется не лишним анализ *геоинформационной* картины, который в армиях ведущих стран мира считается крайне необходимым.

Изложение основного материала с обоснованием полученных результатов

§ 1. *Дифференциальные уравнения возмущенного движения подвижной части прибора.* Приступая к составлению дифференциальных уравнений движения гироскопа, есть смысл опираться на техническую реализацию серийных поплавковых модификаций датчиков угловых скоростей.

Как правило, основные технические характеристики приборов содержат данные о виброустойчивости, температурной надежности (Нормаль "*Мороз*"), о пороге чувствительности и о времени готовности к работе, т.е. времени выхода на тепловой режим.

Кроме того, гарантируется нормальная работа приборов при воздействии акустических шумов в диапазоне частот от 100 *Гц* до 10 *кГц*. Однако, выпадает из поля зрения опасность влияния высоких уровней звукового давления – 150 *дБ* и выше. Вместе с тем, существует пороговое значение для элементной базы подвеса гироскопов и приборов в целом, когда рассмотрение прибора и его комплектующих в виде системы абсолютно твердых тел лишено оснований, т.к. они переходят в этом случае в категорию *импедансных* поверхностей и механизм функционирования изделий развивается по несколько иному сценарию. Причем, возможны локальные особенности резонансного свойства – пространственно-частотный резонанс и волновое совпадение.

Таким образом, для звуковых полей среднего и низкого уровней, т.е. ниже 130 *дБ* уравнения движения двухстепенного дифференцирующего (или интегрирующего) гироскопа вполне объективно отражают природу взаимодействия гироскопа с внешними и внутренними моментами-помехами. Что же касается воздействия на прибор звуковых полей в 150 *дБ* и выше, то здесь необходимо в правой части уравнений ввести кроме моментов переносных сил инерции еще и моменты сил инерции Кориолиса, как результат взаимодействия акустической вибрации поверхности поплавкового подвеса с кинематическим воздействием в виде углового движения корпуса боевой машины.

Взяв за исходное дифференциальное уравнение возмущенного движения подвеса в форме [11], с учетом уточненной схемы действия возмущающих факторов вследствие дифракционных проявлений в акустических полях – трехмерная задача, уравнение гироскопа запишем в виде:

$$\begin{aligned} & B\ddot{\beta} + R\left\{\left[\left(\omega_y + \omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a\right)^2 - \omega_x^2\right]\sin\beta\cos\beta - \right. \\ & \left. -\omega_x\left(\omega_y + \omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a\right)\cos 2\beta\right\} + \\ & +H\left[\omega_x\sin\beta + \omega_y\cos\beta + \omega_1^a\cos\beta + \omega_2^a\cos\beta - \omega_3^a\cos\beta\right] + \\ & +B\left(\dot{\omega}_z + \dot{\omega}_{w1}^a - \dot{\omega}_{w2}^a - \dot{\omega}_{\varphi 1}^a - \dot{\omega}_{\varphi 2}^a\right) + c\beta + b\dot{\beta} = 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

где $B = I_0 + I_z$; $R = I_0 + I_y - I_x$; I_x, I_y, I_z – моменты инерции поплавка; I_i, I_0 – полярный и экваториальный моменты инерции ротора $(i = x, y, z)$; c, b – соответственно коэффициенты жесткости пружины и демпфирования; β – угол поворота подвижной части; H – кинетический момент гироскопа; R_0 –

радиус торца поплавка;

$$\left.\begin{aligned} \omega_x &= \omega_{x_1}\cos\beta + \omega_{y_1}\sin\beta; \\ \omega_y &= \omega_{y_1} + \dot\beta; \\ \omega_z &= -\omega_{x_1}\sin\beta + \omega_{z_1}\cos\beta; \end{aligned}\right\} \quad (1.2)$$

- угловые скорости поплавкового подвеса;

$$\left.\begin{aligned} \omega_{x_1} &= \dot\theta - \dot\varphi\sin\psi; \\ \omega_{y_1} &= \dot\varphi\sin\theta\cos\psi + \dot\psi\cos\theta; \\ \omega_{z_1} &= \dot\varphi\cos\theta\cos\psi - \dot\psi\sin\theta. \end{aligned}\right\} \quad (1.3)$$

- угловые скорости машины.

При многоцикловом акустическом нагружении $(2 \le k)$ “*ложная*” угловая скорость и ускорение подвижной части подвеса гироскопа, как следствие упруго-напряженного состояния поверхности поплавка в акустическом поле, определяются соотношениями [11]:

$$\omega_1^a = \frac{4\pi\omega_x I_z i\omega_k \exp i\omega_k t a_k^{(1)} z^2 (1-z)^2 \cos z}{HR_0};$$

$$\omega_2^a = \frac{4\pi\omega_y I_z i\omega_k \exp i\omega_k t a_k^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin z}{HR_0};$$

$$\omega_3^a = \frac{8\omega_z I_z i\omega_k \exp i\omega_k t c_k^{(2)} z^4 (1-z)^4 \cos z}{HR_0};$$

$$\dot\omega_{W1}^a = \frac{8\omega_x I_z \omega_k^2 c_k^{(1)} z^4 (1-z)^4 \exp i\omega_k t \cos z}{3HR_0};$$

$$\dot\omega_{W2}^a = \frac{-8\omega_y I_z \omega_k^2 c_k^{(1)} z^4 (1-z)^4 \exp i\omega_k t \cos z}{3HR_0};$$

$$\dot\omega_{\varphi1}^a = \frac{-8\omega_x I_z \omega_k^2 b_k^{(1)} z^2 (1-z)^2 \exp i\omega_k t \cos z}{3HR_0};$$

$$\dot\omega_{\varphi2}^a = \frac{-8\omega_y I_z \omega_k^2 b_k^{(2)} z^2 (1-z)^2 \exp i\omega_k t \sin z}{3HR_0},$$

где

$$a_k^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}}[Q_z^{(1)}\left(b_{\varphi2}^{(1)}c_{w2}^{(1)} + b_{\varphi4}^{(1)}c_{w3}^{(1)}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(1)}\left(-a_{z3}^{(1)}c_{w2}^{(1)} + a_{z4}^{(1)}c_{w3}^{(1)}\right) + Q_w^{(1)}\left(a_{z4}^{(1)}b_{\varphi2}^{(1)} + a_{z3}^{(1)}b_{\varphi4}^{(1)}\right)];$$

$$b_k^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}}[Q_z^{(1)}\left(b_{\varphi4}^{(1)}c_{w4}^{(1)} - b_{\varphi3}^{(1)}c_{w2}^{(1)}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(1)}\left(a_{z2}^{(1)}c_{w2}^{(1)} - a_{z4}^{(1)}c_{w4}^{(1)}\right) + Q_w^{(1)}\left(a_{z4}^{(1)}b_{\varphi3}^{(1)} - a_{z2}^{(1)}b_{\varphi4}^{(1)}\right)];$$

$$c_k^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}}[Q_z^{(1)}\left(b_{\varphi2}^{(1)}c_{w4}^{(1)} + b_{\varphi3}^{(1)}c_{w3}^{(1)}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(1)}\left(a_{z3}^{(1)}c_{w4}^{(1)} - a_{z2}^{(1)}c_{w3}^{(1)}\right) - Q_w^{(1)}\left(a_{z3}^{(1)}b_{\varphi3}^{(1)} + a_{z2}^{(1)}b_{\varphi2}^{(1)}\right)];$$

$$a_k^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}}[Q_z^{(2)}\left(b_{\varphi2}^{(2)}c_{w2}^{(2)} - b_{\varphi4}^{(2)}c_{w3}^{(2)}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(2)}\left(-a_{z3}^{(2)}c_{w2}^{(2)} + a_{z4}^{(2)}c_{w3}^{(2)}\right) +$$
$$+Q_w^{(2)}\left(-a_{z4}^{(2)}b_{\varphi2}^{(2)} + a_{z3}^{(2)}b_{\varphi4}^{(2)}\right)];$$

$$b_k^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}}[Q_z^{(2)}\left(b_{\varphi4}^{(2)}c_{w4}^{(2)} - b_{\varphi3}^{(2)}c_{w2}^{(2)}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(2)}\left(a_{z2}^{(2)}c_{w2}^{(2)} - a_{z4}^{(2)}c_{w4}^{(2)}\right) +$$
$$+Q_w^{(2)}\left(-a_{z2}^{(2)}b_{\varphi4}^{(2)} + a_{z4}^{(2)}b_{\varphi3}^{(2)}\right)\};$$

$$c_k^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}}[Q_z^{(2)}\left(b_{\varphi3}^{(2)}c_{w3}^{(2)} - b_{\varphi2}^{(2)}c_{w4}^{(2)}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(2)}\left(-a_{z2}^{(2)}c_{w3}^{(2)} + a_{z3}^{(2)}c_{w4}^{(2)}\right) +$$
$$+Q_w^{(2)}\left(a_{z2}^{(2)}b_{\varphi2}^{(2)} - a_{z3}^{(2)}b_{\varphi3}^{(2)}\right)];$$

$$Q_z^{(1)}(t) = -\frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k}[(1+B+A)\times$$
$$\times \exp i\left(\omega_k t + k_{0k} z \sin\varepsilon_1 \sin\varepsilon_2\right)]\times$$
$$\times(1-z)^2 \cos z\partial z;$$

$$Q_z^{(2)}(t) = -\frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k}[(1+B-A)\times$$
$$\times \exp i\left(\omega_k t + k_{0k} z \sin\varepsilon_1 \sin\varepsilon_2\right)]\times$$
$$\times z^2(1-z)^2 \sin z\partial z;$$

$$Q_\varphi^{(1)}(t) = -\frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k}[(1+B+A)\times$$
$$\times \exp i\left(\omega_k t + k_{0k} R_0 \sin\varphi \sin\varepsilon_1 \cos\varepsilon_2\right)]\times$$
$$\times z^2(1-z)^2 \cos z\partial z;$$

$$Q_\varphi^{(2)}(t) = -\frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k}[(1+B-A)\times$$
$$\times \exp i\left(\omega_k t + k_{0k} R_0 \sin\varphi \sin\varepsilon_1 \cos\varepsilon_2\right)]\times$$
$$\times z^2(1-z)^2 \sin z\partial z;$$

$$Q_w^{(1)}(t) = \frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k}[(1+B+A)\times$$
$$\times \exp i\left(\omega_k t - k_{0k} R_0 \cos\varphi \cos\varepsilon_1\right)]\times$$
$$\times z^4(1-z)^4 \cos z\partial z;$$

$$Q_w^{(2)}(t) = \frac{1}{2}\int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k}[(1+B-A)\times$$
$$\times \exp i\left(\omega_k t + k_{0k} R_0 \cos\varphi \cos\varepsilon_1\right)]z^4(1-z)^4 \sin z\partial z,$$

ω_k – круговая частота акустической волны; H – кинетический момент гироскопа; I_z – момент инерции поплавка с гироагрегатом относительно выходной оси; P_{10k} – акустическое давление; A, B – коэффициенты прохождения и отражения звука; Q_i – возмущающие факторы; z, φ – координаты точки поплавка; k_{0k} – волное число; a_k, b_k, c_k – коэффициенты.

Полученный результат раскрывает широкие возможности для глубокого изучения свойств импедансных конструкций приборов инерциальной навигации, а также условий их перехода в это качество. С другой стороны, создаются необходимые предпосылки для борьбы с нежелательными проявлениями дифракционных явлений при эксплуатационном использовании подвижных объектов различного класса и средств базирования, одинаково опасных как при циклическом нагружении проникающим акустическим излучением, так и при одноразовом использовании аппаратов.

§ 2. *Циркуляция машины по программной траектории.* Пусть $\omega_x = \omega_z = 0$, $\omega_y = \omega_0 = \mathrm{const}$, а акустическое давление равно P_0.

Нетрудно установить связь между установившимся значением угла поворота подвижной части дифференцирующего гироскопа β_0, угловой скоростью ω_0 вращения боевой машины относительно оси, параллельной оси чувствительности гироскопа, а также проникающим акустическим излучением. Из уравнения (1.1) в этом случае получаем:

$$\frac{1}{2}R\left(\omega_0+\omega_2^a\right)^2\sin 2\beta_0 + H\left(\omega_0+\omega_2^a\right)\cos\beta_0 -$$
$$-B\left(\dot{\omega}_{w2}^a+\dot{\omega}_{\varphi 2}^a\right)+c\beta_0=0;$$

$$\frac{1}{2}R\omega_0^2\left(1+N_1\right)^2\sin 2\beta_0 + H\omega_0\left(1+N_1\right)\cos\beta_0 +$$
$$+B\omega_0\left(N_2+N_3\right)+c\beta_0=0,$$

где (для одноциклового нагружения)

$$N_1=\frac{4\pi I_z}{HR_0}i\omega_1\exp i\omega_1 t\, a_1^{(2)}z^2\left(1-z\right)^2\sin z;$$

$$N_2=\frac{8I_z\omega_1^2}{3HR_0}\exp i\omega_1 t\, c_1^{(1)}z^4\left(1-z\right)^4\cos z;$$

$$N_3=\frac{8I_z\omega_1^2}{3HR_0}\exp i\omega_1 t\, b_1^{(2)}z^2\left(1-z\right)^2\sin z.$$

Или в такой форме –

$$\frac{1}{2}R\left(1+N_1\right)^2\omega_0^2\sin 2\beta_0 +$$
$$+\omega_0\left[H\left(1+N_1\right)\cos\beta_0+B\left(N_2+N_3\right)\right]+c\beta_0=0.$$

Отсюда находим искомое соотношение между входной величиной ω_0 и установившимся значением угла поворота поплавка:

$$\omega_0 \approx -\frac{c\beta_0}{H\left(1+N_1\right)\cos\beta_0+B\left(N_2+N_3\right)}. \qquad (2.1)$$

Величина N_1 отражает упругие перемещения поверхности поплавка вдоль его протяженности, N_2 – упругие перемещения поверхности поплавкового подвеса под действием акустического излучения в радиальном направлении, N_3 – в окружном направлении.

Если проникающее акустическое излучение отсутствует, т.е. $P_0=0$, тогда $N_1=N_2=N_3=0$ и формула (2.1) превращается в известное соотношение:

$$\omega_0=-\frac{H\cos\beta_0}{R\sin 2\beta_0}+\frac{\sqrt{H^2\cos^2\beta_0-2Rc\beta_0\sin 2\beta_0}}{R\sin 2\beta_0}, \qquad (2.2)$$

которое для малых углов β_0 дает –

$$\omega_0=-\frac{c\beta_0}{H}. \qquad (2.3)$$

§ 3. Общий случай углового движения. Такая постановка задачи предполагает наличие всех трех составляющих угловой скорости – $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ и устанавливает их численные значения формулами (1.2) и (1.3).

Воспользуемся теперь этими формулами для определения $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ в предположении, что $\psi(t)$ и $\theta(t)$ малы вместе со своими производными, а угловая скорость рыскания определяется выражениями

$$\dot{\varphi}(t)=\omega_0+\omega_y(t).$$

Пренебрегая слагаемыми выше второго порядка малости, из соотношений (1.2, (1.3) получаем:

$$\omega_x=\dot{\theta}-\dot{\varphi}\sin\psi\approx\dot{\theta}-\omega_0\psi-\omega_z\psi;$$
$$\omega_y=\dot{\varphi}\cos\theta\cos\psi-$$
$$-\dot{\psi}\sin\theta\approx\omega_0+\omega_y+\frac{1}{2}\omega_0\left(\theta^2+\psi^2\right)-\dot{\psi}\theta;$$
$$\omega_z=\dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi+\dot{\psi}\cos\theta\approx\omega_0\theta+\dot{\psi}+\omega_z\theta;$$

здесь угловая скорость $\dot{\varphi}$ представляется в виде $\dot{\varphi}=\omega_0+\omega_y$, где $\omega_y \ll \omega_0$ и является малым возмущением измеряемой угловой скорости ω_0, обусловленным действием проникающего акустического излучения, приводящим к возникновению "*ложного*" входного сигнала; как отмечалось выше, природа этого явления поясняется влиянием на гироскоп упруго-напряженного состояния подвеса вследствие акустической вибрации поверхности поплавка.

Или в такой форме:

$$\omega_x = \omega_{1x} + \omega_{2x};$$
$$\omega_y = \omega_0 + \omega_{1y} + \omega_{2y}; \quad \omega_z = \omega_{1z} + \omega_{2z},$$

где

$$\omega_{1x} = \dot\theta - \omega_0\psi; \quad \omega_{1y} = \omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a;$$
$$\omega_{1z} = \dot\psi + \omega_0\theta; \quad \omega_{2x} = -\omega_y\psi; \tag{3.1}$$
$$\omega_{2y} = \frac{1}{2}\omega_0\left(\theta^2 + \psi^2\right) - \dot\psi\theta; \quad \omega_{2z} = \omega_y\theta$$

– составляющие первого и второго порядка малости.

Циклически деформируемая поверхность поплавка $(2 \le k)$. Опуская промежуточные вычисления, запишем уравнения первого приближения в виде:

$$B\ddot\beta_1 + b\dot\beta_1 + (c + \omega_0 r_1)\beta_1 =$$
$$= r_1\omega_{1x} - q_1\omega_{1y} - B\left(\dot\omega_{1z} + \dot\omega^a_{kw1} - \dot\omega^a_{kw2} - \dot\omega^a_{k\varphi 1} - \dot\omega^a_{k\varphi 2}\right), \tag{3.2}$$

где

$$r_1 = R\omega_0\cos 2\beta_0 - H\sin\beta_0;$$
$$q_1 = R\omega_0\sin 2\beta_0 + H\cos\beta_0; \qquad \omega_{1y} = \omega^a_{k1} + \omega^a_{k2} - \omega^a_{k3}$$

(три последних составляющих есть “*ложная*” угловая скорость, как реакция подвеса на проникающее акустическое излучение); учитывая только действительную составляющую акустической волны, можно раскрыть значения $\omega^a_{k1}, \omega^a_{k2}$ и ω^a_{k3}:

$$\omega^a_{k1} = Q_{1k}\omega_{1x}\cos\omega_k t = Q_{1k}\left(\dot\theta - \omega_0\psi\right)\cos\omega_k t;$$
$$\omega^a_{k2} = Q_{2k}\omega_{1y}\cos\omega_k t = Q_{2k}\omega_y\cos\omega_k t;$$
$$\omega^a_{k3} = Q_{3k}\omega_{1z}\cos\omega_k t = Q_{3k}\left(\dot\psi - \omega_0\theta\right)\cos\omega_k t;$$
$$\dot\omega^a_{kw1} = \frac{8h\omega_{1x} I_z\omega_k^2 c_k^{(1)} z^4 (1-z)^4 \cos z\cos\omega_k t}{3HR_0} =$$
$$= Q_{4k}\omega_{1x}\cos\omega_k t = Q_{4k}\left(\dot\theta - \omega_0\psi\right)\cos\omega_k t;$$
$$\dot\omega^a_{kw2} = \frac{-8h\omega_{1y} I_z\omega_k^2 c_k^{(1)} z^4 (1-z)^4 \cos z\cos\omega_k t}{3HR_0} =$$
$$= Q_{5k}\omega_{1y}\cos\omega_k t;$$
$$\dot\omega^a_{k\varphi 1} = \frac{-8h\omega_{1x} I_z\omega_k^2 b_k^{(1)} z^2 (1-z)^2 \cos z\cos\omega_k t}{3HR_0} =$$
$$= Q_{6k}\omega_{1x}\cos\omega_k t = Q_{6k}\left(\dot\theta - \omega_0\psi\right)\cos\omega_k t;$$
$$\dot\omega^a_{k\varphi 2} = \frac{-8h\omega_{1y} I_z\omega_k^2 b_k^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin z\cos\omega_k t}{3HR_0} =$$
$$= Q_{7k}\omega_{1y}\cos\omega_k t,$$

причем

$$Q_{1k} = \frac{4\pi h\, I_z\omega_k a_k^{(1)} z^2 (1-z)^2 \cos z}{HR_0};$$
$$Q_{2k} = \frac{4\pi h\, I_z\omega_k a_k^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin z}{HR_0};$$
$$Q_{3k} = \frac{8h\, I_z\omega_k c_k^{(2)} z^4 (1-z)^4 \cos z}{HR_0};$$
$$Q_{4k} = Q_{51} = \frac{8h\, I_z\omega_k^2 c_k^{(1)} z^4 (1-z)^4 \cos z}{3HR_0};$$
$$Q_{6k} = \frac{8h\, I_z\omega_k^2 b_k^{(1)} z^2 (1-z)^2 \cos z}{3HR_0};$$
$$Q_{7k} = \frac{8h\, I_z\omega_k^2 b_k^{(2)} z^2 (1-z)^2 \sin z}{3HR_0};$$

$$\left.\begin{aligned}
&a_k^{(1)} = \frac{\Delta_a^{(1)}}{\Delta^{(1)}}; a_k^{(2)} = \frac{\Delta_a^{(2)}}{\Delta^{(2)}}; \quad c_k^{(2)} = \frac{\Delta_c^{(2)}}{\Delta^{(2)}};\\
&\Delta_a^{(1)} = Q_z^{(1)}\left(-b^{(1)}_{\varphi 2}c^{(1)}_{w2} - b^{(1)}_{\varphi 4}c^{(1)}_{w3}\right) +\\
&+Q_\varphi^{(1)}\left(-a^{(1)}_{z3}c^{(1)}_{w2} + a^{(1)}_{z4}c^{(1)}_{w3}\right) +\\
&+Q_w^{(1)}\left(a^{(1)}_{z3}b^{(1)}_{\varphi 4} + a^{(1)}_{z4}b^{(1)}_{\varphi 2}\right);\\
&\Delta_a^{(2)} = Q_z^{(2)}\left(b^{(2)}_{\varphi 2}c^{(2)}_{w2} - b^{(2)}_{\varphi 4}c^{(2)}_{w3}\right) +\\
&+Q_\varphi^{(2)}\left(-a^{(2)}_{z3}c^{(2)}_{w2} + a^{(2)}_{z4}c^{(2)}_{w3}\right) +\\
&+Q_w^{(2)}\left(a^{(2)}_{z3}b^{(2)}_{\varphi 4} - a^{(2)}_{z4}b^{(2)}_{\varphi 2}\right);\\
&\Delta_c^{(2)} = Q_z^{(2)}\left(b^{(2)}_{\varphi 3}c^{(2)}_{w3} + b^{(2)}_{\varphi 2}c^{(2)}_{w4}\right) +\\
&+Q_\varphi^{(2)}\left(-a^{(2)}_{z2}c^{(2)}_{w3} + a^{(2)}_{z3}c^{(2)}_{w4}\right) +\\
&+Q_w^{(2)}\left(a^{(2)}_{z2}b^{(2)}_{\varphi 2} - a^{(2)}_{z3}b^{(2)}_{\varphi 3}\right);\\
&\Delta^{(1)} = a_{z2}\left(-b_{\varphi 2}c_{w2} - c_{w3}b_{\varphi 4}\right) +\\
&+a_{z3}\left(b_{\varphi 4}c_{w4} - b_{\varphi 3}c_{w2}\right) + a_{z4}\left(b_{\varphi 3}c_{w3} + b_{\varphi 2}c_{w4}\right);\\
&\Delta^{(2)} = a_{z2}\left(b_{\varphi 2}c_{w2} - b_{\varphi 4}c_{w3}\right) +\\
&+a_{z3}\left(b_{\varphi 4}c_{w4} - b_{\varphi 3}c_{w2}\right) + a_{z4}\left(b_{\varphi 3}c_{w3} - b_{\varphi 2}c_{w4}\right).
\end{aligned}\right\}$$

$$a_k^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}} - Q_z^{(1)}\left(b^{(1)}_{\varphi 2}c^{(1)}_{w2} + b^{(1)}_{\varphi 4}c^{(1)}_{w3}\right) +$$
$$+Q_\varphi^{(1)}\left(-a^{(1)}_{z3}c^{(1)}_{w2} + a^{(1)}_{z4}c^{(1)}_{w3}\right) + Q_w^{(1)}\left(a^{(1)}_{z4}b^{(1)}_{\varphi 2} + a^{(1)}_{z3}b^{(1)}_{\varphi 4}\right);$$

$$b_k^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}} Q_z^{(1)} \left(b_{\varphi 4}^{(1)} c_{w4}^{(1)} - b_{\varphi 3}^{(1)} c_{w2}^{(1)} \right) +$$

$$+ Q_\varphi^{(1)} \left(a_{z2}^{(1)} c_{w2}^{(1)} - a_{z4}^{(1)} c_{w4}^{(1)} \right) + Q_w^{(1)} \left(a_{z4}^{(1)} b_{\varphi 3}^{(1)} - a_{z2}^{(1)} b_{\varphi 4}^{(1)} \right);$$

$$c_k^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}} Q_z^{(1)} \left(b_{\varphi 2}^{(1)} c_{w4}^{(1)} + b_{\varphi 3}^{(1)} c_{w3}^{(1)} \right) +$$

$$+ Q_\varphi^{(1)} \left(a_{z3}^{(1)} c_{w4}^{(1)} - a_{z2}^{(1)} c_{w3}^{(1)} \right) - Q_w^{(1)} \left(a_{z3}^{(1)} b_{\varphi 3}^{(1)} + a_{z2}^{(1)} b_{\varphi 2}^{(1)} \right);$$

$$a_k^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} Q_z^{(2)} \left(b_{\varphi 2}^{(2)} c_{w2}^{(2)} - b_{\varphi 4}^{(2)} c_{w3}^{(2)} \right) +$$

$$+ Q_\varphi^{(2)} \left(-a_{z3}^{(2)} c_{w2}^{(2)} + a_{z4}^{(2)} c_{w3}^{(2)} \right) + Q_w^{(2)} \left(-a_{z4}^{(2)} b_{\varphi 2}^{(2)} + a_{z3}^{(2)} b_{\varphi 4}^{(2)} \right);$$

$$b_k^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} Q_z^{(2)} \left(b_{\varphi 4}^{(2)} c_{w4}^{(2)} - b_{\varphi 3}^{(2)} c_{w2}^{(2)} \right) +$$

$$+ Q_\varphi^{(2)} \left(a_{z2}^{(2)} c_{w2}^{(2)} - a_{z4}^{(2)} c_{w4}^{(2)} \right) + Q_w^{(2)} \left(-a_{z2}^{(2)} b_{\varphi 4}^{(2)} + a_{z4}^{(2)} b_{\varphi 3}^{(2)} \right);$$

$$c_k^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} Q_z^{(2)} \left(b_{\varphi 3}^{(2)} c_{w3}^{(2)} - b_{\varphi 2}^{(2)} c_{w4}^{(2)} \right) +$$

$$+ Q_\varphi^{(2)} \left(-a_{z2}^{(2)} c_{w3}^{(2)} + a_{z3}^{(2)} c_{w4}^{(2)} \right) + Q_w^{(2)} \left(a_{z2}^{(2)} b_{\varphi 2}^{(2)} - a_{z3}^{(2)} b_{\varphi 3}^{(2)} \right);$$

$$Q_z^{(1)}(t) = -\frac{1}{2} \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k} [(1 + B + A) \times$$
$$\times \exp i \left(\omega_k t + k_{0k} z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \right)] \times$$
$$\times z^2 (1 - z)^2 \cos z \partial z;$$

$$Q_z^{(2)}(t) = -\frac{1}{2} \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k} [(1 + B - A) \times$$
$$\times \exp i \left(\omega_k t + k_{0k} z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2 \right)] \times$$
$$\times z^2 (1 - z)^2 \sin z \partial z;$$

$$Q_\varphi^{(1)}(t) = -\frac{1}{2} \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k} [(1 + B + A) \times$$
$$\times \exp i \left(\omega_k t + k_{0k} R_0 \sin \varphi \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \right)] \times$$
$$\times z^2 (1 - z)^2 \cos z \partial z;$$

$$Q_\varphi^{(2)}(t) = -\frac{1}{2} \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k} [(1 + B - A) \times$$
$$\times \exp i \left(\omega_k t + k_{0k} R_0 \sin \varphi \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \right)] \times$$
$$\times z^2 (1 - z)^2 \sin z \partial z;$$

$$Q_w^{(1)}(t) = -\frac{1}{2} \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k} [(1 + B + A) \times$$
$$\times \exp i \left(\omega_k t - k_{0k} R_0 \cos \varphi \cos \varepsilon_1 \right)] \times$$
$$\times z^4 (1 - z)^4 \cos z \partial z;$$

$$Q_w^{(2)}(t) = -\frac{1}{2} \int_0^1 \sum_{k=0}^{\infty} P_{10k} [(1 + B - A) \times$$
$$\times \exp i \left(\omega_k t + k_{0k} R_0 \cos \varphi \cos \varepsilon_1 \right)] \times$$
$$\times z^4 (1 - z)^4 \sin z \partial z,$$

ω_k - частота акустического излучения k – го цикла.

Задав аналитические значения углового движения объекта $\psi(t)$, $\theta(t)$, $\omega_y(t)$, можно из соотношений (3.1) найти величины угловых скоростей в первом приближении - $\omega_{1x}, \omega_{1y}, \omega_{1z}$ - и после подстановки в правую часть уравнения первого приближения (3.2) решить его относительно β_1.

§ 4. *Возмущенное движение подвижной части поплавкового подвеса.* Анализируя возмущенное движение, остановимся более детально на причинах появления систематической составляющей поворота поплавка, как представляющей наибольший практический интерес.

"*Ложная*" угловая скорость и "*ложные*" ускорения поворота вокруг выходной оси, как отмечалось ранее, есть результат реакции гироскопа на упруго-напряженное состояние поверхности поплавка. Эти величины присутствуют в уравнении первого приближения, поэтому и остановимся подробнее на анализе уравнения (3.2), считая, что в акустическом поле имеет место, например, осенесимметричная упругая деформация поверхности поплавка.

Для удобства дальнейших вычислений разделим обе части уравнения (3.2) на величину B:

$$\ddot{\beta}_1 + 2h\dot{\beta}_1 + n^2\beta_1 = r\,\omega_{1x} - q\,\omega_{1y} - \dot{\omega}_{1z} -$$
$$-q\left(\omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a\right) + \left(\dot{\omega}_{w1}^a - \dot{\omega}_{w2}^a - \dot{\omega}_{\varphi 1}^a - \dot{\omega}_{\varphi 2}^a\right), \tag{4.1}$$

где $\frac{b}{B} = 2h;$ $\frac{c}{B} = \mu^2;$ $\frac{r_1}{B} = r;$ $\frac{q_1}{B} = q;$ $\frac{R}{B} = \lambda;$

$$\mu^2 + \omega_0 r = n^2;$$

$$\omega_{1y} = \omega_{1y} + \omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a;$$

$$r_1 = R\omega_0 \cos 2\beta_0 - H \sin \beta_0;$$

$$q_1 = R\omega_0 \sin 2\beta_0 + H \cos \beta_0;$$

$$\omega_{1y} = \dot{\varphi} = \nu\rho_\varphi \cos\left(\nu t + \delta_\varphi\right).$$

Общее решение уравнения (4.1) представляет собой сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения –

$$\beta_1 = C \exp(-ht) \sin\left(\sqrt{n^2 - h^2}\, t + \varepsilon\right) + \tilde{\beta}_1.$$

С течением времени, очевидно, первое слагаемое будет убывать и с приближением $t \to \infty$, будет стремиться к нулю. Поэтому установившееся движение поплавка будет в полной мере определяться величиной $\tilde{\beta}_1$, т.е. частным решением уравнения (4.1).

Рассмотрим реакцию гироскопа на *quasi*– гармонические колебания вида $f(t)=\rho\sin(\nu t+\delta)$.

Уравнение движения запишется так:

$$\ddot{\beta}_1+2h\dot{\beta}_1+n^2\beta_1=\rho\sin(\nu t+\delta). \qquad (4.2)$$

Понятно, что установившееся движение поплавка относительно оси подвеса также будет гармоническим и определяться решением $\tilde{\beta}_1$ уравнения (4.1). Раскроем этот тезис подробнее: частное решение ищем в виде $\tilde{\beta}_1=\tilde{\beta}_1^k+\tilde{\beta}_1^a$, а $\tilde{\beta}_1^k=A\sin(\nu t+\delta-\varepsilon)$ и $\tilde{\beta}_1^a$ соответственно вынужденное движение поплавка под действием кинематического фактора и акустического излучения одновременно. После подстановки в уравнение (4.2) получаем:

$$A\left(n^2-\nu^2\right)\sin(\nu t+\delta-\varepsilon)+2h\nu A\cos(\nu t+\delta-\varepsilon)=$$
$$=\rho\sin(\nu t+\delta).$$

Откуда устанавливаем:

$$A=\rho^2\left[\left(n^2-\nu^2\right)^2+4h^2\nu^2\right]^{-\frac{1}{2}};$$

$$\begin{cases}\varepsilon=\operatorname{arctg}\left[2h\nu\left(n^2-\nu^2\right)^{-1}\right], & \text{если } \nu<n;\\ \varepsilon=\pi+\operatorname{arctg}\left[2h\nu\left(n^2-\nu^2\right)^{-1}\right], & \text{если } \nu>n.\end{cases}$$

Таким образом, частное решение $\tilde{\beta}_1^k$ принимает вид:

$$\tilde{\beta}_1^k=\rho\left[\left(n^2-\nu^2\right)^2+4h^2\nu^2\right]^{-\frac{1}{2}}\sin(\nu t+\delta-\varepsilon).$$

Если теперь принять, что колебания основания происходят по закону

$$\theta(t)=\rho_\theta\sin(\nu t+\delta_\theta); \qquad \psi(t)=\rho_\psi\sin(\nu t+\delta_\psi);$$
$$\omega_{1y}=\omega_y=\nu\rho_\varphi\cos(\nu t+\delta_\varphi),$$

т.е. имеет место *синхронная* качка частоты ν, то первые три слагаемые правой части примут вид –

$$r\,\omega_{1x}-q\,\omega_{1y}-\dot{\omega}_{1z}=$$
$$=(r-\omega_0)\nu\rho_\theta\cos(\nu t+\delta_\theta)-$$
$$-\left(r\omega_0-\nu^2\right)\rho_\psi\sin(\nu t+\delta_\psi)-q\nu\rho_\varphi\cos(\nu t+\delta_\varphi),$$

а частное решение $\tilde{\beta}_1^k$, обусловленное только качкой машины, как и следовало ожидать, отобразит вынужденные гармонические колебания поплавка частоты ν относительно равновесного положения $\beta=\beta_0$:

$$\tilde{\beta}_1^k=\left[\left(n^2-\nu^2\right)^2+4h^2\nu^2\right]^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\Big[(r-\omega_0)\nu\rho_\theta\cos(\nu t+\delta_\theta-\varepsilon)-$$
$$-\left(r\omega_0-\nu^2\right)\rho_\psi\sin(\nu t+\delta_\psi-\varepsilon)-$$
$$-q\nu\rho_\varphi\cos(\nu t+\delta_\varphi-\varepsilon)\Big].$$

Теперь обратимся к определению частного решения $\tilde{\beta}_1^a$, которое соответствует дополнительному отклонению подвижной части подвеса относительно своей оси в акустическом поле. В уравнении (4.1) это соответствует двум последним слагаемым в правой части –

$$-q\left(\omega_1^a+\omega_2^a-\omega_3^a\right)+\left(\dot{\omega}_{w1}^a-\dot{\omega}_{w2}^a-\dot{\omega}_{\varphi1}^a-\dot{\omega}_{\varphi2}^a\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\nu\left[C_1\rho_\theta+\rho_\varphi\left(qQ_{21}-Q_{51}-Q_{71}\right)-\rho_\psi qQ_{31}\right]\times$$
$$\times\cos(\nu-\omega_1)t+\frac{1}{2}\nu\left[C_1\rho_\theta+\rho_\varphi\left(qQ_{21}-Q_{51}-Q_{71}\right)-\right.$$
$$\left.-\rho_\psi qQ_{31}\right]\cos\left[(\nu+\omega_1)t+2\delta\right]+$$
$$+\frac{1}{2}\omega_0\left(-C_1\rho_\psi+qQ_{31}\rho_\theta\right)\sin(\nu-\omega_1)t+$$
$$+\frac{1}{2}\omega_0\left(-C_1\rho_\psi+qQ_{31}\rho_\theta\right)\sin\left[(\nu+\omega_1)t+2\delta\right]=$$
$$=\tilde{\beta}_{11}^a+\tilde{\beta}_{12}^a+\tilde{\beta}_{13}^a+\tilde{\beta}_{14}^a, \qquad (4.3)$$

здесь

$$C_1=\left(-qQ_{11}+Q_{41}-Q_{61}\right)=$$
$$=\left(-\frac{R}{B}\omega_0\sin2\beta_0+\frac{H}{B}\cos2\beta_0\right)Q_{11}+Q_{41}-Q_{61}.$$

Частные решения $\tilde{\beta}_{1i}^a$ уравнения (4.2) примут вид:

$$\tilde{\beta}_{11}^a=\frac{1}{2}\nu\left[C_1\rho_\theta+\rho_\varphi\left(qQ_{21}-Q_{51}-Q_{71}\right)-\rho_\psi qQ_{31}\right]\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu-\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu-\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\cos\left[(\nu-\omega_1)t-\varepsilon_{11}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{12}^a=\frac{1}{2}\nu\left[C_1\rho_\theta+\rho_\varphi\left(qQ_{21}-Q_{51}-Q_{71}\right)-\rho_\psi qQ_{31}\right]\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu+\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu+\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\cos\left[(\nu+\omega_1)t+2\delta-\varepsilon_{12}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{13}^{a} = \frac{1}{2}\omega_0\left(-C_1\rho_\psi + q\rho_\theta Q_{31}\right)\times$$

$$\times\left\{\left[n^2 - \left(\nu - \omega_1\right)^2\right]^2 + 4h^2\left(\nu - \omega_1\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\sin\left[\left(\nu - \omega_1\right)t - \varepsilon_{13}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{14}^{a} = \frac{1}{2}\omega_0\left(-C_1\rho_\psi + q\rho_\theta Q_{31}\right)\times$$

$$\times\left\{\left[n^2 - \left(\nu + \omega_1\right)^2\right]^2 + 4h^2\left(\nu + \omega_1\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\sin\left[\left(\nu + \omega_1\right)t + 2\delta - \varepsilon_{14}\right].$$

Очевидно, что эти составляющие пополнят спектр колебаний выходного сигнала поплавкового гироскопа разностной $\left(\nu - \omega_1\right)$ и суммарной частот $\left(\nu + \omega_1\right)$.

Но не этот тезис представляет наибольший интерес. Составляющие $\tilde{\beta}_{11}^{a}$ и $\tilde{\beta}_{13}^{a}$ включают периодические функции разностной частоты $\left(\nu - \omega_1\right)$, что предоставляет возможность для более глубокого изучения явления. Смысл этого утверждения состоит в том, что при равенстве нулю аргумента, периодическая функция $\cos\left(\nu - \omega_1\right)$ обращается в единицу, а функция $\sin\left(\nu - \omega_1\right)$ обращается в единицу при наступлении равенства аргумента $\frac{\pi}{2}$. Это значит, что на частотах звукового излучения

$$\omega_1 = \nu + k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \ \ldots$$

в первом случае наступает равенство частот качки ν и звукового поля ω_1, и слагаемое $\tilde{\beta}_{11}^{a}$ формирует постоянные составляющие сигнала прибора, т.е. имеется систематическая погрешность на частотах – $\omega_1 = \nu$; $\omega_1 = \nu + \pi$; $\omega_1 = \nu + 2\pi$; $\omega_1 = \nu + 3\pi$; $\omega_1 = \ \ldots$.

Аналогично для $\tilde{\beta}_{13}^{a}$. Систематическая составляющая погрешности от звукового воздействия появляется на частотах

$$\omega_1' = \nu - \frac{1}{2}\pi; \qquad \omega_1' = \nu + \frac{\pi}{2}; \qquad \omega_1' = \nu + \frac{3}{2}\pi;$$

$$\omega_1' = \nu + \frac{5}{2}\pi; \qquad \omega_1' = \ \ldots \ .$$

Пусть, например, имеет место *асинхронная* качка корпуса аппарата вида

$$\theta(t) = \rho_\theta\sin\left(\nu_1 t + \delta_\theta\right); \qquad \psi(t) = \rho_\psi\sin\left(\nu_2 t + \delta_\psi\right);$$

$$\omega_{1y} = \omega_y = \nu_3\rho_\varphi\cos\left(\nu_3 t + \delta_\varphi\right).$$

В этом случае частное решение $\tilde{\beta}_1^{k}$ уравнения (4.1) определяется первыми тремя составляющими правой части:

$$r\ \omega_{1x} - q\ \omega_{1y} - \dot{\omega}_{1z} =$$

$$= \nu_1\rho_\theta\left(r - \omega_0\right)\cos\left(\nu_1 t + \delta_\theta\right) - \rho_\psi\left(r\omega_0 - \nu_2^2\right)\times$$

$$\times\sin\left(\nu_2 t + \delta_\psi\right) - q\nu_3\rho_\varphi\cos\left(\nu_3 t + \delta_\varphi\right).$$

Тогда величина $\tilde{\beta}_1^{k}$ определяется соотношением:

$$\tilde{\beta}_1^{k} = \left[\left(n^2 - \nu^2\right)^2 + 4h^2\nu_1^2\right]^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\nu_1\rho_\theta\left(r - \omega_0\right)\cos\left(\nu_1 t + \delta_\theta - \varepsilon_1\right) -$$

$$-\left[\left(n^2 - \nu_2^2\right)^2 + 4h^2\nu_2^2\right]^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\left(r\omega_0 - \nu_2^2\right)\rho_\psi\sin\left(\nu_2 t + \delta_\psi - \varepsilon_2\right) -$$

$$-\left[\left(n^2 - \nu_3^2\right)^2 + 4h^2\nu_3^2\right]^{-\frac{1}{2}} q\nu_3\rho_\varphi\cos\left(\nu_3 t + \delta_\varphi - \varepsilon_3\right).$$

Как следует из приведенного, в выходном сигнале присутствуют периодические составляющие всех трех частот – ν_1, ν_2 и ν_3.

Найдем частное решение $\tilde{\beta}_1^{a}$. Последние два слагаемых в правой части уравнения (4.1) имеют вид:

$$-q\left(\omega_1^a + \omega_2^a - \omega_3^a\right) + \left(\dot{\omega}_{w1}^a - \dot{\omega}_{w2}^a - \dot{\omega}_{\varphi 1}^a - \dot{\omega}_{\varphi 2}^a\right) =$$

$$= \frac{1}{2}C_1\{\nu_1\rho_\theta\cos[\left(\nu_1 - \omega_1\right)t + \delta_\theta] +$$

$$+\nu_1\rho_\theta\cos\left[\left(\nu_1 + \omega_1\right)t + \delta_\theta\right] -$$

$$-\omega_0\rho_\psi\sin[\left(\nu_2 - \omega_1\right)t + \delta_\psi] +$$

$$+\omega_0\rho_\psi\sin\left[\left(\nu_2 + \omega_1\right)t + \delta_\psi\right]\} +$$

$$+\frac{1}{2}C_2\nu_3\rho_\varphi[\cos\left[\left(\nu_3 - \omega_1\right)t + \delta_\varphi\right] +$$

$$+\cos\left[\left(\nu_3 + \omega_1\right)t + \delta_\varphi\right] -$$

$$-\frac{1}{2}C_3\{\nu_2\rho_\psi\cos\left[\left(\nu_2 - \omega_1\right)t + \delta_\psi\right] +$$

$$+\nu_2\rho_\psi\cos\left[\left(\nu_2 + \omega_1\right)t + \delta_\psi\right] -$$

$$-\omega_0\rho_\theta\sin\left[\left(\nu_1 - \omega_1\right)t + \delta_\theta\right] - \omega_0\rho_\theta\sin\left[\left(\nu_1 + \omega_1\right)t + \delta_\theta\right]\}.$$

Частные решения $\tilde{\beta}_{1j}^{a}$ в этом случае записываются так:

$$\tilde{\beta}_{15}^{a} = \frac{\nu_1\rho_\theta}{2}\left(-qQ_{11} + Q_{41} - Q_{61}\right)\times$$

$$\times\left\{\left[n^2 - \left(\nu_1 - \omega_1\right)^2\right]^2 + 4h^2\left(\nu_1 - \omega_1\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\cos\left[\left(\nu_1 - \omega_1\right)t + \delta_\theta - \varepsilon_{15}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{16}^{a}=\frac{\omega_0\rho_\theta}{2}qQ_{31}\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_1-\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_1-\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\sin\left[(\nu_1-\omega_1)t+\delta_\theta-\varepsilon_{16}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{17}^{a}=\frac{\nu_1\rho_\theta}{2}(-qQ_{11}+Q_{41}-Q_{61})\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_1+\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_1+\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\cos\left[(\nu_1+\omega_1)t+\delta_\theta-\varepsilon_{17}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{18}^{a}=\frac{\omega_0\rho_\theta}{2}qQ_{31}\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_1+\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_1+\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\sin\left[(\nu_1+\omega_1)t+\delta_\theta-\varepsilon_{18}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{19}^{a}=\frac{-\omega_0\rho_\psi}{2}(-qQ_{11}+Q_{41}-Q_{61})\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_2-\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_2-\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\sin\left[(\nu_2-\omega_1)t+\delta_\psi-\varepsilon_{19}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{20}^{a}=\frac{-\nu_2\rho_\psi}{2}qQ_{31}\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_2-\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_2-\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\cos\left[(\nu_2-\omega_1)t+\delta_\psi-\varepsilon_{20}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{21}^{a}=\frac{-\nu_2\rho_\psi}{2}qQ_{31}\left\{\left[n^2-(\nu_2+\omega_1)^2\right]^2+\right.$$
$$\left.+4h^2(\nu_2+\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\cos\left[(\nu_2+\omega_1)t+\delta_\psi-\varepsilon_{21}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{22}^{a}=\frac{\omega_0\rho_\psi}{2}(-qQ_{11}+Q_{41}-Q_{61})\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_2+\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_2+\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\sin\left[(\nu_2+\omega_1)t+\delta_\psi-\varepsilon_{22}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{23}^{a}=\frac{\nu_3\rho_\varphi}{2}(qQ_{21}-Q_{51}-Q_{71})\times$$
$$\times\left\{\left[n^2-(\nu_3-\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_3-\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\cos\left[(\nu_3-\omega_1)t+\delta_\varphi-\varepsilon_{23}\right];$$

$$\tilde{\beta}_{24}^{a}=\frac{\nu_3\rho_\varphi}{2}(qQ_{21}-Q_{51}-Q_{71})\times$$
$$\left\{\left[n^2-(\nu_3+\omega_1)^2\right]^2+4h^2(\nu_3+\omega_1)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\cos\left[(\nu_3+\omega_1)t+\delta_\varphi-\varepsilon_{24}\right].$$

Систематические составляющие, как видно, могут появиться в величинах $\tilde{\beta}_{15}^{a},\tilde{\beta}_{16}^{a},\tilde{\beta}_{19}^{a},\tilde{\beta}_{20}^{a},\tilde{\beta}_{23}^{a}$ при совпадении значений частот ν_1,ν_2 или ν_3 с частотой акустического излучения ω_1. Остальные пополнят спектр периодических составляющих. Таким образом, при асинхронной качке корпуса боевой машины звуковое излучение, проникающее внутрь приборного отсека, может привести к дополнительным погрешностям. Происходит, своего рода, избирательность частот.

Представляет практический интерес анализ природы появления систематического *сдвига нуля* у поплавкового гироскопа под действием проникающего акустического излучения.

Для этого следует принять величину измеряемой угловой скорости ω_0 равной нулю, соответствующий ей угол поворота подвижной части β_0 также положить равным нулю, т.е. обеспечить выполнение условий

$$\omega_0=0;\qquad \beta_0=0.$$

Из (4.4) получаем значение систематического сдига нуля:

$$\left(\tilde{\beta}_1^{a}\right)_{\text{сист.}}=\left\langle\tilde{\beta}_{11}^{a}\right\rangle=\frac{\nu B\cos\varepsilon_{11}}{2c}\times$$
$$\times\left\langle\left\{\rho_\theta\left[\left(-\frac{H}{B}\frac{4\pi hI_z\omega_1a_1^{(1)}}{HR_0}\right)+\frac{8hI_z\omega_1^2c_1^{(1)}}{3HR_0}-\frac{8hI_z\omega_1^2b_1^{(1)}}{3HR_0}\right]+\right.\right.$$
$$+\rho_\varphi\left[\frac{H}{B}\frac{4\pi hI_z\omega_1a_1^{(2)}}{HR_0}-\frac{8hI_z\omega_1^2c_1^{(1)}}{3HR_0}-\frac{8hI_z\omega_1^2b_1^{(2)}}{3HR_0}\right]-$$
$$\left.\left.-\rho_\psi\frac{H}{B}\frac{8hI_z\omega_1'c_1^{(2)}}{HR_0}\right\}\right\rangle,$$

$$\omega_1=\nu;\ \nu+\pi;\ \nu+2\pi;\ \nu+3\pi,\ \ldots,$$
$$\omega_1=\nu+\ell_1\pi\ \left(\ell_1=0,1,2,\ \ldots\right);$$
$$\omega_1'=\nu-\frac{1}{2}\pi;\ \nu+\frac{1}{2}\pi;\ \nu+\frac{3}{2}\pi;\ \nu+\frac{5}{2}\pi;$$
$$\omega_1'=\nu+(-1+\ell_2)\frac{\pi}{2},\ \ \left(\ell_2=0,2,4,6,\ \ldots\right).$$

Систематическая погрешность при измерении угловой скорости из-за сдвига нуля под действием акустического излучения для малых углов β_0 может быть вычислена по формуле (2.1):

$$\Delta\omega^a = \frac{c}{H(1+N_1)+B(N_2+N_3)}\left(\tilde{\beta}_1^a\right)_{\text{сист.}} =$$

$$= \frac{4\nu h I_z \cos\varepsilon_{11}}{3R_0\left[H(1+N_1)+B(N_2+N_3)\right]}\times$$

$$\times\left[\rho_\theta\left(-6\omega_1 a_1^{(1)} + \frac{B}{H}\omega_1^2 c_1^{(1)} - \frac{B}{H}\omega_1^2 b_1^{(1)}\right)+\right.$$

$$\left.+\rho_\varphi\left(-6\omega_1 a_1^{(2)} - \frac{B}{H}\omega_1^2 c_1^{(1)} - \frac{B}{H}\omega_1^2 b_1^{(2)}\right) - 3\rho_\psi\omega_1' c_1^{(2)}\right].$$

Таким образом, погрешность измерения угловой скорости будет определяться суммой погрешности, вызванной угловым движением корпуса аппарата $\Delta\omega^k$, и погрешности от влияния проникающего акустического излучения $\Delta\omega^a$, т.е.

$$\Delta\omega = \Delta\omega^k + \Delta\omega^a =$$

$$= \frac{cz}{2Bn}\rho_\theta\rho_\psi \sin\left(\delta_\theta - \delta_\psi\right) +$$

$$+ \frac{cHz^2}{2B^2n^2}\rho_\theta\rho_\varphi \cos\left(\delta_\varphi - \delta_\theta - \varepsilon\right) +$$

$$+ \frac{4\nu h I_z \cos\varepsilon_{11}}{3R_0\left[H(1+N_1)+B(N_2+N_3)\right]}\times$$

$$\times\left[\rho_\theta\left(-6\omega_1 a_1^{(1)} + \frac{B}{H}\omega_1^2 c_1^{(1)} - \frac{B}{H}\omega_1^2 b_1^{(1)}\right)+\right.$$

$$\left.+\rho_\varphi\left(-6\omega_1 a_1^{(2)} - \frac{B}{H}\omega_1^2 c_1^{(1)} - \frac{B}{H}\omega_1^2 b_1^{(2)}\right) - 3\rho_\psi\omega_1' c_1^{(2)}\right],$$

где $z = \frac{\nu}{n}$.

Чтобы определить систематический дрейф нуля интегрирующего гироскопа достаточно в полученных ранее результатах принять равным нулю коэффициент жесткости пружины $(c = 0)$, а также считать равной нулю угловую скорость ω_0 вращения машины вокруг входной оси прибора.

Таким образом, систематический дрейф нуля под действием проникающего акустического излучения будет следующим:

- синхронная качка

$$\left\langle\dot{\beta}_1^a\right\rangle_{\text{синхр.}} = \left\langle\frac{1}{4h}\nu\times\right.$$

$$\times\left[C_1\rho_\theta + \rho_\varphi\left(qQ_{21} - Q_{51} - Q_{71}\right) - \rho_\psi qQ_{31}\right]\times$$

$$\left.\times\left[\left(\nu-\omega_1\right)^2 + 4h^2\left(\nu-\omega_1\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cos\varepsilon_1\right\rangle,$$

$$\omega_1 = \nu + k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \ ...$$

- асинхронная качка

$$\left\langle\dot{\beta}_1^a\right\rangle_{\text{асинхр.}} = \frac{1}{4h}\left\langle\nu_1\rho_\theta\left(-qQ_{11} + Q_{41} - Q_{61}\right)\times\right.$$

$$\times\left[\left(\nu_1-\omega_1\right)^2 + 4h^2\left(\nu_1-\omega_1\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cos\left(\delta_\theta - \varepsilon_3\right) -$$

$$-\nu_2\rho_\psi qQ_{31}\left[\left(\nu_2-\omega_1\right)^2 + 4h^2\left(\nu_2-\omega_1\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\times$$

$$\times\cos\left(\delta_\psi - \varepsilon_5\right) + \nu_3\rho_\varphi\left(qQ_{21} - Q_{51} - Q_{71}\right)\times$$

$$\left.\times\left[\left(\nu_3-\omega_1\right)^2 + 4h^2\left(\nu_3-\omega_1\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cos\left(\delta_\varphi - \varepsilon_7\right)\right\rangle.$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Определены величины сдвига и дрейфа нуля поплавковых двустепенных гироскопов в системе внешнего целеуказания боевых машин, обусловленных качкой копуса и проникающим акустическим излучением.

Приведенные результаты позволяют выработать технические рекомендации для совершенствования тактико-технических характеристик боевых машин.

Литература

1. *Гусынин, В.П. Авиационно-космическая система «Пегас». Обзор по материалам открытой зарубежной печати за 1988-1996 г.г. Модификации, летные испытания и эксплуатация [Текст]/ В.П. Гусынин // Космічна наука і технологія. – 1998. – Т. 4, №5/6. – С. 148-155*
2. *Winter, F.H. 100 years of flight: a chronicle of aerospace history, 1903-2003 [Text]: monogr. F.H.Winter, F.R. Van der Binder; Reston, Virginia, American Institute of Aeronautics and Astronautics. – 2003. – 524 p.*
3. *Тимошенко, В.И. Использование гиперзвуковых технологий при создании перспективных транспортных систем [Текст]/ В.И. Тимошенко, В.П. Гусынин // Космічна наука і технологія. – 1999. – Т.5, № 1. – С. 78-89.*
4. *Коновалов, С.Ф. Проектирование гироскопических систем [Текст]: уч. пособие / С.Ф. Коновалов, Е.А. Никитин, С.М. Селиванова. – М.: Высшая шк., 1980. – 128 с.*
5. *Дифракція звуку на кардановому підвісі гіроскопа [Текст] / В.В. Карачун, Н.А. Кубрак., В.М. Мельник., К.Р. Потапова // Вісник ЖДТУ / Технічні науки. – 1999. – № 11. – С. 248-249.*
6. *Ізоляція імпедансних систем приладів [Текст]: моногр. / В.М. Мельник, М.С. Тривайло, В.В. Карачун, О.Я. Ковалець; Нац. техн. ун-т України «КПІ». – К.: «Корнійчук», 2009. – 104 с.*
7. *Мельник, В.М. Особливості руху в акустичному середовищі [Текст] / В.М. Мельник, В.В. Кара-*

чун // Materiály V Mezinárodni vědecko–praktická konference «Aktual'ni vymozenosti vědy - 2009», 27.06.2009 – 05.07.2009. Dil 13. Technicke vědy. Telovychova a sport. – Praha: Publishing House «Education and Science», 2009. – S. 17-21.

8. *Ковалец, О.Я. Инжекция акустического излучения как причина дифракционных эффектов на подвесе гироскопа [Текст] / О.Я. Ковалец // Дев'ята Міжнародна науково-технічна конференція «Приладобудування: стан і перспективи», 27-28 квітня 2010р., м. Київ, Україна.: ПБФ, НТУУ «КПІ», 2010. – С. 39.*

9. *Карачун, В.В. Задачі супроводу і маскування рухомих об'єктів [Текст]: моногр. / В.В. Карачун, В.М. Мельник; Нац. техн. ун-т України «КПІ». – Київ: «Корнійчук», 2011. – 264 с.*

10. *Карачун, В.В. Поплавковый гироскоп. Дифракция звуковых волн на импедансном подвесе [Текст]: моногр. / В.В. Карачун, В.Н. Мельник, О.Я. Ковалец; Нац. техн. ун-т Украины «КПИ». – Киев: Наук. думка, 2011. – 191 с.*

11. *Кошляков, В.Н. Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов: Аналитические методы [Текст]: моногр./ В.Н. Кошляков. – М.: Наука, 1986. – 288 с.*

Поступила в редакцию 24.07.2013, рассмотрена на редколлегии 11.09.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Рыжков, Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина

АКУСТИЧНИЙ ІМПЕДАНС ІНЕРЦІАЛЬНОГО НАВІГАТОРУ І ПОХИБКИ ЗОВНІШНЬОГО ЦІЛЕВКАЗУВАННЯ ПРИ МАНЕВРУВАННІ НА МАРШІ

В.М. Мельник, В.В. Карачун, Г.В. Бойко

Аналізуються причини появи зсуву і дрейфу нуля поплавкових двостепеневих гіроскопів в системі зовнішнього цілевказування бойових машин, які слугують виникненню і розвитку в часі похибок виявлення, класифікації і визначення місцезнаходження сухопутної цілі при маневруванні вогнем і рухом. В рамках тривимірної задачі встановлено закономірності пружного переміщення поверхні рухомої частини поплавкового підвісу і з'ясована природа Ейлерових сил інерції в експлуатаційних умовах ревербераційного простору та quasi – гармонічного кутового руху об'єкту. Зроблено оцінку ступеня впливу цих сил на зсув нуля двостепеневого гіроскопу і похибку вимірювань за осенесиметричного і багатоциклового деформованого стану.

Ключові слова: двостепеневий гіроскоп, зсув нуля, акустичне випромінювання, кінематичне збурення.

ACOUSTIC IMPEDANCE OF INERCIAL NAVIGATOR AND MISTAKES OUTSIDE TARGET-DETERMINATION MANOEUVRE ON MARCH

V.N. Mel'nick, V.V. Karachun, G.V. Boiko

Reasons of appearance of change and drift of zero of float two-degree gyroscopes are analyzed in the system of external target designation of fighting machines, resulting in an origin and development in time of errors of discovery, classification and position-fix land purpose at maneuvering a fire and motion. Within the framework of three-dimensional task conformities to law are set resilient the surface of moving of mobile part of float suspension and nature of Euler forces of inertia is found out in the operating terms of reverberation space and quasi – harmonic angular movement object. The estimation of degree of influence of these forces is conducted on the change of zero of two-degree gyroscope and error of measuring at the axis non-symmetrical and multisequencing deformed state.

Key words: two-degree gyroscope, change of zero, acoustic radiation, kinematics indignation.

Мельник Виктория Николаевна – д-р техн. наук, проф., зав. каф. биотехники и инженерии, Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина, e-mail: karachun11@i.ua.

Карачун Владимир Владимирович – д-р техн. наук, проф., проф. каф. биотехники и инженерии, Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина, e-mail: karachun11@i.ua.

Бойко Галина Владимировна – соискатель, Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев, Украина, e-mail: karachun11@i.ua.