

С. В. ЕПИФАНОВ, ЛИ ЦИЦЗЕ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОПАРЫ В УСЛОВИЯХ ДВИГАТЕЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СКАЧКООБРАЗНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Температура газа перед турбиной является одним из важнейших термодинамических параметров, определяющих удельную тягу и удельный расход топлива ГТД. Температура газа также влияет на температуру деталей и, следовательно, на уровень термических напряжений, а также на способность материалов сопротивляться статическим и циклическим нагрузкам. Поэтому ограничение температуры газа является одной из основных задач системы автоматического управления двигателем. Вследствие существенного влияния температуры на параметры рабочего процесса, прочность и ресурс деталей к точности ограничения температуры предъявляются высокие требования.

В работе рассмотрены динамические параметры канала определения температуры. Данный канал включает последовательно соединенные двигатель, термопару и динамический корректор. Погрешности настройки корректора, которые в основном выражаются в ошибке задания постоянной времени термопары, приводят к динамическим погрешностям определения температуры и соответствующим погрешностям регулирования. Проанализировано влияние погрешности настройки корректора на динамическую погрешность определения температуры и получены зависимости, связывающие динамическую погрешность с динамическими параметрами двигателя и параметрами канала определения температуры. Эти зависимости могут быть использованы для синтеза указанного канала, удовлетворяющего заданным требованиям к точности определения температуры. Рассмотрен простейший случай, когда термопара представляется как инерционное динамическое звено, единственным динамическим параметром которого является постоянная времени. Тогда указанные зависимости связывают значение постоянной времени термопары с погрешностью определения температуры и позволяют сформулировать требования к точности ее экспериментального определения.

В завершающей части выполнен анализ погрешности экспериментального определения постоянной времени термопары и получены зависимости, позволяющие определить влияние на эту погрешность таких параметров, как погрешность измерения, интервал наблюдения, частота измерений и динамические свойства двигателя и термопары.

Ключевые слова: газотурбинный двигатель; термопара; динамическая погрешность; математическая модель; идентификация.

Введение

Температура газа перед турбиной является одним из важнейших термодинамических параметров, определяющих удельную тягу и удельный расход топлива ГТД. Температура газа также влияет на температуру деталей и, следовательно, на уровень термических напряжений, а также на способность материалов сопротивляться статическим и циклическим нагрузкам. Поэтому ограничение температуры газа является одной из основных задач системы автоматического управления двигателем [1, 2].

При проектировании САУ ГТД эта задача обычно решается путем формирования отдельного замкнутого контура управления температурой (рис. 1), функцией которого является поддержание заданного значения температуры. Это заданное значение соответствует ограничению и рассчитывается

датчиком режима (см. рис. 1); оно может изменяться в зависимости от режима работы двигателя и внешних условий. Вследствие существенного влияния температуры на параметры рабочего процесса, прочность и ресурс деталей к точности ограничения температуры предъявляются высокие требования, которые могут выражаться значениями следующих параметров:

- статическая погрешность регулирования (разность между фактическим и заданным значениями температуры на установившемся режиме работы двигателя);
- максимальная динамическая погрешность (максимальная по абсолютной величине разность между фактическим и заданным значениями температуры на переходном режиме работы двигателя);
- максимальный заброс температуры при приливности;

– максимальное допустимое время перерегулирования (период времени, в течение которого фактическое значение температуры превышает заданное более чем на заданную величину).

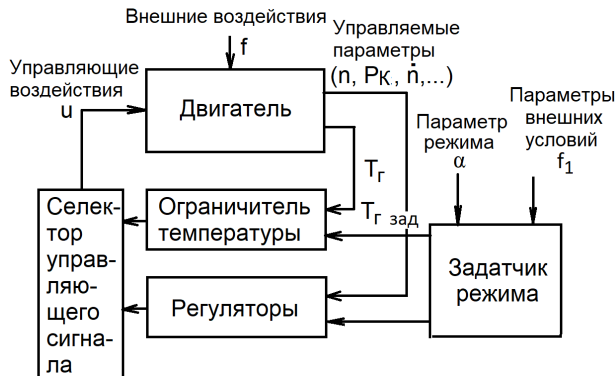


Рис. 1. Структура САУ ГТД с ограничителем температуры

Основными факторами, влияющими на указанные параметры погрешности, являются точность измерения температуры T_g , которая используется в обратной связи ограничителя температуры, а также динамические свойства этого регулятора-ограничителя. В данной работе рассмотрены динамические параметры канала определения температуры. Проанализировано их влияние на динамическую погрешность определения температуры и получены зависимости, связывающие динамическую погрешность с динамическими параметрами двигателя и параметрами канала определения температуры. Эти зависимости могут быть использованы для синтеза указанного канала, удовлетворяющего заданным требованиям к точности определения температуры. Основными параметрами, необходимыми для формирования канала определения температуры, являются динамические параметры термопары. В дальнейшем рассмотрен простейший случай, когда термопара представляется как инерционное динамическое звено, единственным динамическим параметром которого является постоянная времени. Тогда указанные зависимости связывают значение постоянной времени термопары с погрешностью определения температуры и позволяют сформулировать требования к точности ее экспериментального определения. В завершающей части выполнен анализ погрешности экспериментального определения постоянной времени термопары и получены зависимости, позволяющие определить влияние на эту погрешность таких параметров, как погрешность измерения, интервал наблюдения, частота измерений и динамические свойства двигателя и термопары.

1. Постановка задачи

Погрешность регулирования температуры газа (см. рис. 1) зависит от погрешности канала определения температуры, а также от динамических свойств двигателя и регулятора. Для измерения температуры газа используется термопара. Сигнал термопары T_{TP} отличается от реальной температуры T_g на величину погрешности. Ее статическая составляющая (погрешность измерения постоянной температуры) обусловлена конструктивными особенностями камеры торможения потока и отличием температуры электродов от температуры торможения потока, термоэлектрическими явлениями в зоне контакта электродов, теплообменом между электродами и корпусом и другими причинами. В дальнейшем будем считать, что эти явления учтены при формировании измерительной схемы, и статическая погрешность равна нулю. Поэтому будем рассматривать динамическую погрешность $\Delta T_{дин} = T_{TP} - T_g$, которая обусловлена тепловой инерционностью конструктивных элементов термопары и проявляется на переходных режимах работы двигателя – при приемистости и сбросе. При этом основное внимание следует уделить приемистости, как процессу, связанному с повышением температуры.

Приемистость (увеличение режима работы двигателя) задается повышением значения задающего воздействия α (см. рис. 1). При этом возрастает расход топлива. Вследствие инерционности ротора частота его вращения будет увеличиваться медленнее, чем растет расход топлива, а это приводит к снижению значения коэффициента избытка воздуха в камере сгорания и соответствующему росту T_g . Для ограничения температуры необходим соответствующий регулятор с обратной связью, показанный на рис. 1. Однако термопары, используемые в системах управления двигателями, имеют значительную инерционность, соизмеримую с инерционностью ротора двигателя. Поэтому прямое использование сигнала термопары для регулирования может привести к перегреву горячей части и снижению ресурса ее деталей, в частности, рабочих и сопловых лопаток и элементов корпуса. Для устранения этого недостатка в канал определения температуры включают последовательно корректирующее звено, которое настраивается с учетом динамических свойств термопары, в частности, ее постоянной времени. Таким образом, в регулятор из канала определения температуры газа поступает оценка этой температуры \hat{T}_g . Структура формирования оценки температуры представлена на рис. 2. Эта разомкнутая система будет объектом дальнейшего анализа.



Рис. 2. Структурная схема формирования оценки температуры

Значение постоянной времени термопары, которое используется для настройки корректора, может отличаться от реального значения. Это приводит к динамическим погрешностям, которые являются предметом исследования данной работы. Таким образом, первой задачей работы является определение факторов, влияющих на динамическую погрешность определения температуры в представленной системе, и формирование зависимостей, описывающих влияние погрешности задания постоянной времени термопары на динамическую погрешность температуры.

Постоянная времени термопары зависит от параметров газового потока, температура которого измеряется, и изменяется в широких пределах в зависимости от режима работы двигателя и внешних условий. Для определения ее значения в ряде случаев требуется проведение специальных экспериментов [3]. Для рационального планирования этих экспериментов необходимо определить факторы, влияющие на погрешность экспериментального определения постоянной времени, и найти зависимость погрешности от этих факторов. Это является второй задачей данной работы.

2. Выбор метода исследования и формирование математических моделей

Для решения указанных задач использован аналитический метод исследования. С одной стороны, для его применения необходимо предельно упростить рассматриваемый объект, что несколько ограничивает область применения результатов анализа. Однако аналитические модели и зависимости являются универсальными, часто их можно представить в критериальной форме, что дает возможность их использования при анализе системы с любыми заданными значениями динамических параметров.

С целью упрощения анализа рассмотрен одно-валный турбореактивный двигатель (ТРД), входным параметром которого является расход топлива G_T , а выходными параметрами – частота вращения ротора n и температура газа T_G . Термопара также рассмотрена в простейшем приближении: ее единственным динамическим параметром является постоянная времени.

Реальные переходные процессы в двигателе обусловлены сложным характером изменения расхода топлива. Это связано с программами регулиро-

вания отдельных параметров и характером взаимодействия регуляторов в САУ, структура которой соответствует рис. 1. Чтобы смоделировать эти реальные условия, необходимо рассматривать замкнутую САУ с известными законами управления, то есть дифференциальными уравнениями регуляторов и алгоритмами селекции. В данном исследовании рассмотрена разомкнутая система, входное воздействие на которую характеризуется скачкообразным изменением расхода топлива. В реальной системе изменение расхода будет более плавным, а отклонение оцениваемой температуры – меньшим. Таким образом, будут получены предельные значения погрешностей определения температуры.

Чтобы получить аналитические зависимости для динамических процессов, необходимо использовать математические модели в форме дифференциальных уравнений. Математическая модель двигателя является в общем виде нелинейной, так как нелинейны термодинамические и газодинамические уравнения, связывающие расход топлива с параметрами рабочего процесса. Термопара также является нелинейным объектом, так как ее инерционные свойства зависят от параметров газа. Анализ соответствующих нелинейных уравнений в аналитической форме связан с существенными трудностями. Чтобы избежать их, рассмотрены уравнения представленных на рис. 2 звеньев и системы в целом в окрестности произвольного установившегося режима. Тогда можно составить уравнения не относительно абсолютных значений параметров x , а относительно отклонений Δx этих параметров от их значений x_0 , соответствующих данному установившемуся режиму. Эти уравнения являются линейными.

Таким образом, математическая модель двигателя имеет вид

$$\tau \frac{dn}{dt} + \Delta n = K \cdot \Delta G_T, \quad (1)$$

$$\Delta T_G = c \cdot \Delta n + d \cdot \Delta G_T, \quad (2)$$

где τ – постоянная времени двигателя;

K – коэффициент усиления частоты вращения по подаче топлива;

c, d – коэффициенты уравнения для температуры газа.

Термопара представлена инерционным звеном с моделью

$$\varepsilon \frac{dT_{ТП}}{dt} + \Delta T_{ТП} = \Delta T_G, \quad (3)$$

где ε – постоянная времени термопары.

Модель корректирующего звена имеет вид [2]

$$v \frac{d\hat{T}}{dt} + \Delta \hat{T} = e \frac{dT_{ТП}}{dt} + \Delta T_{ТП}, \quad (4)$$

где e – оценка постоянной времени термопары, используемая для настройки корректора;

v – постоянная времени корректора.

Постоянная времени корректора вводится для обеспечения устойчивости системы. Это – малая величина, поэтому можно считать, что $v \ll \varepsilon$.

3. Решение уравнений системы и формирование универсальных зависимостей для погрешности определения температуры газа

Рассмотрим скачкообразное изменение расхода топлива на величину ΔG_0 . В качестве начальных условий будем полагать, что в начальный момент времени $t=0$ отклонения всех рассматриваемых параметров равны нулю. Тогда решения уравнений (1) и (2) имеют вид

$$\Delta n(t) = K \cdot \Delta G_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}); \quad (5)$$

$$\Delta T_{\Gamma}(t) = \Delta G_0 [cK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + d]. \quad (6)$$

Выражение (6) можно представить в критериальной форме как

$$\bar{T}_{\Gamma}(t) = A(1 - e^{-\bar{t}}) + 1, \quad (7)$$

где $\bar{T}_{\Gamma} = \frac{\Delta T_{\Gamma}}{d \cdot \Delta G_0}$ – безразмерное изменение температуры;

$$\bar{t} = \frac{t}{\tau} \text{ – безразмерное время;}$$

$$A = \frac{c \cdot K}{d} \text{ – коэффициент.}$$

Таким образом, в критериальной форме влияние динамических свойств двигателя на зависимость безразмерной температуры от безразмерного времени представляется всего одним параметром A .

Подставив температуру (6) в правую часть уравнения термопары (3), получим:

$$\varepsilon \frac{dT_{\text{ТП}}}{dt} + \Delta T_{\text{ТП}} = \Delta G_0 [cK(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + d], \quad (8)$$

Решение этого уравнения при указанных начальных условиях имеет вид

$$\Delta T_{\text{ТП}}(t) = \Delta G_0 \times \\ \times [d + cK - (d - cK \frac{\varepsilon}{\tau}) e^{-\frac{t}{\varepsilon}} - cK \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon}{\tau}} e^{-\frac{t}{\tau}}], \quad (9)$$

а в безразмерных параметрах –

$$\bar{T}_{\text{ТП}} = 1 + A - (1 - A \frac{\bar{\varepsilon}}{1 - \bar{\varepsilon}}) e^{-\frac{\bar{t}}{\bar{\varepsilon}}} - A \frac{1}{1 - \bar{\varepsilon}} e^{-\bar{t}}, \quad (10)$$

где $\bar{T}_{\text{ТП}} = \frac{\Delta T_{\text{ТП}}}{d \cdot \Delta G_0}$ – безразмерное изменение сигнала термопары;

$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\tau}$ – безразмерная постоянная времени термопары.

Определим производную от сигнала термопары:

$$\frac{dT_{\text{ТП}}(t)}{dt} = \Delta G_0 [(\frac{d}{\varepsilon} - \frac{cK}{\tau - \varepsilon}) e^{-\frac{t}{\varepsilon}} + \frac{cK}{\tau - \varepsilon} e^{-\frac{t}{\tau}}]. \quad (11)$$

Подставив его в (4), получим уравнение динамики корректора при скачкообразном изменении расхода топлива:

$$v \frac{d\hat{T}_{\Gamma}}{dt} + \Delta \hat{T}_{\Gamma} = \Delta G_0 \{d + cK + \\ + [d(\frac{e}{\varepsilon} - 1) - cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon}] e^{-\frac{t}{\varepsilon}} - cK \frac{\tau - e}{\tau - \varepsilon} e^{-\frac{t}{\tau}}\}, \quad (12)$$

Его решение при заданных начальных условиях

$$\Delta \hat{T}_{\Gamma} = \Delta G_0 (d + cK - \{d + cK + [d(\frac{e}{\varepsilon} - 1) - \\ - cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon}] \frac{\varepsilon}{\varepsilon - v} - cK \frac{\tau - e}{\tau - \varepsilon} \frac{\tau}{\tau - v}\} e^{-\frac{t}{v}} + \\ + [d(\frac{e}{\varepsilon} - 1) - cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon}] \frac{\varepsilon}{\varepsilon - v} e^{-\frac{t}{\varepsilon}} - \\ - cK \frac{\tau - e}{\tau - \varepsilon} \frac{\tau}{\tau - v} e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad (13)$$

а в безразмерных параметрах –

$$\hat{\bar{T}}_{\Gamma} = 1 + A - \{1 + A + [(\frac{\bar{e}}{\varepsilon} - 1) - A \frac{\bar{e} - \bar{\varepsilon}}{1 - \bar{\varepsilon}}] \frac{1}{1 - \frac{\bar{v}}{\bar{\varepsilon}}} - \\ - A \frac{1 - \bar{e}}{1 - \bar{\varepsilon}} \frac{1}{1 - \bar{v}}\} e^{-\frac{\bar{t}}{\bar{v}}} + [(\frac{\bar{e}}{\varepsilon} - 1) - \\ - A \frac{\bar{e} - \bar{\varepsilon}}{1 - \bar{\varepsilon}}] \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon} - \bar{v}} e^{-\frac{\bar{t}}{\bar{\varepsilon}}} - A \frac{1 - \bar{e}}{1 - \bar{\varepsilon}} \frac{1}{1 - \bar{v}} e^{-\bar{t}}, \quad (14)$$

где $\hat{\bar{T}}_{\Gamma} = \frac{\Delta \hat{T}_{\Gamma}}{d \cdot \Delta G_0}$ – безразмерное значение оценки температуры;

$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\tau}$, $\bar{v} = \frac{v}{\tau}$ – безразмерные значения параметров корректора.

В качестве примера на рис. 3, а приведены абсолютные значения отклонений температуры газа, а также сигналов термопары и корректора при $\tau=1$ с, $K=10$ (об/мин)/(кг/час), $c=-0.2$ К/(об/мин), $d=3$ К/(кг/час), $\Delta G_0=100$ кг/час, $\varepsilon=0.6$ с, $e=0.4$ с, $v=0.001$. На рис. 3, б представлены безразмерные значения тех же параметров, соответствующие $A=-0.5$, $\bar{\varepsilon}=0.6$, $\bar{v}=0.4$.

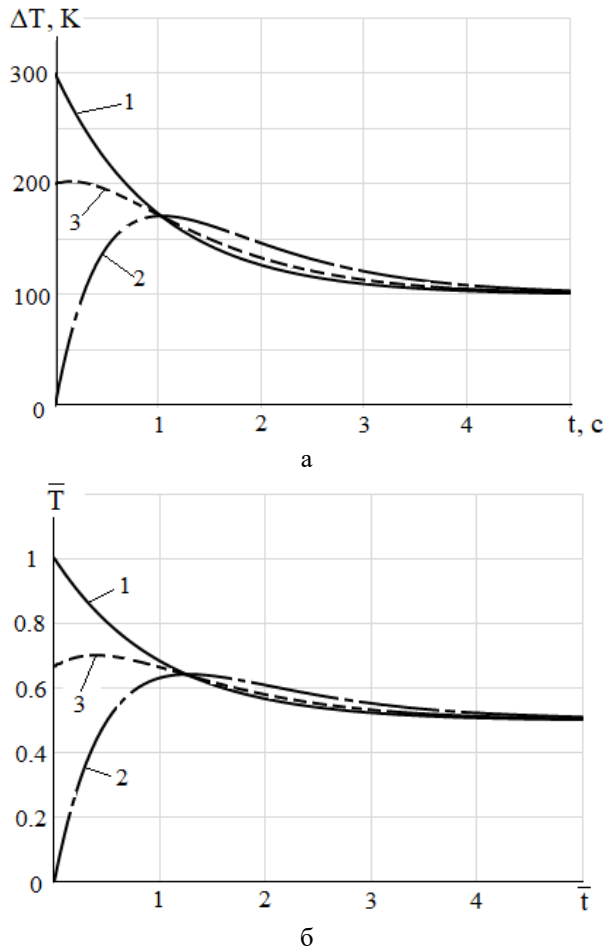


Рис. 3. Изменение температуры газа (1), а также сигналов термопары (2) и корректора (3) при скачкообразном изменении расхода топлива: а – абсолютные отклонения температуры; б – безразмерные значения отклонений

Из представленных на рис. 3 графиков видно, что погрешность ΔT изменяется во времени:

$$\Delta T = G_0 \left\{ d \left(\frac{e}{\varepsilon} - 1 \right) - cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon} \right\} e^{-\frac{t}{\varepsilon}} + cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (15)$$

Она имеет два максимальных по абсолютной величине значения: в начальный момент времени и после пересечения графиков. Более подробный анализ дает следующие результаты.

Максимальная погрешность соответствует начальному моменту времени:

$$\Delta T(0) = G_0 d \left(\frac{e}{\varepsilon} - 1 \right); \quad \bar{T}(0) = \frac{e}{\varepsilon} - 1.$$

Второй максимум абсолютного значения погрешности соответствует моменту времени

$$t_2 = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\tau}} \ln \left[\left(1 - \frac{\tau - \varepsilon}{A\varepsilon} \right) \frac{\tau}{\varepsilon} \right]$$

и равен

$$\Delta T_2 = G_0 \left\{ \left[d \left(\frac{e}{\varepsilon} - 1 \right) - cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon} \right] \left[\left(1 - \frac{\tau - \varepsilon}{A\varepsilon} \right) \frac{\tau}{\varepsilon} \right]^{-\frac{1}{1 - \frac{\varepsilon}{\tau}}} + cK \frac{e - \varepsilon}{\tau - \varepsilon} \left[\left(1 - \frac{\tau - \varepsilon}{A\varepsilon} \right) \frac{\tau}{\varepsilon} \right]^{-\frac{1}{\tau - 1}} \right\}.$$

При $\tau = 1$ с, $K = 10$ (об/мин)/(кг/час), $c = -0.2$ К/(об/мин), $d = 3$ К/(кг/час), $\Delta G_0 = 100$ кг/час, $\varepsilon = 0.6$ с; $e = 0.4$ с получим: $t_2 = 1.81$ с; $\Delta T_2 = 26$ К, что соответствует данным, представленным на рис. 3, а.

Практический интерес представляет прежде всего значение погрешности в начальный момент времени, так как частота управления в цифровых системах высока, и управляющее воздействие будет формироваться с максимальной погрешностью именно в этот момент времени.

Из полученных выражений следует, что погрешность определения температуры прямо пропорциональна погрешности постоянной времени корректора.

Коэффициент пропорциональности между этими погрешностями зависит от следующих параметров: G_0 , d , c , K , τ и ε . Использование критериальных соотношений позволяет уменьшить количество влияющих параметров до двух: безразмерная погрешность зависит от безразмерной постоянной времени термопары $\bar{\varepsilon}$ и от параметра двигателя A .

Из формул (16), (17) следует, что относительная погрешность определения температуры равна относительной погрешности задания постоянной времени термопары.

4. Анализ погрешности экспериментального определения постоянной времени термопары

Динамические характеристики датчиков температуры могут зависеть от особенностей их расположения в проточной части двигателя.

Таким образом, возникает необходимость экспериментального определения динамических характеристик датчиков температуры, в простейшем случае – постоянной времени.

Методы экспериментального определения постоянной времени термопары широко известны (см., например, [4]). Однако они предполагают экспериментирование с автономной термопарой и поэтому не учитывают особенностей, связанных с ее размещением в проточной части двигателя. Чтобы учесть

эти особенности, необходимо проводить испытания термопар в составе двигателя.

Рассмотрим такой эксперимент. Пусть известны динамические параметры двигателя, входящие в уравнения (1) и (2). Требуется определить значение постоянной времени термопары ε по результатам измерения температуры при скачкообразном изменении расхода топлива на величину ΔG_0 . Температура измеряется дискретно в моменты времени $t_1, \dots, t_j, \dots, t_N$. Результатами измерения являются сигналы термопары T_{TP} . Обозначим их как $y_1, \dots, y_j, \dots, y_N$. Графики изменения температуры и сигнала термопары представлены на рис. 4.

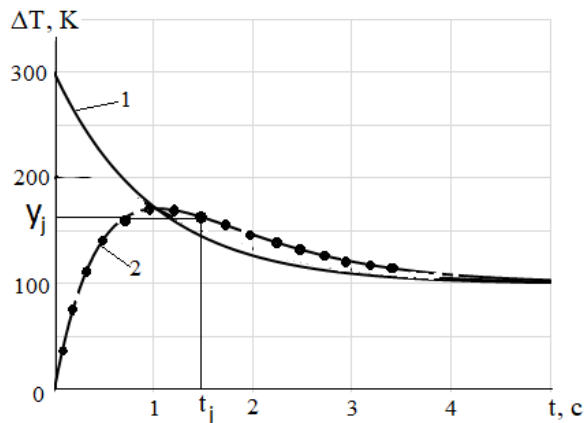


Рис. 4. Изменение температуры (1) и сигнала термопары (2), а также измеренные значения

Из выполненного выше анализа следует, что сигнал термопары описывается выражением (9). Тогда функция является моделью сигнала термопары. Ее параметром является постоянная времени ε .

В общем виде задача определения параметра термопары может быть сформулирована как задача решения относительно этого параметра системы из N уравнений

$$y(\varepsilon, t_j) = y_j, \quad j=1, \dots, N. \quad (16)$$

Поскольку количество данных уравнений превосходит количество неизвестных параметров, в таком виде эта задача не имеет решения. Чтобы сделать задачу разрешимой, необходимо ввести дополнительное условие. Этим условие является не точное равенство, а минимальное различие между левыми и правыми частями этих уравнений. Обычно в качестве меры близости $\Phi(\varepsilon)$ используется сумма квадратов отклонений, и такой подход получил название метода наименьших квадратов (МНК):

$$\Phi(\varepsilon) = \sum_{j=1}^N (y_j - y(\varepsilon, t_j))^2 \rightarrow \min. \quad (17)$$

Значение $\hat{\varepsilon}$, соответствующее условию (17), является МНК-оценкой искомого параметра. Функция (16) является нелинейной относительно параметра ε . Поэтому задача определения оценки $\hat{\varepsilon}$ является нелинейной и решается итеративно:

$$\hat{\varepsilon}^{s+1} = \hat{\varepsilon}^s + \Delta \hat{\varepsilon}^s,$$

где $\Delta \hat{\varepsilon}^s$ – поправка к предыдущей оценке, которая является результатом решения линеаризованной задачи

$$\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\hat{\varepsilon}^s, t_j) \Delta \varepsilon^s = y_j - y(\hat{\varepsilon}^s, t_j), \quad j=1, \dots, N. \quad (18)$$

$$\Phi(\varepsilon) = \sum_{j=1}^N \left(y_j - y(\varepsilon^s, t_j) - \frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\varepsilon^s, t_j) \Delta \varepsilon^s \right)^2 \rightarrow \min. \quad (19)$$

Для этого на каждой итерации определяется производная от функции (16) по параметру.

МНК-решение для (17) имеет следующий вид:

$$\Delta \hat{\varepsilon}^s = \frac{\sum_{j=1}^N \left[\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\varepsilon^s, t_j) \cdot (y_j - y(\varepsilon^s, t_j)) \right]}{\sum_{j=1}^N \left[\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\varepsilon^s, t_j) \right]^2}. \quad (20)$$

Дисперсия оценки может быть определена с помощью уравнения, линеаризованного в окрестности решения:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sum_{j=1}^N \left[\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\hat{\varepsilon}, t_j) \right]^2}. \quad (21)$$

Предполагая, что измерения выполняются с постоянным интервалом времени Δt , преобразуем выражение (21):

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_y^2}{\sum_{j=1}^N \left[\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\hat{\varepsilon}, t_j) \right]^2} \approx \frac{\sigma_y^2 \cdot \Delta t}{\int_0^{t_N} \left[\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}(\hat{\varepsilon}, t_j) \right]^2 \cdot dt}. \quad (22)$$

Определив производную от функции (16) и подставив в (22), получим:

$$\frac{\partial y(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} = \frac{\Delta G_0 \cdot d \cdot \tau}{\varepsilon^2} \times \left\{ \frac{A}{\left(\frac{\tau}{\varepsilon} - 1 \right)^2} \left(e^{-\frac{t}{\varepsilon}} - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) - \frac{t}{\tau} \left[1 - \frac{A}{\left(\frac{\tau}{\varepsilon} - 1 \right)} \right] e^{-\frac{t}{\varepsilon}} \right\};$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_T^2 \cdot \Delta t \cdot \varepsilon^4}{(\Delta G_0)^2 \cdot d^2 \cdot \tau^2} \left\{ \frac{A^2}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)^4} \left[\frac{\varepsilon}{2} \left(1 - e^{-\frac{2t_N}{\varepsilon}}\right) - \frac{2\tau\varepsilon}{\tau+\varepsilon} \left(1 - e^{-\frac{t_N}{\varepsilon}} e^{-\frac{t_N}{\tau}}\right) + \frac{\tau}{2} \left(1 - e^{-\frac{t_N}{\tau}}\right) \right] \right. \\ \left. - \frac{2}{\tau} \frac{A}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)^2} \left[1 - \frac{A}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)} \right] \left[\frac{-\varepsilon}{2} t_N e^{-\frac{2t_N}{\varepsilon}} + \frac{\varepsilon^2}{4} \left(1 - e^{-\frac{2t_N}{\varepsilon}}\right) + \frac{\tau\varepsilon}{\tau+\varepsilon} t_N e^{-\frac{t_N}{\varepsilon}} e^{-\frac{t_N}{\tau}} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\tau^2} \left[1 - \frac{A}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)} \right]^2 \left[-\frac{\varepsilon}{2} t_N^2 e^{-\frac{2t_N}{\varepsilon}} - \frac{\varepsilon^2}{2} t_N e^{-\frac{2t_N}{\varepsilon}} + \frac{\varepsilon^3}{4} \left(1 - e^{-\frac{2t_N}{\varepsilon}}\right) \right] \right\}^{-1}$$

При значительном времени наблюдения ($t_N > 3\tau$) значения входящих в эту формулу экспонент стремятся к нулю, и погрешность оценки постоянной времени не зависит от количества дальнейших измерений, то есть эти измерения не дают новой информации об искомой величине. Это происходит потому, что объект (термопара) выходит на статический режим работы, на котором динамические параметры не проявляются.

Поэтому выражение для минимальной дисперсии оценки постоянной времени имеет следующий вид:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_T^2 \cdot \Delta t \cdot \varepsilon^4}{(\Delta G_0)^2 \cdot d^2 \cdot \tau^2} \left\{ \frac{1}{2} \frac{A^2}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)^4} \frac{(\tau-\varepsilon)^2}{(\tau+\varepsilon)} + \frac{1}{\tau^2} \left[1 - \frac{A}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)} \right]^2 \frac{\varepsilon^3}{4} \frac{2}{\tau} \frac{A}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)^2} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{A}{\left(\frac{\tau-1}{\varepsilon}\right)} \right] \left[\frac{\varepsilon^2}{4} - \left(\frac{\tau\varepsilon}{\tau+\varepsilon}\right)^2 \right] \right\}^{-1} = \\ = \frac{\sigma_T^2 \cdot \Delta t}{(\Delta G_0)^2 \cdot d^2} f(\varepsilon).$$

Зависимость функции $f(\varepsilon)$ от параметра ε/τ при $A = -0.6667$ представлена на рис. 5, а; зависимость входящего в формулу (27) комплекса σ_{ε}^2 дисперсии оценки от ε/τ при $A = -0.6667$, $\tau = 1.5\text{с}$, $\sigma_T^2 = 20\text{K}^2$, $\Delta t = 0.05\text{с}$ представлена на рис. 5, б.

Заключение

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Дисперсия погрешности оценки постоянной времени пропорциональна дисперсии σ_T^2 измерений температуры.

2. Дисперсия погрешности оценки постоянной времени пропорциональна интервалу времени между измерениями Δt . Этот вывод требует дополнительных комментариев. Из формулы (27) следует, что, увеличивая частоту измерений, можно сделать погрешность оценок сколь угодно малой. Однако необходимо учитывать, что формула (26), на основе которой получено указанное выражение для погрешностей оценок, справедлива только в случае, если используемые результаты измерений не коррелированы. А это предположение при уменьшении интервала между измерениями становится несправедливым. Поэтому возможности влияния на точность оценивания путем уменьшения интервала между измерениями ограничены.

3. Зависимость дисперсии погрешности оценки постоянной времени термопары от постоянной времени двигателя имеет максимум. В области малых значений постоянной времени двигателя увеличение постоянной времени двигателя приводит к росту дисперсии. Указанный максимум имеет пологий характер. Поэтому в области больших значений постоянной времени двигателя погрешности оценки изменяется слабо.

4. Дисперсия погрешности оценки постоянной времени обратно пропорциональна квадрату входного скачкообразного воздействия ΔG_0 . Аналогично предыдущему пункту, из полученных формул следует, что, увеличивая это воздействие, можно снижать погрешности оценок. Однако в действи-

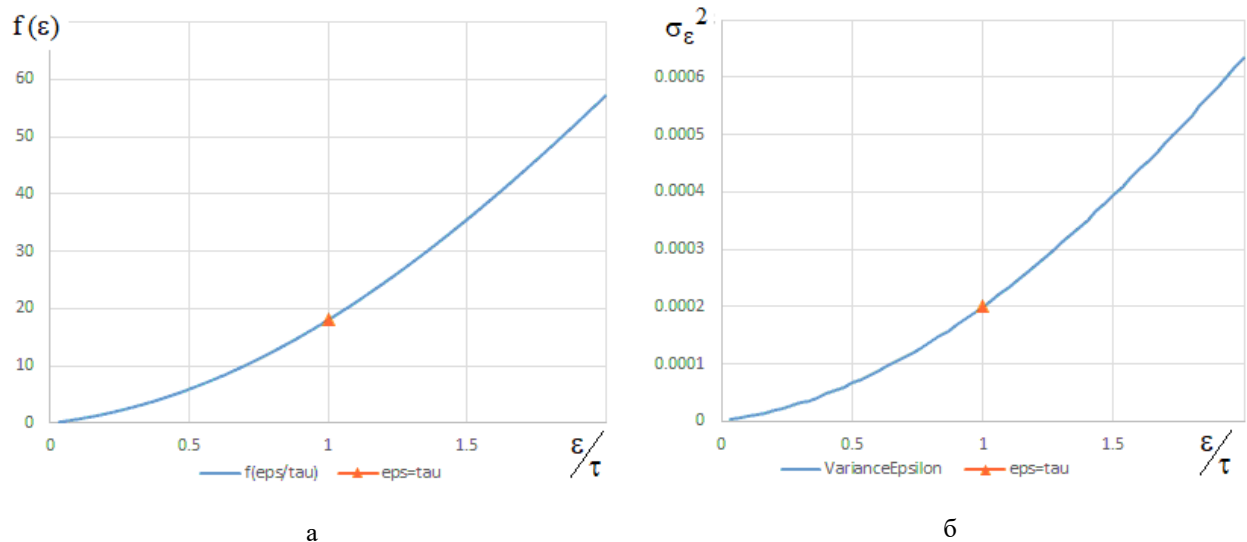


Рис. 5. Влияние значения постоянной времени термопары на погрешность ее экспериментального определения:

а – зависимость $f(\varepsilon)$ от параметра $\frac{\varepsilon}{\tau}$; б – зависимость σ_{ε}^2 от $\frac{\varepsilon}{\tau}$

тельности имеется два ограничения на величину входного воздействия. Во-первых, скачкообразное повышение расхода топлива приводит к скачкообразному повышению температуры газа перед турбиной (см. рис. 3), а это, в свою очередь, приводит к снижению запаса устойчивости компрессора. Во-вторых, полученная зависимость основана на предположении о постоянстве значений коэффициентов динамической модели двигателя. В действительности же эти значения зависят от ряда условий, в том числе от режима работы двигателя. Таким образом, амплитуда скачкообразного воздействия на двигатель существенно ограничена, а ее увеличение приводит к снижению точности, а в пределе – к нарушению условий нормальной работы двигателя.

5. С увеличением времени значения дисперсии оценки стабилизируются. Это свидетельствует о том, что после окончания переходного процесса новые измерения не приносят новой информации об оцениваемых параметрах.

6. Оценим порядок точности оценивания. При использованных в качестве примера значениях параметров ($\Delta G_0 = 100$ кг/час, $d = 0.3$, $A = -0.6667$, $\tau = 1$ с, $\varepsilon = 0.6$ с) и измерении температуры с частотой 5 Гц ($\Delta t = 0.2$ с) и дисперсией $\sigma_T^2 = 20$ К² получим:

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sigma_T^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot \Delta t}{(\Delta G_0)^2 \cdot d^2 \cdot \tau} f\left(\frac{\varepsilon}{\tau}\right) \approx \frac{20 \cdot 0.36 \cdot 0.2}{(20)^2 \cdot 0.09 \cdot 1} \cdot 0.1 = 0.004 \text{ с}^2,$$

что соответствует погрешности оценки

$$\Delta \sigma_{\varepsilon} = 3\sigma_{\varepsilon} = 0.2 \text{ с.}$$

При номинальном значении постоянной времени 0.6 с погрешность составляет более 30 %. Это подтверждает актуальность данного исследования, целью которого является обеспечение корректного планирования эксперимента для определения постоянной времени с необходимой точностью.

Литература

1. Jaw, L. C. Aircraft engine controls: design, system analysis, and health monitoring [Text] / L. C. Jaw, J. D. Mattingly // AIAA Education Series. – American Institute of Aeronautics and Astronautics. – 361 p.
2. Синяков, А. Н. Системы автоматического управления летательными аппаратами и их силовыми установками [Текст] : учебник для студентов высших техн. учеб. заведений / А. Н. Синяков, Ф. А. Шаймарданов. – М. : Машиностроение, 1991. – 320 с.
3. Епифанов, С. В. Идентификация динамических характеристик термопар по результатам испытаний двигателей [Текст] / С. В. Епифанов, С. И. Суховей, А. В. Шпилевой // Авиационно-космическая техника и технология. – 2009. – №9 (66). – С. 166-171.
4. Симбирский, Д. Ф. Определение динамических характеристик чувствительных элементов датчиков температуры газового потока для системы автоматического регулирования ВРД [Текст] : учеб. пособие / Д. Ф. Симбирский, А. И. Скрипка. – Х. : Харьк. авиац. ин-т, 1993. – 22 с.

References

1. Jaw, L. C., Mattingly, J. D. Aircraft engine controls: design, system analysis, and health monitoring. *AIAA Education Series*, American Institute of Aeronautics and Astronautics. 361 p.
2. Sinyakov, A. N., Shaymardanov, F. A. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya letatel'nyimi apparatami i ikh silovymi ustanovkami* [Automatic control system so aircraft and power plants]. Moscow, Mashinostroyeniye – Mechanical engineering Publ., 1991. 320 c.
3. Yepifanov, S. V., Sukhovey, S. I., Shpilevoy, A. V. *Identifikatsiya dinamicheskikh kharakteristik termpar po rezul'tatam ispytaniy dvigateley* [Identification of thermocouple dynamic performances on test in results]. *Aviacijno-kosmichna tehnika i tehnologia – Aerospace technic and technology*, 2009, no. 9 (66), pp. 166-171.
4. Simbirskiy, D. F., Skripka, A. I. *Opredeleniye dinamicheskikh kharakteristik chuvstvitel'nykh elementov datchikov temperatury gazovogo potoka dlya sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya VRD: ucheb. posobiye* [Dynamic performances determining of the gas flow temperature gages sensitive elements for air-breathing engine automatic control. Tutorial]. Kharkov, Khar'k. aviats. in-t, 1993. 22 p.

Поступила в редакцію 12.05.2019, рассмотрена на редколлегии 15.08.2019

АНАЛІЗ ПОХИБОК ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОПАРИ В УМОВАХ ДВИГУНА З ВИКОРИСТАННЯМ СТРИБКОПОДІБНОГО ВПЛИВУ

С. В. Єпіфанов, Лі Цицзе

Температура газу перед турбіною є одним з найважливіших термодинамічних параметрів, які визначають питому тягу та питому витрату палива ГТД. Температура газу також впливає на температуру деталей і рівень термічних напружень, а також на здатність матеріалів опиратися статичним і циклічним навантаженням. Тому обмеження температури газу є однією з основних задач системи автоматичного керування двигуна. Внаслідок суттєвого впливу температури на параметри робочого процесу, міцність і ресурс деталей до точності обмеження температури висуваються жорсткі вимоги.

В роботі розглянуто динамічні параметри каналу визначення температури. Цей канал містить послідовно сполучені двигун, термопару і динамічний коректор. Похибки налаштування коректора, які в основному залежать від похибки задання сталої часу термопару, приводять до динамічних похибок визначення температури і відповідним похибкам керування. Проаналізовано вплив похибки налаштування коректора на динамічну похибку визначення температури та отримано залежності, які пов'язують динамічну похибку з динамічними параметрами двигуна і параметрами каналу визначення температури. Ці залежності можуть бути використані для синтезу зазначеного каналу, який задовольняє за дані вимоги до точності визначення температури. Розглянуто найпростіший випадок, коли термопара представляється як інерційний динамічний елемент, єдиним динамічним параметром якого є стала часу. Тоді зазначені залежності пов'язують значення сталої часу термопару з похибкою визначення температури і дозволяють сформулювати вимоги до точності її експериментального визначення.

У завершальній частині виконано аналіз похибки експериментального визначення сталої часу термопару і отримано залежності, які дозволяють визначити вплив на цю похибку таких параметрів, як похибка вимірювання, інтервал спостереження, частота вимірювання та динамічні властивості двигуна і термопару.

Ключові слова: газотурбінний двигун; термопара; динамічна похибка; математична модель; ідентифікація.

ERROR ANALYSIS OF THERMOCOUPLE DYNAMIC PERFORMANCES EXPERIMENTAL DETERMINING IN ENGINE CONDITIONS USING STEP RESPONSE

S. Yepifanov, Li Qijie

The turbine inlet temperature is one of the major thermodynamic parameters that determine specific thrust and specific fuel consumption of the turbine engine. The gas temperature also influences the temperature of the engine parts, hence thermal stresses and the ability of materials to support static and cyclic loads. Therefore, the temperature limitation is one of the main tasks of the engine automatic control system. Because of a significant influence of the gas temperature on parameters of the working process, strength, and life-time of parts, the temperature must be limited with high precision.

The paper is focused on dynamic parameters of the temperature measurement channel, which contains consequently linked engine, thermocouple, and the dynamic corrector. Errors of the corrector tuning, which mainly depend on the error of thermocouple time constant setting, cause dynamic errors in the temperature determining and the corresponding errors of automatic control. The paper considers the influence of the corrector tuning error on a dynamic error of the temperature determination. The equations are derived that relate the dynamic error with dy-

dynamic parameters of the engine and dynamic parameters of the temperature measurement channel. These equations can be used in the synthesis of this channel, which satisfies the set requirements to the temperature determining precision. The simplest case is considered when the thermocouple is represented as an inertial dynamic link, which single dynamic parameter is the time constant. Then the above-mentioned equations relate the thermocouple time constant with the error of temperature measurement and allow formulating requirements to a precision of its experimental determination.

The final part of the paper considers the error of thermocouple time constant experimental determining. The relations are derived that allow analyzing this error under influence of such parameters as the measuring error, interval of observations, measuring frequency and dynamic properties of the engine and the thermocouple.

Keywords: turbine engine; thermocouple; dynamic error; mathematical model; identification.

Елифанов Сергей Валериевич – д-р техн. наук, проф., зав. каф. конструкции авиационных двигателей, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Ли Цицзе – магистр, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Sergiy Yepifanov – Doctor of Technical Science, Professor, Head of Aircraft Engine Design Dept., National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", Kharkov, Ukraine, e-mail: s.yepifanov@khai.edu, ORCID Author ID: 0000-0003-0533-9524.

Li Quijie – Magister, National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", Kharkov, Ukraine, e-mail: liqijie_hit@yahoo.com, ORCID Author ID: 0000-0002-7719-5980.