

УДК 621.438-226:669.018:539.434

doi: 10.32620/akt.2022.4sup2.07

Є. О. НЕМАНЕЖИН<sup>1</sup>, Г. І. ЛЬВОВ<sup>2</sup>, Ю. І. ТОРБА<sup>1</sup><sup>1</sup> ДП «Івченко-Прогрес», Запоріжжя, Україна<sup>2</sup> Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

## МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК СТАЛОЇ ПОВЗУЧОСТІ МОНОКРИСТАЛІЧНОГО СПЛАВУ

Предметом вивчення даної статті є явище руйнування матеріалу при повзучості, як одного із найбільш небезпечних та пошкоджуючих впливів на лопатки турбін в умовах їх експлуатації. Розглядаючи питання міцності лопаток турбін авіаційних двигунів та енергетичних установ, слід звернути особливу увагу на те, що механізм розвитку тріщин у процесі повзучості більшою мірою обумовлений особливостями кристалічних структур лопаток і властивостями цих структур. На сучасному етапі розвитку світових технологій, лопатки турбін виготовляються методом монокристалічного лиття та методом спрямованої кристалізації. Цим типам кристалічних структур притаманна анізотропія їх властивостей. Причиною анізотропності кристалів є те, що при впорядкованому розташуванні атомів, молекул або іонів взаємодії між ними та міжатомними відстанями (а також деякі не пов'язані з ними прямими відношеннями, наприклад, поляризуємість або електропровідність) виявляються неоднаковими за різними напрямками. У статті особливу увагу приділено розгляду моделі повзучості анізотропного сплаву з монокристалічною структурою. Природним способом визначення параметрів матеріалу теоретичної моделі матеріалу є проведення необхідної кількості базових експериментів. Чисельне моделювання з використанням відомих властивостей повзучості монокристалів є альтернативною можливістю визначення параметрів матеріалу. Описаний у цій статті алгоритм дозволяє визначити всі середні властивості повзучості монокристалу. Параметри описаних співвідношень можна отримати або в результаті прямих експериментів, або на основі мікромеханічного аналізу, як у випадку композиційних матеріалів. У статті розглянуто приклад отримання деяких характеристик монокристалічного сплаву ЖС-32 в результаті апроксимації його кривих повзучості, отриманих експериментально. Беручи за основу закон Нортон-Бейлі та з використанням сучасного розрахункового комплексу Maple Release 2021.0, визначено мінімальну швидкість деформації повзучості та константи повзучості, а також побудовано графік залежності швидкості деформації повзучості від рівня навантаження матеріалу.

**Ключові слова:** повзучість; лопатки турбін; кристалічна структура; анізотропія; монокристал; середні властивості повзучості; закон Нортон-Бейлі.

### Вступ

Руйнування при повзучості є одним із найнебезпечніших видів пошкодження лопаток турбін. Повзучість є прогресивною залежністю від часу непружної деформації при механічному навантаженні та високій температурі. Процес повзучості супроводжується багатьма різними мікроструктурними перебудовами, включаючи рух дислокацій, старіння мікроструктури та кавітацію меж зерен [1].

При розгляді питання міцності лопаток турбін авіаційних двигунів слід зазначити, що механізм розвитку тріщин у процесі повзучості більшою мірою обумовлений особливостями різних кристалічних структур лопатки і властивостями цих структур. На сьогоднішній день лопатки турбін виготовляються методом спрямованої кристалізації та монокристалічного лиття, які прийшли на зміну виготовлен-

ню лопаток рівноосної структури. Хоча полікристалічні матеріали складаються з декількох різноспрямованих макрокристалів, які самі по собі мають анізотропні властивості, при розгляді всієї структури в цілому можна спостерігати, що матеріал виявляє ізотропні характеристики. У полікристалів анізотропія тіла загалом (макроскопічно) може виявлятися внаслідок безладної орієнтації мікрокристалів, і навіть не виявляється, з допомогою випадків спеціальних умов кристалізації, спеціальної обробки тощо. Анізотропія (загалом) – різні властивості (наприклад, фізичні: пружності, електропровідності, теплопровідності, показника заломлення, швидкості звуку чи світла тощо) у різних напрямках усередині цього середовища, на відміну ізотропії. Щодо одних властивостей середовища може бути ізотропним, а щодо інших – анізотропним; ступінь анізотропії також може бути різною. Анізотропія є характерною

властивістю кристалічних тіл. При цьому у найпростішому вигляді виявляється лише у монокристалів. Причиною анізотропності кристалів є те, що при впорядкованому розташуванні атомів, молекул або іонів взаємодії між ними та міжатомними відстанями (а також деякі не пов'язані з ними прямими величинами, наприклад, поляризуємість або електропровідність) виявляються неоднаковими за різними напрямками. Причина анізотропії молекулярного кристала може бути також асиметрією молекули. Макроскопічно, ця неоднаковість проявляється, як правило, лише якщо кристалічна структура не надто симетрична.

Одним із окремих випадків анізотропії матеріалу є кубічна симетрія. Всі існуючі монокристалічні матеріали на основі нікелю на макрорівні виявляють властивості кубічної симетрії, при якій механічні властивості виявляються практично однаковими для трьох цілком певних взаємно перпендикулярних напрямків. Найбільш поширеним і тому найбільш важливим для монокристалічних турбінних лопаток є випадок, коли в лопатці при виливку реалізується первинна орієнтація кристалографічних ґрат матеріалу [001] [2, 3]. Первинною, або аксіальною, називається така просторова орієнтація кристалографічних ґрат монокристала в тілі лопатки, при якій чотири грані куба монокристала розташовані паралельно напрямку дії відцентрового навантаження в лопатці (рис. 1). При цьому в поперечному перерізі лопатки положення монокристалу характеризується вторинною або азимутальною орієнтацією. Напруги в поперечному перерізі такої лопатки діють у кристалографічних напрямках типу <001> та <011>.

## 1. Постановка проблеми

Анізотропна поведінка повзучості та моделювання анізотропної повзучості – це поняття, які рідко обговорюються в класичних монографіях та інших джерелах, крім згадування в деяких книгах з механіки повзучості потенціалів течії, представлених Мізесом [4] та Хіллом [5]. Причиною цього є великий розкид (в межах 20% або більше) одержуваних з випробувань на повзучість експериментальних даних. Важливість моделювання анізотропної повзучості матеріалів та структур обговорюється у багатьох публікаціях [6-10]. Експериментальні результати повзучості монокристалічних матеріалів [11-16] показують значну анізотропію поведінки повзучості для зразків з різною орієнтацією з урахуванням кристалографічних осей монокристалу.

Анізотропні моделі повзучості засновані на припущенні квадратичної форми потенціалу повзучості відносно тензора напружень. У найзагальнішому вигляді квадратична форма формується так [17]:

$$\sigma_{eq}^2 = \frac{1}{2} \sigma \cdot \cdot^{(4)} B \cdot \cdot \sigma, \quad (1)$$

де  $\sigma_{eq}$  – еквівалентна напруга.

Тензор четвертого рангу  $^{(4)}B$  повинен відповідати наступним умовам:

$$a \cdot \cdot^{(4)} B \cdot \cdot a \geq 0, \quad a \cdot \cdot^{(4)} B = ^{(4)} B \cdot \cdot a, \quad c \cdot \cdot^{(4)} B = 0, \quad (2)$$

$$\forall a, c \text{ with } a = a^T, \quad c = -c^T,$$

де  $a$  і  $c$  – тензори другого рангу.

Додаткові умови впливають із припущення про симетрію стаціонарної повзучості.

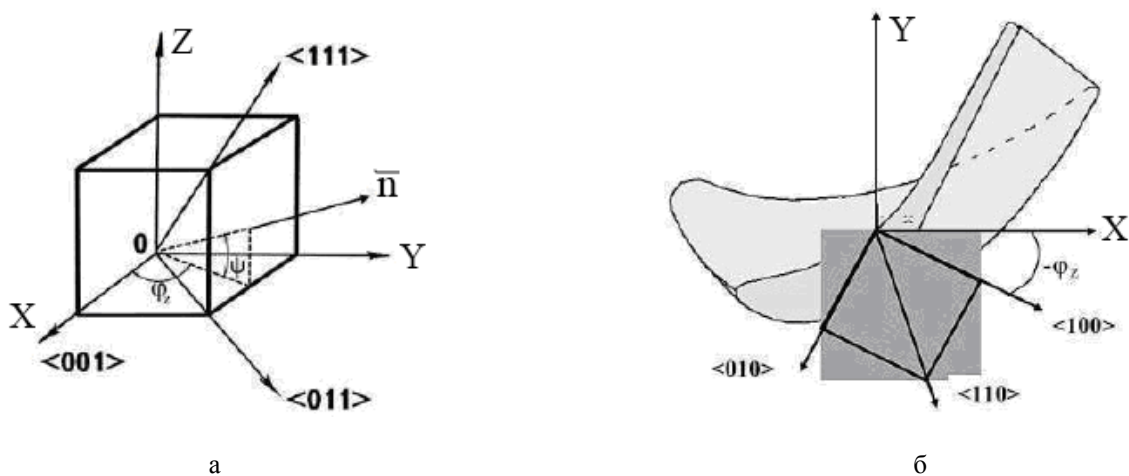


Рис. 1. Кристалографічна орієнтація монокристалічного сплаву в лопатці:  
 а – розташування основних кристалографічних напрямків у кубічній решітці;  
 б – взаємна орієнтація осей лопатки та кристалографічних осей

Ортогональний тензор  $Q$  позначає елемент симетрії, структура тензора  ${}^{(4)}B$  встановлюється з наступного рівняння:

$${}^{(4)}B = B^{ijkl} n_i \otimes n_j \otimes n_k \otimes n_l \quad (3)$$

де  $n_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) базисні вектори.

З правила течії виходить узагальнене рівняння анізотропної повзучості:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^{cr}}{2\sigma_{eq}} {}^{(4)}B \cdot \sigma, \quad \dot{\varepsilon}_{eq}^{cr} = \frac{\partial W}{\partial \sigma_{eq}} \quad (4)$$

Тензори четвертого рангу, що задовольняють умовам (2), відомі з теорії лінійної пружності. Вони використовуються для представлення пружних властивостей матеріалу в узагальненому законі Гука. Компоненти таких тензорів у декартовій системі координат представлені у матричному вигляді у багатьох джерелах про лінійну пружність [18, 19]. У літературі також є відомості про різні некоординатні представлення тензорів четвертого рангу цього типу [20]. Одним із таких уявлень є проєкційний вираз, який використовується в [6, 21, 22] для конструктивного моделювання повзучості монокристалічних сплавів з анізотропними властивостями, а саме властивостями кубічної симетрії. Рівняння (4) є наслідком гіпотези потенціалу повзучості та квадратичної форми еквівалентної напруги відносно тензора напружень. Подібно до випадку лінійної пружності [19], можна довести, що відповідно до цих припущень релевантними є лише вісім основних класів симетрії.

## 2. Теорія повзучості монокристалічного сплаву

Розглянемо модель повзучості монокристалічного сплаву, механічні властивості якого мають ортогональну симетрію. Оскільки еквівалентним однорідним матеріалом для такого сплаву є ортотропний матеріал, то для ортотропних матеріалів можна використовувати теорію повзучості. Закон повзучості ортотропних гетерогенних матеріалів, описаний [18] в матричній формі, з використанням позначення Войта:

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}}{2\sigma_{eq}} [B] \underline{\sigma}, \quad (5)$$

де  $\underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, 2\sigma_{12}, 2\sigma_{23}, 2\sigma_{31})^T$ ,

$\dot{\underline{\varepsilon}} = (\dot{\varepsilon}_{11}, \dot{\varepsilon}_{22}, \dot{\varepsilon}_{33}, \dot{\varepsilon}_{12}, \dot{\varepsilon}_{23}, \dot{\varepsilon}_{31})^T$ , – вектори, складені з компонентів тензорів напружень і повзучості;

$\sigma_{eq}^2 = \frac{1}{2} \underline{\sigma}^T [B] \underline{\sigma}$ , – еквівалентні напруження.

Якщо декартову систему координат вирівняти з площинами симетрії монокристала, то матриця властивостей постійної повзучості матеріалу, які вводяться для врахування початкової ортотропії однорідного матеріалу, має вигляд:

$$[B] = \begin{bmatrix} b_{1111} & b_{1122} & b_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ b_{1122} & b_{2222} & b_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ b_{1133} & b_{2233} & b_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{2323} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{3131} \end{bmatrix} \quad (6)$$

З умови нестисливості матеріалу внаслідок деформацій повзучості випливають наступні обмеження:

$$\begin{aligned} b_{1111} + b_{1122} + b_{1133} &= 0, \\ b_{1122} + b_{2222} + b_{2233} &= 0, \\ b_{1133} + b_{2233} + b_{3333} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Для стаціонарної повзучості рівняння (5) стану для ортотропної повзучості можна перетворити у вигляді:

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = \sigma_{eq}^{n-1} [B] \underline{\sigma}, \quad (8)$$

Покомпонентна форма запису цих рівнянь набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{11} &= \sigma_{eq}^{n-1} [b_{1111}\sigma_{11} + b_{1122}\sigma_{22} + b_{1133}\sigma_{33}], \\ \dot{\varepsilon}_{22} &= \sigma_{eq}^{n-1} [b_{1122}\sigma_{11} + b_{2222}\sigma_{22} + b_{2233}\sigma_{33}], \\ \dot{\varepsilon}_{33} &= \sigma_{eq}^{n-1} [b_{1133}\sigma_{11} + b_{2233}\sigma_{22} + b_{3333}\sigma_{33}], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{12} &= 2\sigma_{eq}^{n-1} b_{1212} \sigma_{12}, \quad \dot{\varepsilon}_{23} = 2\sigma_{eq}^{n-1} b_{2323} \sigma_{23}, \quad \dot{\varepsilon}_{31} = \\ &= 2\sigma_{eq}^{n-1} b_{3131} \sigma_{31} \end{aligned}$$

## 3. Метод ідентифікації параметрів матеріалу за моделлю повзучості

Природним способом визначення параметрів матеріалу теоретичної моделі матеріалу є проведення необхідної кількості базових експериментів. Альтернативною можливістю є чисельне моделювання основних експериментів з використанням відомих властивостей повзучості монокристалів. Рівняння стану (8) для усереднених напружень і деформацій повзучості має такий вигляд:

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = \sigma_{eq}^{n-1} [B] \underline{\sigma}, \quad (10)$$

Розглянемо одноосьовий рівномірний (в середньому) натяг вибраного об'єму в напрямку осі  $x_i$  при постійних напруженнях. Тоді середні швидкості деформацій повзучості в напрямку натягу визначаються співвідношеннями:

$$\dot{\epsilon}_{12} = b_{1111} \sigma_{11}^n, \quad (11)$$

$$\dot{\epsilon}_{22} = b_{2222} \sigma_{22}^n, \quad (12)$$

$$\dot{\epsilon}_{33} = b_{3333} \sigma_{33}^n. \quad (13)$$

Враховуючи чистий зсув обраного об'єму в координатних площинах при постійних значеннях дотичних напружень, отримуємо, для середніх швидкостей, деформації зсуву:

$$\dot{\epsilon}_{12} = b_{1212} \sigma_{12}^n, \quad (14)$$

$$\dot{\epsilon}_{23} = b_{2323} \sigma_{23}^n, \quad (15)$$

$$\dot{\epsilon}_{31} = b_{3131} \sigma_{31}^n. \quad (16)$$

Слід зауважити, що залежності (11) – (16) відповідають кривим стійкої повзучості монокристалу при розтягуванні в координатних напрямках  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) і зміщення в координатних площинах  $x_i x_j$  ( $ij = 12, 23, 31$ ). Якщо розрахувати швидкість стійкої повзучості, наприклад, у бік  $1 - \dot{\epsilon}_{11}^1, \dot{\epsilon}_{11}^2$  що відповідає стійкому повзучості репрезентативного об'єму монокристалу, коли він розтягується двома різними рівнями напружень  $\langle \sigma_{11}^1 \rangle, \langle \sigma_{11}^2 \rangle$  відповідно для визначення констант  $n$  та  $b_{1111}$  можливе використання рівнянь:

$$\begin{aligned} \lg \langle \dot{\epsilon}_{11}^1 \rangle &= \lg b_{1111} + n \lg \langle \sigma_{11}^1 \rangle, \\ \lg \langle \dot{\epsilon}_{11}^2 \rangle &= \lg b_{1111} + n \lg \langle \sigma_{11}^2 \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

З рівнянь (17) отримуємо параметри повзучості:

$$n = \frac{\lg \frac{\langle \dot{\epsilon}_{11}^1 \rangle}{\langle \dot{\epsilon}_{11}^2 \rangle}}{\lg \frac{\langle \sigma_{11}^1 \rangle}{\langle \sigma_{11}^2 \rangle}}, b_{1111} = \left( \frac{\langle \dot{\epsilon}_{11}^1 \rangle}{\langle \sigma_{11}^1 \rangle^n} \right) \quad (18)$$

Аналогічно, обчислюючи швидкість стійкого повзучості для двох інших напрямків можна знайти:

$$b_{2222} = \left( \frac{\langle \dot{\epsilon}_{22}^1 \rangle}{\langle \sigma_{22}^1 \rangle^n} \right), b_{3333} = \left( \frac{\langle \dot{\epsilon}_{33}^1 \rangle}{\langle \sigma_{22}^1 \rangle^n} \right). \quad (19)$$

Крім того, за розрахунковими даними швидкостей стійкої повзучості при зміщенні в координатних площинах  $x_i x_j$ , визначаємо:

$$b_{1212} = \left( \frac{\langle \dot{\gamma}_{12}^1 \rangle}{\langle \sigma_{12}^1 \rangle^n} \right), b_{2323} = \left( \frac{\langle \dot{\gamma}_{23}^1 \rangle}{\langle \sigma_{23}^1 \rangle^n} \right), b_{3131} = \left( \frac{\langle \dot{\gamma}_{31}^1 \rangle}{\langle \sigma_{31}^1 \rangle^n} \right). \quad (20)$$

Описаний алгоритм дозволяє визначити всі середні властивості повзучості монокристалу. Параметри установчих співвідношень можна знайти в результаті фізичних експериментів або на основі мікромеханічного аналізу [23] у випадку композиційних матеріалів.

### 3. Результати апроксимації кривих повзучості монокристалічного сплаву ЖС-32

Вихідною точкою є припущення, що швидкість повзучості можна описати як добуток двох окремих функцій напруги та температури [17].

$$\dot{\xi}_{eq}^{cr} = f_{\sigma}(\sigma_{eq}) f_T(T) \quad (21)$$

Залежність від температури може бути виражена законом Арреніуса:

$$f_T(T) = \exp[-Q/RT] \quad (22)$$

За умови постійної температури, рівняння еквівалентної швидкості повзучості можна представити у вигляді рівняння Нортон-Бейлі:

$$\dot{\xi}_{eq}^{cr} = k \sigma_{eq}^n, \quad (23)$$

де  $k$  та  $n$  – константи матеріалу.

Розглянемо приклад розрахунку швидкості деформації повзучості на стадії повзучості, що встановилася, для експериментальних кривих повзучості сплаву ЖС-32 (рис. 2).

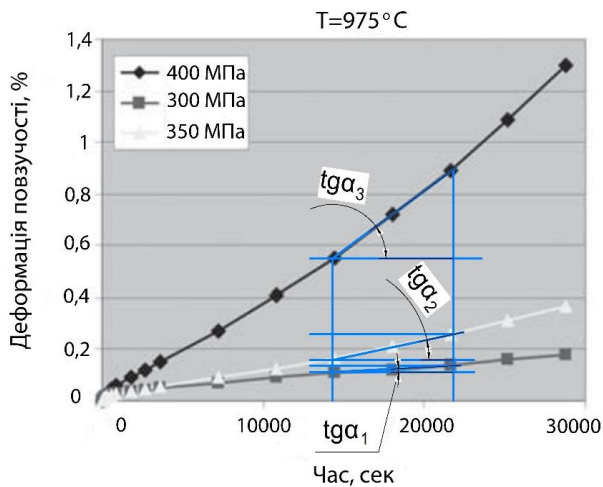


Рис. 2. Експериментальні криві повзучості сплаву ЖС-32

Виходячи з наявних експериментальних даних, для знаходження констант повзучості статичного закону Нортона-Бейлі, можна скористатися методом найменших квадратів. Спершу, виділяються ділянки з постійною швидкістю деформації повзучості (2 стадія повзучості). Далі із графіків експериментальних кривих повзучості знаходяться мінімальні швидкості повзучості  $\dot{\xi}_{\min 1}^{cr}$ ,  $\dot{\xi}_{\min 2}^{cr}$ ,  $\dot{\xi}_{\min 3}^{cr}$ , які відповідають трьом напруженням:

$$\dot{\xi}_{\min i}^{cr} = \text{tg}\alpha_i \cdot \quad (24)$$

Маємо рівняння, отримане логарифмуванням статичного закону Нортона-Бейлі:

$$\dot{\xi}_{\min}^{cr} = k\sigma^n \Rightarrow \lg \dot{\xi}_{\min}^{cr} = \lg k + n \cdot \lg \sigma \quad (25)$$

Це рівняння можна привести до вигляду лінійного наступним чином:

$$y_i = \lg \dot{\xi}_{\min i}^{cr}; a = \lg k; x_i = \lg \sigma_i \quad (26)$$

$$y = a + n \cdot x,$$

де  $n, k$  – константи повзучості.

Спочатку вираховуються значення точок  $y_1, y_2, y_3$  та  $x_1, x_2, x_3$  по наведеним вище формулам. Далі, отримуємо та вирішуємо наступні перетворення:

$$a = \frac{\langle x^2 \rangle \langle y \rangle - \langle x \rangle \langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (27)$$

$$n = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

де  $\langle x \rangle = \sum_{i=1}^N x_i / N$ ,  $\langle xy \rangle = \sum_{i=1}^N x_i y_i / N$  – середні значення відповідних величин.

Після проведення обчислення отримуємо

$$n \approx 9,1759 \text{ та } k \approx 2,1536 \cdot 10^{-25} \frac{\text{М}^2}{\text{Н} \cdot \text{ч}}$$

В результаті отримуємо графік залежності мінімальної швидкості деформації повзучості від прикладеної напруги (рис.3). Усі обчислення та побудови виконано за допомогою програмного забезпечення Maple Release 2021.0.

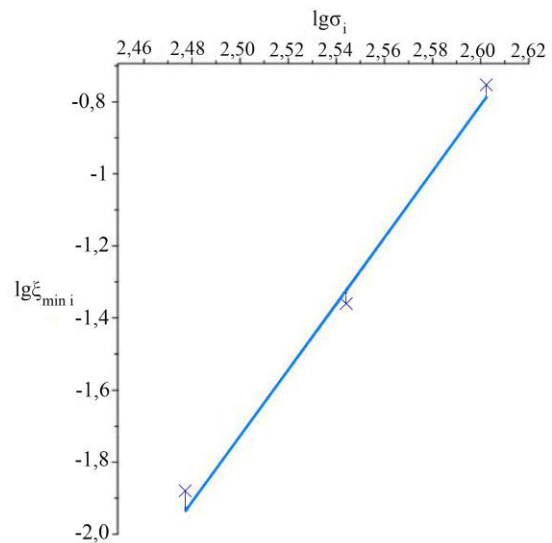


Рис. 3. Графік залежності мінімальної швидкості деформації повзучості від напруги (на стадії стійкої повзучості) в логарифмічних координатах

## Висновки

Руйнування при повзучості є одним із найбільш небезпечних видів впливу, якому піддаються лопатки турбін авіаційних двигунів. Описаний у цій статті алгоритм дозволяє визначити всі середні властивості повзучості анізотропного монокристалу. Параметри описаних співвідношень алгоритму можна отримати як за допомогою прямого експерименту, так і з використанням мікромеханічного аналізу, на прикладі

композиційних матеріалів. Як приклад визначення деяких властивостей матеріалу, авторами у цій статті описано отримання характеристик монокристалічного сплаву ЖС-32 в результаті апроксимації його кривих повзучості. Спираючись на рівняння Нортон-Бейлі та з використанням розрахункового комплексу Maple, автори визначили деякі константи повзучості та мінімальну швидкість деформації повзучості і побудували графік залежності швидкості деформації повзучості від рівня навантаження матеріалу.

## Література

1. Liu, D. Numerical simulation of creep damage and life prediction of superalloy turbine blade [Text] / D. Liu, H. Li, Y. Liu // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2015. – P. 1-10.

2. Проблемы вибрационного состояния фундаментов, сейсмостойкости и прочности турбомашин. Часть 2 [Текст] / Ю. С. Воробьев, Л. Б. Гецов, Б. Е. Мельников, А. С. Семенов // *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета*. – Санкт-Петербург, 2013. – Вып. 4-1. – № 183. – С. 1-15.

3. Монокристаллы никелевых жаропрочных сплавов [Текст] / П. Е. Шалин, И. Л. Светлов, Е. Б. Качанов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1997. – 333 с.

4. Von Mises, R. *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen* [Text] / R. Von Mises // *ZAMM*. – 1928. – Vol. 8, № 3 – P. 161-185.

5. Hill, R. *The Mathematical Theory of Plasticity* [Text] / R. Hill // *Materials Research and Engineering*. Oxford University Press. – London. – 1950. – P. 250.

6. Bertram, A. Anisotropic modeling of the single crystal superalloy SRR99 [Text] / A. Bertram, J. Olschewski // *Comp. Mat. Sci.* – 1996. – Vol. 5. – P. 12–16.

7. Mahnken, R. Anisotropic creep modeling based on elastic projection operators with applications to CMSX-4 superalloy [Text] / R. Mahnken // *Int. J. Mech. Sci.* – 1998. – Vol. 14. – P. 235–280.

8. Qi, W. Anisotropic continuum damage modeling for single crystals at high temperatures [Text] / W. Qi, A. Bertram // *Int. J. of Plasticity*. – 1999. – Vol. 15. – P. 1197–1215.

9. Qi, W. Damage modeling of the single crystal superalloy SRR99 under monotonous creep [Text] / W. Qi, A. Bertram // *Comp. Mater. Sci.* – 1998. – Vol. 13. – P. 132–141.

10. Qi, W. Anisotropic creep damage modelling of single crystal superalloys [Text] / W. Qi, A. Bertram // *Technische Mechanik*. – 1997. – Vol. 17, № 4. – P. 313–322.

11. Effect of long-term thermal exposures on microstructures and mechanical properties of directionally solidified CM247LC alloy [Text] / H. W. Jeong, S. M. Seo, B. G. Choi [et al.] // *Met. Mater. Int.* – 2013.

– Vol. 19, № 5. – P. 917-925. DOI: 10.1007/s12540-013-5003-5

12. Rouault-Rogez, H. High temperature tensile creep of CMSX-2 nickel base superalloy single crystals [Text] / H. Rouault-Rogez, M. Dupeux, M. Ignat // *Acta metal. Mater.* – 1994. – Vol. 42, № 4. – P. 3137-3148.

13. Erickson, G. L. The development and application of CMSX-10 [Text] / G. L. Erickson // *The Minerals, Metals & Materials Society*. – 1996. – P. 35-44.

14. Thermal-mechanical fatigue property of Ni-base single crystal superalloys TMS-82+ and TMS-75 [Text] / Y. Ro, H. Zhou, Yu. Koizumi [et al.] // *Materials Transactions*. – 2004. – Vol. 45, № 2. – P. 396-398.

15. Investigations on the thermo-mechanical fatigue of two Ni-based single-crystal superalloys [Text] / H. Zhou, H. Harada, Y. Ro, I. Okada // *Materials Science and Engineering*. – 2005. – P. 161-167. DOI: 10.1016/j.msea.2004.11.013

16. Tertiary creep behaviour of a new single crystal superalloy at 900°C [Text] / M. Maldini, H. Harada, Y. Koizumi [et al.] // *Scripta mater.* – 2000. – Vol. 43. – P. 637–644.

17. Naumenko, K. Modeling of Creep for Structural Analysis [Text] / K. Naumenko, H. Altenbach // Springer. – Berlin, 2007. – P. 5-17. DOI: 10.1007/978-3-540-70839-1

18. Altenbach, H. Ebene Flachentragwerke [Text] / H. Altenbach, J. Altenbach, K. Naumenko // Springer. – Berlin, 1998. – P. 10-25.

19. Ting, T. C. T. Anisotropic Elasticity. Theory and Applications / T. C. T. Ting // Oxford University Press. – 1996. – P. 570. DOI: 10.1093/oso/9780195074475.001.0001

20. Bohlke, T. Crystallographic Texture Evolution and Elastic Anisotropy. Simulation, Modelling and Applications / T. Bohlke // PhD-Thesis. – Shaker Verlag. – Netherlands. – 2000. – P. 158.

21. Bertram, A. A phenomenological anisotropic creep model for cubic single crystals [Text] / A. Bertram, J. Olschewski // In: Lemaitre, J. (ed.) *Handbook of Materials Behaviour Models*. – Academic Press. – San Diego, 2001. – P. 303–307.

22. Mahnken, R. Anisotropic creep modeling based on elastic projection operators with applications to CMSX-4 superalloy [Text] / Mahnken R. // *Int. J. Mech. Sci.* – 1998. – Vol. 14. – P. 235–280.

23. The Use of the Homogenization Method in the Analysis of Anisotropic Creep in Metal-Matrix Composites [Text] / H. Altenbach, G. Lvov, I. Lvov, O. Morachkovsky // In: Altenbach H., Beitel Schmidt M., Kästner M., Naumenko K., Wallmersperger T. (eds) *Material Modeling and Structural Mechanics. Advanced Structured Materials*. – Springer, Berlin. – 2022. – Vol. 161. – P. 1-18. DOI: 10.1007/978-3-030-97675-0\_1

## References

1. Liu, D., Li, H., Liu, Y. Numerical simulation of creep damage and life prediction of superalloy turbine

blade. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, pp. 1-10.

2. Vorob'ev, Yu. S., Getsov, L. B., Mel'nikov, B. E., Semenov, A. S. Problemy vibratsionnogo sostoyaniya fundamentov, seismostoikosti i prochnosti turbomashin. Chast' 2 [Problems of the vibration state of foundations, seismic resistance and strength of turbomachines. Part 2]. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti Cankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta*, 2013, vol. 4-1, no. 183, pp. 1-15.

3. Shalin, R. E., Svetlov, I. L., Kachanov, E. B. Monokristally nikelevykh zharoprochnykh splavov [Single crystals of nickel heat-resistant alloys]. *Moscow, Mashinostroenie Publ. - Mechanical Engineering*, 1997. 333 p.

4. Von Mises, R. Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen. *ZAMM*, 1928, vol. 8, no. 3, pp. 161-185.

5. Hill, R. The Mathematical Theory of Plasticity. *Materials Research and Engineering. Oxford University Press*, London, 1950, 250 p.

6. Bertram, A., Olschewski, J. Anisotropic modeling of the single crystal superalloy SRR99. *Comp. Mat. Sci*, 1996, vol. 5, pp. 12-16

7. Mahnken, R. Anisotropic creep modeling based on elastic projection operators with applications to CMSX-4 superalloy. *Int. J. Mech. Sci*, 1998, vol. 14, pp. 235-280.

8. Qi, W., Bertram, A. Anisotropic continuum damage modeling for single crystals at high temperatures. *Int. J. of Plasticity*, 1999, vol. 15, pp. 1197-1215.

9. Qi, W., Bertram, A. Damage modeling of the single crystal superalloy SRR99 under monotonous creep. *Comp. Mater. Sci*, 1998, vol. 13, pp. 132-141.

10. Qi, W., Bertram, A. Anisotropic creep damage modelling of single crystalsuperalloys. *Technische Mechanik*, 1997, vol. 17, no. 4, pp. 313-322.

11. Jeong, H. W., Seo, S. M., Choi, B. G., Yoo, Y. S., Ahn, Y. K., Lee, J. H. Effect of long-term thermal exposures on microstructures and mechanical properties of directionally solidified CM247LC alloy. *Met. Mater. Int*, 2013, vol. 19, no. 5, pp. 917-925. DOI: 10.1007/s12540-013-5003-5

12. Rouault-Rogez, H., Dupeux, M., Ignat, M. High temperature tensile creep of CMSX-2 nickel base superalloy single crystals. *Acta metal. Mater*, 1994, vol. 42, no. 9, pp. 3137-3148.

13. Erickson, G. L. The development and application of CMSX-10. *The Minerals, Metals & Materials Society*, 1996, pp. 35-44.

14. Ro, Y., Zhou, H., Koizumi, Yu., Yokokawa, T., Kobayashi, T., Harada, H., Okada, I. Thermal-mechanical fatigue property of Ni-base single crystal superalloys TMS-82+ and TMS-75. *Materials Transactions*, 2004, vol. 45, no. 2, pp. 396-398.

15. Zhou, H., Harada, H., Ro, Y., Okada, I. Investigations on the thermo-mechanical fatigue of two Ni-based single-crystal superalloys. *Materials Science and Engineering*, 2005, pp. 161-167. DOI: 10.1016/j.msea.2004.11.013

16. Maldini, M., Harada, H., Koizumi, Y., Kobayashi, T., Lupinc, V. Tertiary creep behaviour of a new single crystal superalloy at 900°C. *Scripta mater*, 2000, vol. 43, pp. 637-644.

17. Naumenko, K. Altenbach, H. Modeling of Creep for Structural Analysis. *Springer*, Berlin, 2007, pp. 5-17. DOI: 10.1007/978-3-540-70839-1

18. Altenbach, H. Altenbach, J., Naumenko, K. Ebene Flachentragwerke. *Springer*, Berlin, 1998, pp. 10-25.

19. Ting, T. C. T. Anisotropic Elasticity. Theory and Applications. *Oxford University Press*, 1996, 570 p. DOI: 10.1093/oso/9780195074475.001.0001

20. Bohlke, T. Crystallographic Texture Evolution and Elastic Anisotropy. Simulation, Modelling and Applications, PhD-Thesis. *Shaker Verlag*, Netherlands, 2000, 158 p.

21. Bertram, A., Olschewski, J. A phenomenological anisotropic creep model for cubic single crystals. In: Lemaitre, J. (ed.) Handbook of Materials Behaviour Models. *Academic Press*, San Diego, 2001, pp. 303-307.

22. Mahnken, R. Anisotropic creep modeling based on elastic projection operators with applications to CMSX-4 superalloy. *Int. J. Mech. Sci*, 1998, vol. 14, pp. 235-280.

23. Altenbach, H., Lvov, G., Lvov, I., Morachkovsky, O. The Use of the Homogenization Method in the Analysis of Anisotropic Creep in Metal-Matrix Composites. In: Altenbach H., Beitelschmidt M., Kästner M., Naumenko K., Wallmersperger T. (eds) Material Modeling and Structural Mechanics. Advanced Structured Materials. *Springer*, Berlin, 2022, vol. 161, pp. 1-18. DOI: 10.1007/978-3-030-97675-0\_1

Надійшла до редакції 10.06.2022, розглянута на редколегії 8.08.2022

## A METHOD FOR DETERMINING THE CHARACTERISTICS OF THE STEADY CREEP OF A SINGLE CRYSTAL ALLOY

*Yevhen Nemanazhin, Gennadiy Lvov, Yuriy Torba*

The subject of this article is the phenomenon of material destruction during creep, as one of the most dangerous and damaging effects on turbine blades in the conditions of their operation. Considering the strength of the turbine blades of aircraft engines and power plants, note that the mechanism of cracks in the creep process is largely due to the peculiarities of the crystal structures of the blades and the properties of these structures. At this stage of development of world technologies, turbine blades are made by single crystal casting and directional solidification. These types of crystal structures are characterized by the anisotropy of their properties. The reason for the anisotropy

py of crystals is that the ordered arrangement of atoms, molecules, or ions in the interaction between them and the interatomic distances (as well as some unrelated direct relations, such as polarization or electrical conductivity) differ in different directions. The article pays special attention to the consideration of the creep model of an anisotropic alloy with a monocrystalline structure. The natural way to determine the material parameters of the theoretical material model is to conduct the required number of basic experiments. Numerical modeling using the known creep properties of single crystals is an alternative possibility to determine the parameters of the material. The algorithm described in this article allows us to determine all the average creep properties of a single crystal. The parameters of the described ratios can be obtained either because of direct experiments, or on the basis of micromechanical analysis, as in the case of composite materials. This article considers an example of obtaining some characteristics of the single-crystal alloy ZhS-32 because of the approximation of its creep curves, obtained experimentally. Based on Norton-Bailey's law and using the modern calculation system Maple Release 2021.0, the minimum creep deformation rate and creep constants are determined, and a graph of the creep deformation rate dependence on the material load level is plotted.

**Keywords:** creep; turbine blades; crystal structure; anisotropy; single crystal; average creep properties; Norton-Bailey law.

**Неманежин Євген Олександрович** – інженер-дослідник, ДП «Івченко-Прогрес», Запоріжжя, Україна.

**Львов Геннадій Іванович** – д-р техн. наук, проф., проф. каф. «Динаміка та міцність машин», академік Академії наук вищої школи України, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна.

**Торба Юрій Іванович** – начальник Експериментально-випробувального комплексу, ДП «Івченко-Прогрес», Запоріжжя, Україна.

**Yevhen Nemanezhyn** – research engineer, SE “Ivchenko-Progress”, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: biondestroy@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5855-508X.

**Gennadiy Lvov** – Doctor of Engineering, professor, professor of department Dynamics and strength of machines, Academician of the Academy of Sciences of the Higher School of Ukraine, NTU Kharkov Polytechnic Institute, Kharkiv, Ukraine, e-mail: Lvovdpm@ukr.net, ORCID: 0000-0003-0297-9227, Scopus Author ID: 6506190655, Researcher ID: U-8774-2017.

**Yuriy Torba** – Head of the Experimental Research Complex, SE “Ivchenko-Progress”, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: TorbaYuI@zmdb.ua, ORCID: 0000-0001-8470-9049, Scopus Author ID: 57196032226.