

Є. О. НЕМАНЕЖИН<sup>1,2</sup>, Г. І. ЛЬВОВ<sup>2</sup>, Ю. І. ТОРБА<sup>1</sup><sup>1</sup> Державне підприємство «Івченко-Прогрес», Запоріжжя, Україна<sup>2</sup> Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна

## МЕТОДИКА ОЦІНКИ ЗАЛЕЖНОСТІ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ КОЛИВАНЬ ЛОПАТОК ГАЗОВИХ ТУРБІН ВІД АНІЗОТРОПІЇ МОНОКРИСТАЛУ

Предметом вивчення цієї статті є одна з ключових задач, що постає при розробці та в період експлуатації авіаційних газотурбінних двигунів, а саме забезпечення міцності їх деталей. Лопатка турбіни є однією з найбільш високонавантажених деталей авіаційного двигуна. Саме тому, на етапі проектування цих лопаток необхідно вміти виявляти і уникати можливих резонансних режимів, які проявляються при польотному циклі авіаційного газотурбінного двигуна. Такі резонансні коливання лопаток газових турбін можуть виникати за рахунок змінних у часі газодинамічних сил від дії потоку газу та мають періодичний характер, оскільки визначаються частотою обертання ротора. З метою регулювання частотних характеристик лопаток для запобігання небезпечних резонансних форм коливань, які виникають під дією різноманітних гармонік збуджуючої сили при змінних режимах роботи авіаційного двигуна, необхідно проводити комплекс різноманітних технологічних або конструкційних змін. На сучасному етапі лопатки турбін авіаційних двигунів виготовляються методом монокристалічного лиття. Як відомо, монокристали володіють анізотропними властивостями, а саме проявляють себе як матеріали із характеристиками кубічної симетрії. Дуже актуальним завданням є дослідження впливу анізотропії пружних характеристик монокристалічних лопаток на їх власні частоти та форми коливань. У цьому дослідженні авторами було розроблено методику визначення пружних характеристик монокристала, а саме модулю пружності Юнга, коефіцієнту Пуассона та модулю чистого зсуву, яка базується на наявних експериментальних даних для типових жароміцних сплавів. За допомогою скінчено-елементного аналізу на прикладі типової моделі охолоджуваної лопатки газової турбіни проведено її модальний аналіз та побудовано її діаграму резонансу. Також досліджено тенденцію зміни власних частот та форм коливань лопатки при зміні пружних сталей монокристалу внаслідок повороту кристалографічної системи напрямків. Тривимірною моделлю лопатки побудована з використанням потужностей графічного комплексу NX, всі розрахунки проведено у обчислювальному комплексі Maple, а для скінчено-елементного аналізу використовувалися можливості програмного комплексу ANSYS.

**Ключові слова:** анізотропія пружних характеристик; лопатка газової турбіни; монокристалічний сплав; кристалографічна орієнтація; авіаційний двигун.

### Вступ

Однією з найбільших проблем, що виникають при розробці та експлуатації перспективних авіаційних газотурбінних двигунів, є забезпечення динамічної міцності його деталей. Оскільки лопатка турбіни є однією з найбільш відповідальних і навантажених частин двигуна, то на етапі проектування необхідно оцінити і запобігти можливість виникнення резонансних коливань на всьому діапазоні роботи авіаційного газотурбінного двигуна [1]. Вимушені коливання лопатки турбіни виникають за рахунок змінних у часі газодинамічних сил від потоку газу та мають періодичний характер, оскільки визначаються частотою обертання ротора. Лопатка турбіни, як просторова пружна система, має нескінченну дискретну кількість власних частот і форм коливань. Аналіз власних частот і форм коливань на етапі проектування дозволить прогнозувати небезпечні резонансні режими [2].

Внаслідок анізотропії фізичних та механічних властивостей (зокрема, анізотропія пружності) монокристалу, кристалографічна орієнтація має суттєвий вплив на спектр власних частот коливань лопаток. Присутність у двигуні на робочому колесі лопаток з відмінною орієнтацією збільшує розкид власних частот і, як наслідок, може приводити до зростання небезпеки потрапляння лопаток у резонанс на робочих режимах двигуна, і тим самим призводити до збільшення рівня напружень окремих лопаток у колесі [3, 4].

### 1. Постановка проблеми

Проблематика дослідження впливу зміни кристалографічної орієнтації монокристалічних лопаток на їх пружні характеристики підіймається у багатьох вітчизняних та зарубіжних публікаціях. У досліджен-

нях [5-7] наведено розгорнуту інформацію про дослідження властивостей зарубіжного сплаву Inconel 625, а саме велику увагу приділено розгляду дифракційних та пружних констант монокристалів отриманих із сплаву Inconel 625, які були визначені експериментально при кімнатній і підвищеній температурах з використанням явища дифракції нейтронів. З'ясовано, що величина модулю пружності монокристала має тенденцію до зменшення, а анізотропія пружних властивостей монокристала росте з підвищенням температури, що вказує на важливість врахування особливостей текстури матеріалу на розподіл напружень у ньому при високих температурах.

У статті [8] надано змістовну інформацію щодо експериментальних даних про температурну залежність компонентів матриці пружних податливостей  $S_{11}, S_{12}, S_{44}$  кубічних монокристалів закордонного жароміцного сплаву на нікелевій основі MAR-M200. Автори отримали співвідношення та залежності для монокристалів з довільною кристалографічною орієнтацією та навели результати розрахунків характеристик пружності монокристалічних зразків. У публікаціях [9-12] авторами приведено узагальнену інформацію про анізотропію пружних характеристик монокристалічних сплавів та підкреслено важливість визначення цих параметрів для розуміння механічної поведінки монокристалу під дією навантажень. У статтях [13-16] надана інформація про характеристики ще одного відомого закордонного нікелевого монокристалічного сплаву CMSX-4, який активно використовується для виготовлення лопаток газових турбін. Пружні властивості даного сплаву досліджувалися з використанням методу звукового резонансу в інтервалі температур від нормальної до 1300°C.

Виходячи з вищесказаного можна зробити висновки, що дуже актуальною є задача дослідження впливу анізотропії пружних характеристик монокристалічних лопаток на спектр власних частот коливань, з метою уникнення можливих небезпечних форм коливань у процесі роботи ГТД.

## 2. Пружні властивості монокристалічних сплавів

При макро-механічному аналізі виробів з монокристалічних сплавів їх матеріал розглядається як гомогенне анізотропне середовище. Співвідношення між напруженнями та деформаціями в анізотропному тілі описуються законом Гука [17] у тензорній формі:

$$\epsilon_{ij} = a_{ijkl} \cdot \sigma_{kl}, (i, j, k, l = 1, 2, 3), \quad (1)$$

де  $a_{ijkl}$  – тензор 4-го рангу, який характеризує пружні властивості матеріалу;

$\sigma_{kl}, \epsilon_{ij}$  – компоненти тензорів деформацій та напружень у прийнятій системі координат.

Для ідеального пружного тіла, тензор пружних сталей володіє наступними умовами симетрії:

$$a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{klij}. \quad (2)$$

Як наслідок цієї умови, число різних пружних сталей дорівнює 21. В залежності від типу симетрії матеріалу, число пружних сталей зменшується. Наприклад, для монокристалів з кубічною симетрією залишається три незалежних пружних сталей.

Кількість ненульових компонентів тензора пружних сталей залежить від орієнтації обраної системи координат по відношенню до площин симетрії матеріалу. Виберемо вихідну (кристалографічну) систему координат таким чином, щоб її одиничні орти  $i_1, i_2, i_3$ , були направлені по кристалографічним напрямкам [100], [010], [001] елементарної кубічної решітки (рис. 1).

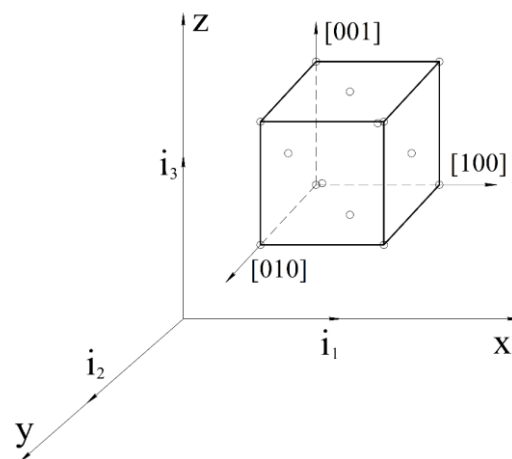


Рис. 1. Вибір вихідної кристалографічної системи

Експериментальне визначення пружних сталей монокристалічних сплавів проводиться на циліндричних зразках при одноосному розтягу. Для анізотропних матеріалів такі експерименти проводяться при розтягуванні в різних напрямках по відношенню до площин симетрії матеріалу.

Для ідентифікації всіх компонентів тензору пружних сталей необхідно використовувати формули перетворення компонентів тензора 4-го рангу при повороті осей координат. Введемо нову, повернуту відносно кристалографічної, систему координат з одиничними ортами  $i'_1, i'_2, i'_3$ . Положення нової системи координат відносно вихідної задається матрицею направляючих косинусів:

$$\alpha_{ij} = i'_i \cdot i_j. \quad (3)$$

Компонентами цієї матриці є косинуси кутів між осями нової системи  $i'_i$ , і старої  $i_k$ . Тоді компоненти тензора пружних сталей у новій системі координат пов'язані з компонентами в кристалографічній системі наступними співвідношеннями [32]:

$$a'_{ijkl} = \alpha_{im} \cdot \alpha_{jn} \cdot \alpha_{ks} \cdot \alpha_{lt} \cdot a_{mnst}. \quad (4)$$

При необхідності здійснити перехід від довільної системи координат до кристалографічної використовуються обернені співвідношення:

$$a_{mnst} = \alpha_{im} \cdot \alpha_{jn} \cdot \alpha_{ks} \cdot \alpha_{lt} \cdot a'_{ijkl}. \quad (5)$$

Формули (4), (5) дозволяються у загальному вигляді вирішити всі проблеми, пов'язані з використанням різних систем координат, як при обробці результатів експериментів, так і при виконанні розрахунків елементів конструкції із монокристалічних сплавів.

Більш показове представлення про структуру фізичних співвідношень анізотропних тіл дає використання так званої нотації Фойгта, коли застосується матрична форма запису симетричного тензора 4-го рангу. При використанні матричної форми закону Гука координатні напруження і деформації записуються у вигляді вектор-стовбців, а зв'язок між ними задається симетричною квадратною матрицею 6x6.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ & & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \\ & & & d_{44} & d_{45} & d_{46} \\ & & & & d_{55} & d_{56} \\ & & & & & d_{66} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Матрична форма закону Гука буде еквівалентна тензорній, якщо компоненти матриці (6) і компоненти тензора (1) пов'язані співвідношенням:

$$\begin{aligned} d_{ij} &= a_{ijij}, (i, j = 1, 2, 3) \\ d_{ij} &= 2a_{ijij}, (i = 1, 2, 3; j = 4, 5, 6) \\ d_{ij} &= 4a_{ijij}, (i, j = 4, 5, 6). \end{aligned} \quad (7)$$

Матрична форма представлених пружних сталей часто використовується при представленні результатів фізичних експериментів зі зразками різної кристалографічної орієнтації. Крім того, у сучасних програмних комплексах для структурного аналізу виробів із анізотропних матеріалів використовуються матриці жорсткості або податливості, які потребуються задавання 21 пружної сталої.

В технічній літературі часто застосовуються спеціальні позначення: модулі пружності  $E$ , коефіцієнти Пуассона  $\nu$ , та модулі зсуву  $G$ , котрі пов'язані з компонентами матриці податливостей наступними співвідношеннями:

$$d_{11} = \frac{1}{E_x}; d_{12} = -\frac{\nu_{yx}}{E_y} = -\frac{\nu_{xy}}{E_x}; d_{44} = \frac{1}{G_{xy}}. \quad (8)$$

У випадку загального вигляду анізотропії, відмінними від нуля є компоненти вигляду  $a_{14}, a_{15}, \dots$ . Вони відображають взаємний вплив нормальних напружень на деформації зсуву та вплив дотичних напружень на лінійні деформації.

### 3. Ідентифікація пружних сталей монокристалів з кубічною симетрією

Турбінні лопатки з монокристалічних сплавів виготовляються зазвичай таким чином, щоб їх поздовжня вісь співпадала з одним з кристалографічних напрямків, наприклад напрямком  $[001]$ . Змінюючи орієнтацію двох інших напрямків відносно конструкції лопатки, можна впливати на її механічні властивості. В системі координат, яка співпадає з кристалографічними напрямками, матриця пружних податливостей містить три незалежних параметра  $d_{11} = d_{22} = d_{33}$ ,  $d_{12} = d_{13} = d_{23}$  та  $d_{44} = d_{55} = d_{66}$ . Інші компоненти матриці є, при цьому, нульовими. У цьому дослідженні розглянемо частинний випадок зміни параметрів матриці пружних податливостей при повороті обраної системи напрямків монокристалу на  $45^\circ$  (рис. 2).

$d'_{11}$	$d'_{12}$	$d_{13}$	$d'_{14}$	0	0
	$d'_{22}$	$d_{23}$	$d'_{24}$	0	0
		$d_{33}$	0	0	0
			$d'_{44}$	0	0
				$d_{55}$	0
					$d_{66}$

Рис. 2. Вигляд матриці пружних податливостей при зміні кута обраної системи координат на  $45^\circ$

Компоненти матриці, котрі змінюються при повороті системи напрямків на  $45^\circ$  визначаються наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} d'_{11} = d'_{22} &= \frac{1}{2}d_{11} + \frac{1}{2}d_{12} + \frac{1}{4}d_{44} \\ d'_{12} &= \frac{1}{2}d_{11} + \frac{1}{2}d_{12} - \frac{1}{4}d_{44} \\ d'_{44} &= 2d_{11} - 2d_{12}. \end{aligned} \quad (9)$$

Співвідношення (9) використовуються для формування вихідних даних при скінчено-елементному аналізі даних власних частот коливань лопаток з монокристалічних сплавів різної орієнтації.

#### 4. Пружні властивості типового жароміцного монокристалічного сплаву

Для лопаток турбін, виготовлених із монокристалічних жароміцних нікелевих сплавів, одним із факторів, який впливає на діапазон власних частот коливань, є температурна залежність їх пружних характеристик. Як відомо, нікелеві сплави розроблені для роботи в умовах дуже високих температур (1000 °C і більше) і їх характеристики змінюються з підвищенням температури на різних режимах роботи двигуна.

Далі наведено приклад ідентифікації пружних характеристик на основі експериментальних даних для типового жароміцного нікелевого сплаву [8, 18] (рис. 3).

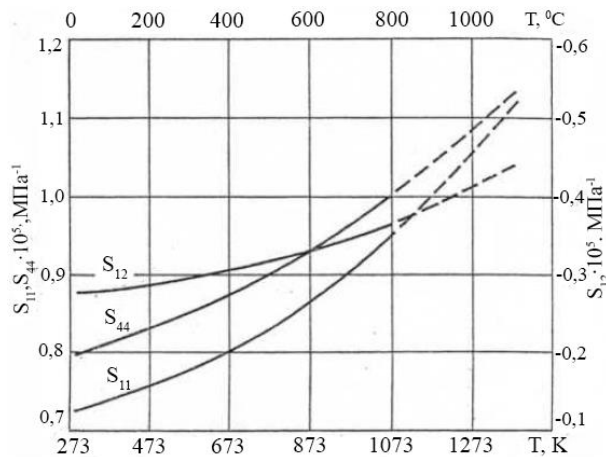


Рис. 3. Температурна залежність компонентів матриці пружних податливостей

Враховуючи кубічну симетрію цього сплаву можна визначити необхідні для чисельних експериментів пружні характеристики. Використовуючи співвідношення (8) з експериментальних графіків можна обчислити модулі пружності, коефіцієнти Пуассона та

модулі зсуву для кожної температури. Розрахунки проведено з використанням математичного програмного комплексу Maple Release 2021.

Розраховані пружні характеристики для типового нікелевого сплаву для різних температур наведені в таблиці 1.

#### 5. Визначення власних частот коливань лопаток турбін та прогнозування небезпечних резонансних режимів

Як приклад прогнозування резонансних форм та частот коливань лопаток турбін, наведемо розрахунок моделі охолоджуваної лопатки турбіни високого тиску. Твердотільна 3D-модель лопатки побудована з використанням потужностей графічного комплексу NX (рис. 4).

Після побудови геометричної моделі об'єкта створювалася його скінчено-елементна модель в ANSYS Workbench 19.2. Використаний при цьому тип елемента – об'ємний просторовий елемент Tetrahedron (SOLID187). Розмір елемента – 0,5 мм.

В даному розрахунку, застосовувалися властивості матеріалу розраховані раніше по наявним експериментальним даним (табл. 1). Розрахункова густина була прийнята, як 8,75 кг/м<sup>3</sup>. Побудована скінчено-елементна сітка складається з 217555 елементів і 333831 вузлів.

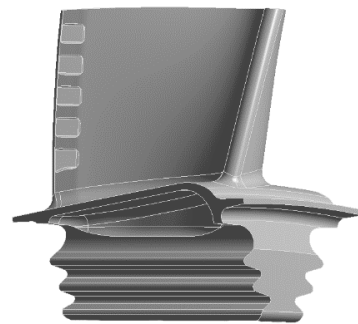


Рис. 4. 3D-модель охолоджуваної лопатки турбіни високого тиску

В якості граничних умов для модального аналізу прийнята відсутність переміщень на площинах, що контактують з диском турбіни. На рис. 5 можна спостерігати результати розрахунку для температури 20°C на перших чотирьох власних частот та форм коливань лопатки у вигляді сумарних переміщень.

Таблиця 1

Пружні властивості типового жароміцного сплаву

T, °C	(E <sub>x</sub> = E <sub>y</sub> = E <sub>z</sub> ) · 10 <sup>5</sup> , МПа	ν <sub>xy</sub> = ν <sub>yz</sub> = ν <sub>xz</sub>	(G <sub>xy</sub> = G <sub>yz</sub> = G <sub>xz</sub> ) · 10 <sup>5</sup> , МПа
20	1,388	0,388	1,256
1100	0,892	0,396	0,877

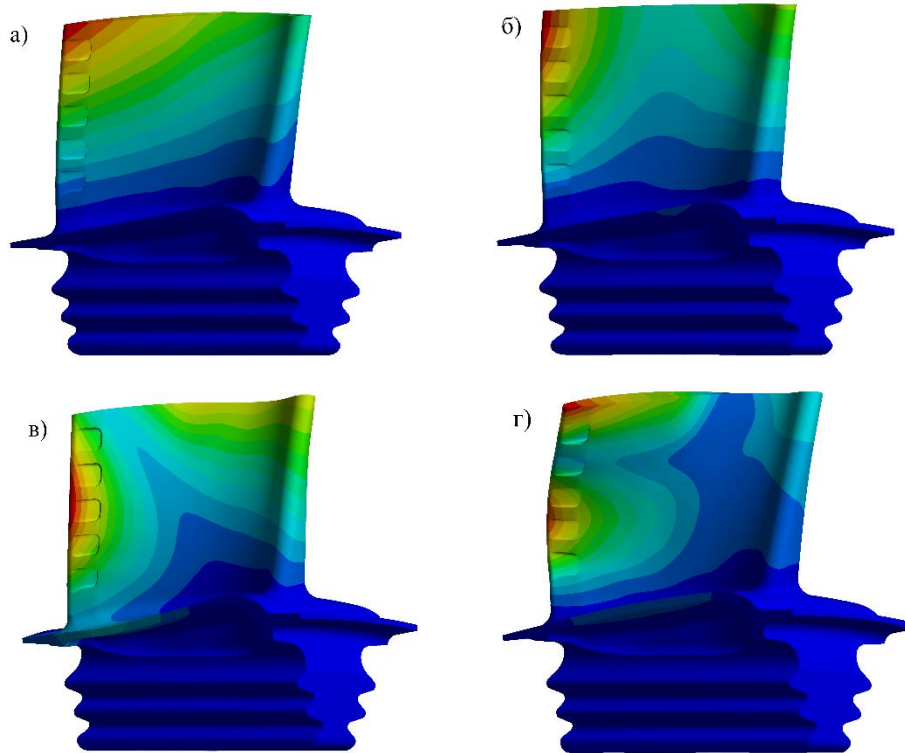


Рис. 5. Результати модального аналізу лопатки:

а – перша форма коливань,  $f_1 = 11252$  Гц; б – друга форма коливань,  $f_2 = 18946$  Гц;  
в – третя форма коливань,  $f_3 = 24130$  Гц; г – четверта форма коливань,  $f_4 = 32011$  Гц

Також проведені розрахунки власних форм та частот коливань лопатки турбіни при високій температурі ( $1100^\circ\text{C}$ ). Результати цих розрахунків наведено у табл. 2.

Таблиця 2

Власні частоти коливань лопаток для різних температур

Розрахункові власні частоти коливань		
№ п/п форми коливань	При $T = 20^\circ\text{C}$	при $T = 1100^\circ\text{C}$
	$f_{20^\circ\text{C}}$ , Гц	$f_{1100^\circ\text{C}}$ , Гц
1	11252	9177,9
2	18946	15571
3	24130	19706
4	32011	26247

Згідно отриманих розрахункових даних видно, що при відносно однаковому коефіцієнті Пуассону  $\nu_{xy} \approx \nu_{yz} \approx \nu_{xz} \approx \text{const}$ , зменшення модулю зсуву  $G$  та модулю пружності  $E$  при підвищенні температури на лопатці турбіни суттєво впливають на значення власних частот коливань лопаток.

Проведені чисельні експерименти були використані для побудови діаграми резонансу лопатки (діаграми Кемпбелла). При побудові цієї діаграми було враховано вплив відцентрових сил (у модулі Static

Structural по X-компоненті була задана частота обертання ротора). Відцентрові сили на діаграмі відображено у вигляді процентного співвідношення діючих від максимальних обертів ротору: 0, 25%, 50%, 75%, 100 % та 105 % ( $N = 50000$  об/хв).

Залежності значень резонансних частот та форм коливань від гармонік збуджуючої сили при різних частотах обертання ротора наведені на рис. 6.

З розрахунку видно, що для лопаток з такою конструкцією власні частоти коливань незначно збільшуються під впливом відцентрової сили.

Зазвичай, збудження резонансних коливань лопаток турбін трапляється від декількох основних факторів. Джерелом збудження таких коливань можуть служити нерівномірності та імпульси, які трапляються через специфіку роботи тих чи інших деталей ГТД. Прикладами таких збудників можуть служити горілки камери згоряння, соплові апарати, розташовані перед лопатками, а також соплові апарати наступних ступенів турбін, які приймають на себе набігаючий потік газоповітряної суміші. Зазначені фактори призводять до того, що в спектрі сил, що обурюють, з'являються К-гармоніки, кратні основній частоті  $K = 1$ . Відповідні прямі лінії чорного кольору  $K = 14, \dots, 40$  показані на діаграмі Кемпбелла. Блакитні лінії – графічне зображення залежності перших чотирьох резонансних частот коливань від частоти обертання ротора.

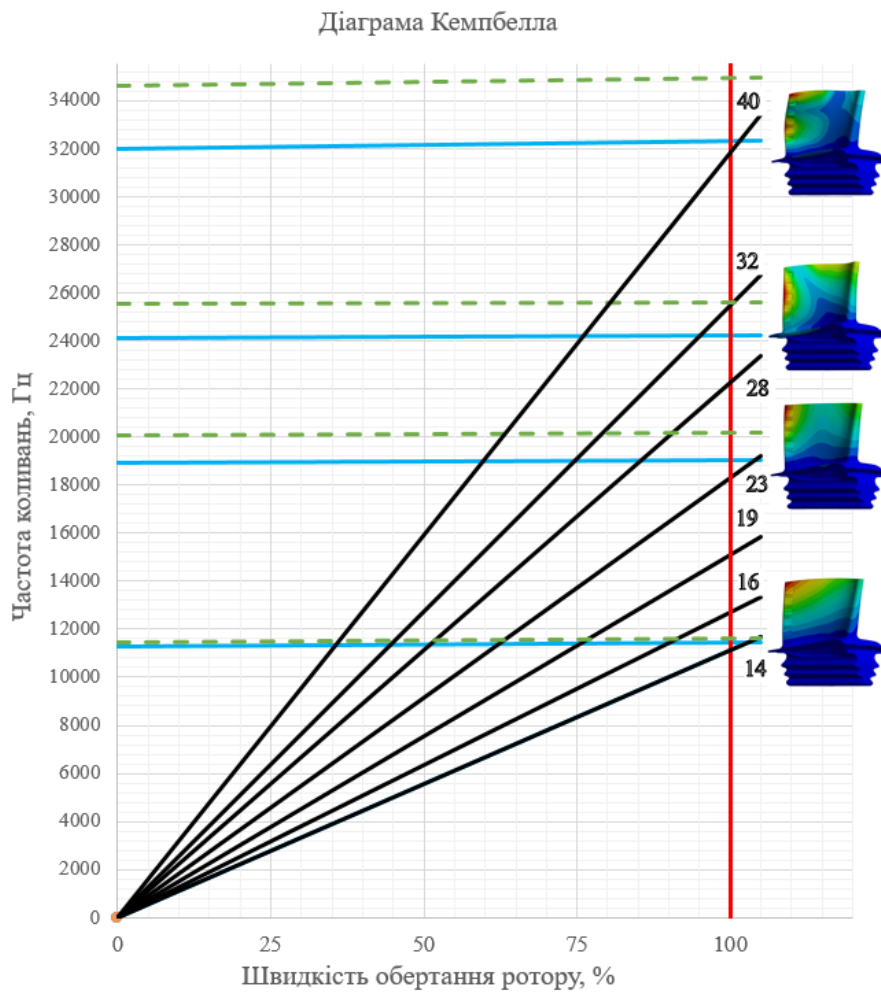


Рис. 6. Діаграма резонансу для охолоджуваної лопатки турбіни високого тиску

Для зміни частотних характеристик лопаток з метою запобігання небезпечних резонансних форм коливань, які виникають від тих чи інших джерел збудження при різних режимах роботи двигуна, необхідно проводити комплекс різноманітних технологічних або конструкційних змін.

Зокрема, беручи за основу розраховані пружні характеристики матеріалу можна дослідити, яким чином впливає поворот обраної кристалографічної координатної системи на довільний кут на власні частоти та форми коливань лопаток.

Як приклад, використовуючи співвідношення (9) та дані рис. 2 можна визначити пружні податли-

вості при повороті обраної системи напрямків монокристалу на 45°. Маючи значення податливостей можна вирахувати значення модулів пружності, коефіцієнта Пуассона та модуля зсуву для монокристалу, вісь якого повернута на 45° відносно початкової кристалографічної системи (обертання відносно осі z монокристала) (табл. 3).

З використанням розрахункових даних, у ANSYS було оцінено вплив визначених пружних характеристик на власну частоту коливань лопаток від дії відцентрових сил та з урахуванням особливостей зміни пружних коефіцієнтів внаслідок повороту кута обраної кристалографічної системи напрямків монокристалу на 45° (табл. 4).

Таблиця 3

Пружні властивості жароміцного сплаву на нікелевій основі при повороті осей монокристалу на 45°

T, °C	$(E_x = E_y) \cdot 10^5$ , МПа	$E_z \cdot 10^5$ , МПа	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz} = \nu_{xz}$	$G_{xy} \cdot 10^5$ , МПа	$(G_{yz} \cdot G_{xz}) \cdot 10^5$ , МПа
20	2,383	1,388	0,051	0,388	0,5	1,256

Таблиця 4  
Результати розрахунку власних частот коливань при зміні кута повороту обраної кристалографічної системи напрямків

Розрахункові значення власних частот коливань		
№ п/п форми коливань	Вихідна кристалографічна система $f_{вих}$ , Гц	Повернута на 45° кристалографічна система $f_{45^\circ}$ , Гц
При $T = 20^\circ\text{C}$		
1	11252	11427
2	18946	20054
3	24130	25515
4	32011	34607
При $T = 20^\circ\text{C} +$ відцентрова сила		
1	11439	11612
2	19057	20157
3	24238	25603
4	32301	34923

Отримані результати розрахунків було враховано при побудові діаграми Кемпбелла, щоб оцінити як змінилися резонансні частоти лопаток відцентрових сил (рис. 6).

Із діаграми видно, що завдяки повороту кристалографічної системи на 45° (зелені штрихові лінії), частотні характеристики лопаток змінюються. Збільшується власна частота коливань лопаток і це допомагає уникнути резонансу по першій формі коливань від 14 гармоніки збуджуючої сили, по другій формі коливань – від 23 гармоніки, по четвертій формі коливань – від 48 гармоніки.

## Висновки

Розроблено методику визначення власних частот і форм коливань монокристалічних лопаток газових турбін із застосуванням програмних комплексів скінчено-елементного аналізу. Ця методика включає процедуру визначення компонентів тензора пружних сталей та їх подання у матричній формі на основі результатів фізичних експериментів з монокристалічними зразками. Така процедура апробована на монокристали з кубічною симетрією у широкому діапазоні робочих температур. Для можливості раціонального вибору орієнтації кристалографічних напрямів під час виготовлення лопаток отримані зручні співвідношення перетворення пружних сталей.

На конкретному прикладі лопатки турбіни високого тиску, що охолоджується, виконаний модальний аналіз з урахуванням напруженого стану від дії відцентрових сил. Встановлено, що для подібних лопаток відцентрові сили викликають незначну зміну власних частот. Вплив робочих температур враховува-

вся шляхом зміни пружних характеристик монокристалу. Встановлено, що найбільше зниження власних частот лопатки викликає зменшення модуля пружності по кристалографічних напрямках [100], [010], [001].

Для аналізу можливих резонансних станів побудовано діаграми Кемпбелла з відображенням різних орієнтацій кристалографічних напрямків лопаток. Встановлено можливість виникнення резонансних режимів від різних кратних гармонік збуджуючих сил. Показано, що виготовлення лопаток із заготовок з різною орієнтацією кристалографічних напрямків дозволяє відмежуватись від деяких резонансних режимів.

**Внесок авторів:** формулювання проблеми – Г. І. Львов, С. О. Неманежин; огляд та аналіз інформаційних джерел – С. О. Неманежин; розробка методики чисельного експерименту – Г. І. Львов, С. О. Неманежин; аналіз результатів дослідження – С. О. Неманежин, Г. І. Львов, Ю. І. Торба.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

## Література

1. *Study of the performance of the gas turbine power plants from the simple to complex cycle: a technical review [Text] / T. K. Ibrahim, M. K. Mohammed, W. H. A. Al-Door [et al] // Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics & Thermal Science. – 2019. – Vol. 54. – P. 228-250.*
2. *Statistical analysis and optimum performance of the gas turbine powerplant [Text] / T. K. Ibrahim, M. Rahman, M. Mohammed, F. Basrawi // International Journal of Automotive and Mechanical Engineering. – 2016. – Vol. 13, Iss. 1. – P. 3215-3225. DOI: 10.15282/ijame.13.1.2016.8.0268.*
3. Воробьев, Ю. С. *Колебания лопаточного аппарата турбомашин [Текст] / Ю.С. Воробьев. – К. : Наукова думка, 1988. – 224 с.*
4. Придорожный, Р. П. *Влияние кристаллографической ориентации на спектр собственных частот и форм колебаний монокристаллических рабочих лопаток турбин [Текст] / Р. П. Придорожный, А. В. Шереметьев, А. П. Зиньковский // Вестник двигателестроения. – 2006. – №2. – С. 42-48.*
5. *Determination of the high temperature elastic properties and diffraction elastic constants of Ni-base superalloys [Text] / P. E. Aba-Perea, T. Pirling, P. J. Withers [et al] // Materials & Design. – 2016. – Vol. 89. – P. 856–863. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.09.152.*
6. *Diffraction and single-crystal elastic constants of Inconel 625 at room and elevated temperatures determined by neutron diffraction [Text] / Z. Wang, A. D. Stolica, D. Ma, A. M. Beese // Materials Science and Engineering: A. – 2016. – Vol. 674. – P. 406-412. DOI: 10.1016/j.msea.2016.08.010.*

7. The microstructure evolution and nucleation mechanisms of dynamic recrystallization in hot-deformed Inconel 625 superalloy [Text] / D. Li, Q. Guo, S. Guo [et al] // *Materials & Design*. – 2011. – Vol. 32. – P. 696–705. DOI: 10.1016/j.matdes.2010.07.040.

8. Yang, S. W. Elastic constants of a monocrystalline nickel-base superalloy [Text] / S. W. Yang // *Ibid*. – 1985. – Vol. 16A, Iss. 4. – P. 661-665. DOI: 10.1007/BF02814240.

9. Wen, M. Calculation of all cubic single crystal elastic constants from single atomistic simulation: Hydrogen effect and elastic constants of nickel [Text] / M. Wen, A. Barnoush, K. Yokogawa // *Computer Physics Communications*. – 2011. – Vol. 182, Iss. 8. – P. 1621-1625. DOI: 10.1016/j.cpc.2011.04.009.

10. Anisotropy of Elasticity of a Ni-base single crystal superalloy [Text] / L. Jinlai, Y. Lihua, Z. Yizhou [et al] // *Acta Metallurgica Sinica*. – 2020. – Vol. 56, Iss. 6. – P. 855-862. DOI: 10.11900/0412.1961.2019.00355.

11. Elastic constants of cubic crystals [Text] / M. Jamal, S. J. Asadabadi, I. Ahmad [et al] // *Computational Materials Science*. – 2014. – Vol. 95. – P. 592-599. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.08.027.

12. The influence of crystal orientations on fatigue life of single crystal cooled turbine blade [Text] / N. X. Hou, W.X. Gou, Z. X. Wen [et al] // *Materials Science and Engineering: A*. – 2008. – Vol. 492, Iss. 1. – P. 413-418. DOI: 10.1016/j.msea.2008.03.043.

13. Epishin, A. I. Extreme values of the Poisson's ratio of cubic crystals [Text] / A. I. Epishin, D. S. Lisovenko // *Technical Physics*. – 2016. – Vol. 61. – P. 1516–1524. DOI: 10.1134/S1063784216100121.

14. Investigation of Elastic Properties of the single-crystal nickel-base superalloy CMSX-4 in the temperature interval between room temperature and 1300 °C [Text] / A. Epishin, B. Fedelich, M. Finn [et al] // *Crystals*. – 2021. – Vol. 11, Iss. 2. – P. 152-160. DOI: 10.3390/cryst11020152.

15. Siebörger, D. Temperature dependence of the elastic moduli of the nickel-base superalloy CMSX-4 and its isolated phases [Text] / D. Siebörger, H. Knake, U. Glatzel // *Materials Science and Engineering: A*. – 2001. – Vol. 298. – P. 26-33. DOI: 10.1016/S0921-5093(00)01318-6.

16. Reed, R. C. *The Superalloys: Fundamentals and Applications* [Text] / R. C. Reed. – Cambridge University Press, 2006. – 372 p. DOI: 10.1017/CBO9780511541285.

17. Lurie, A. I. *Theory of elasticity* [Text] / A. I. Lurie. – Springer, Berlin, 2005. – 1050 p.

18. Fisher, F. S. Determination of the elastic moduli of a directionally solidified nickel-based TaC eutectic [Text] / F. S. Fisher // *Metallurgical and Materials Transactions A*. – 1980. – Vol. 11A(1). – P. 103-109. DOI: 10.1007/BF02700443.

review. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics & Thermal Science*, 2019, vol. 54, pp. 228-250.

2. Ibrahim, T. K., Rahman, M., Mohammed, M., Basrawi, F. Statistical analysis and optimum performance of the gas turbine powerplant. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*, 2016, vol. 13, iss. 1, pp. 3215-3225. DOI: 10.15282/ijame.13.1.2016.8.0268.

3. Vorob'ev, Yu. S. *Kolebaniya lopatochnogo apparata turbomashin* [Fluctuations of the blade apparatus of turbomachines]. Kiev, Naukova dumka, 1988. 224 p.

4. Pridorozhnyi, R. P., Sheremet'ev, A. V. & Zin'kovskii, A. P. Vliyanie kristallograficheskoi orientatsii na spektr sobstvennykh chastot i form kolebaniy monokristallicheskiikh rabochikh lopatok turbin [Influence of crystallographic orientation on the spectrum of natural frequencies and vibration modes of single-crystal turbine blades]. *Vestnik dvigatelestroeniya*, 2006, no 2, pp. 42-48.

5. Aba-Perea, P. E., Pirling, T., Withers, P. J., Kelleher, J., Kabra, S. & Preuss, M. Determination of the high temperature elastic properties and diffraction elastic constants of Ni-base superalloys. *Materials & Design*, 2016, vol. 89, pp. 856-863. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.09.152.

6. Wang, Z., Stoica, A. D., Ma, D. & Beese, A. M. Diffraction and single-crystal elastic constants of Inconel 625 at room and elevated temperatures determined by neutron diffraction. *Materials Science and Engineering: A*, 2016, vol. 674, pp. 406-412. DOI: 10.1016/j.msea.2016.08.010.

7. Li, D., Guo, Q., Guo, S., Peng, H. & Wu, Z. The microstructure evolution and nucleation mechanisms of dynamic recrystallization in hot-deformed Inconel 625 superalloy. *Materials & Design*, 2011, vol. 32, pp. 696-705. DOI: 10.1016/j.matdes.2010.07.040.

8. Yang, S. W. Elastic constants of a monocrystalline nickel-base superalloy. *Ibid*, 1985, vol. 16A(4), pp. 661-665. DOI: 10.1007/BF02814240.

9. Wen, M., Barnoush, A. & Yokogawa, K. Calculation of all cubic single crystal elastic constants from single atomistic simulation: Hydrogen effect and elastic constants of nickel. *Computer Physics Communications*, 2011, vol. 182, iss. 8, pp. 1621-1625. DOI: 10.1016/j.cpc.2011.04.009.

10. Jinlai, L., Lihua, Y., Yizhou, Z., Jinguo, L. & Xiaofeng, S. Anisotropy of Elasticity of a Ni-base single crystal superalloy. *Acta Metallurgica Sinica*, 2020, vol. 56, iss. 6, pp. 855-862. DOI: 10.11900/0412.1961.2019.00355.

11. Jamal, M., Asadabadi, S. J. & Ahmad, I. Elastic constants of cubic crystals. *Computational Materials Science*, 2014, vol. 95, pp. 592-599. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.08.027.

12. Hou, N. X., Gou, W. X. & Wen, Z. X. The influence of crystal orientations on fatigue life of single crystal cooled turbine blade. *Materials Science and Engineering: A*, 2008, vol. 492, iss. 1, pp. 413-418. DOI: 10.1016/j.msea.2008.03.043.

13. Epishin, A. I. & Lisovenko, D. S. Extreme values of the Poisson's ratio of cubic crystals. *Technical*

## References

1. Ibrahim, T. K., Mohammed, M. K. & Al-Door, W. H. A. Study of the performance of the gas turbine power plants from the simple to complex cycle: a technical



*Physics*, 2016, vol. 61, pp. 1516-1524. DOI: 10.1134/S1063784216100121.

14. Epishin, A., Fedelich, B. & Finn, M. Investigation of Elastic Properties of the single-crystal nickel-base superalloy CMSX-4 in the temperature interval between room temperature and 1300 °C. *Crystals*, 2021, vol. 11, iss. 2, pp. 152-160. DOI: 10.3390/cryst11020152.

15. Siebörger, D., Knake, H., Glatzel, U. Temperature dependence of the elastic moduli of the nickel-base superalloy CMSX-4 and its isolated phases. *Materials*

*Science and Engineering: A*, 2001, vol. 298, pp. 26-33. DOI: 10.1016/S0921-5093(00)01318-6.

16. Reed, R. C. *The Superalloys: Fundamentals and Applications*. Cambridge University Press, 2006. 372 p. DOI: 10.1017/CBO9780511541285.

17. Lurie, A. I. *Theory of elasticity*. Springer, Berlin, 2005. 1050 p.

18. Fisher, F. S. Determination of the elastic moduli of a directionally solidified nickel-based TaC eutectic. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 1980, vol. 11A(1), pp. 103-109. DOI: 10.1007/BF02700443.

*Надійшла до редакції 28.05.2023, розглянута на редколегії 08.08.2023*

## A METHOD FOR EVALUATION OF THE DEPENDENCE OF GAS TURBINE BLADE VIBRATIONS ON MONOCRYSTALLINE ANISOTROPY

*Yevhen Nemanazhyn, Gennadiy Lvov, Yuriy Torba*

The subject of study of this article is one of the key tasks that arises during the development and operation of aviation gas turbine engines, namely ensuring the strength of their parts. The turbine blade is one of the most heavily loaded parts of an aircraft engine. Therefore, at the stage of designing these blades, it is necessary to be able to identify and avoid possible resonance modes that appear during the flight cycle of an aircraft gas turbine engine. Such resonant oscillations of gas turbine blades can occur due to time-varying gas-dynamic forces from the action of the gas flow and are periodic in nature, as they are determined by the frequency of rotation of the rotor. In order to regulate the frequency characteristics of the blades to prevent dangerous resonant forms of oscillations that arise under the action of various harmonics of the exciting force during variable modes of operation of the aircraft engine, it is necessary to carry out a complex of various technological or structural changes. At the current stage, turbine blades of aircraft engines are manufactured by the method of single-crystal casting. As is known, single crystals have anisotropic properties, namely they manifest themselves as materials with the characteristics of cubic symmetry. A very urgent task is to investigate the effect of the anisotropy of the elastic characteristics of monocrystalline blades on their natural frequencies and forms of oscillations. In this research, the authors developed a method for determining the elastic characteristics of a single crystal, namely Young's modulus of elasticity, Poisson's ratio and pure shear modulus, which is based on available experimental data for typical heat-resistant alloys. With the help of finite element analysis on the example of a typical model of a cooled blade of a gas turbine, its modal analysis was carried out and its resonance diagram was constructed. The trend of changing the natural frequencies and forms of blade oscillations when the elastic constants of the single crystal change due to the rotation of the crystallographic system of directions was also investigated. The three-dimensional model of the blade was built using the capabilities of the NX graphics complex, all calculations were performed in the Maple computing complex, and the capabilities of the ANSYS software complex were used for finite element analysis.

**Keywords:** anisotropy of elastic properties; gas turbine blade; monocrystalline alloy; crystallographic orientation; aviation engine.

**Неманезин Євген Олександрович** – асп. каф. «Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії» Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»; інженер-дослідник ДП «Івченко-Прогрес», Запоріжжя, Україна.

**Львов Геннадій Іванович** – д-р техн. наук, проф., проф. каф. «Математичного моделювання та інтелектуальних обчислень в інженерії», академік Академії наук вищої школи України, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна.

**Торба Юрій Іванович** – канд. техн. наук, начальник Експериментально-випробувального комплексу ДП «Івченко-Прогрес», Запоріжжя, Україна.

**Yevhen Nemanazhyn** – PhD Student of the Department Dynamics and Strength of Machines at NTU “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv; Research Engineer, SE “Ivchenko-Progress”, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: biondestroy@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5855-508X.

**Gennadiy Lvov** – Doctor of Engineering, Professor, Professor of Department Dynamics and Strength of Machines, Academician of the Academy of Sciences of the Higher School of Ukraine, NTU “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: Lvovdpm@ukr.net, ORCID: 0000-0003-0297-9227, Scopus Author ID: 6506190655.

**Yuriy Torba** – PhD, Head of the Experimental Research Complex, SE “Ivchenko-Progress”, Zaporizhzhia, Ukraine, e-mail: TorbaYuI@zmdb.ua, ORCID: 0000-0001-8470-9049, Scopus Author ID: 57196032226.