

Тетяна В. Манжос, Ольга О. Мельник  
**МОДЕЛЬ ДИФУЗІЇ ІННОВАЦІЙ З УРАХУВАННЯМ РЕКЛАМИ  
В УМОВАХ СЕГМЕНТОВАНОГО РИНКУ**

*У статті досліджено питання прогнозування попиту на інноваційний продукт з урахуванням реклами в умовах сегментованого ринку. Зважаючи на відсутність статистичних даних за минулі періоди, побудовано модель росту попиту на основі моделі дифузії Басса. Визначено оптимальний розподіл рекламних коштів між сегментами ринку з точки зору максимізації прибутку. Теоретичний матеріал проілюстровано числовими прикладами.*

*Ключові слова:* дифузія інновацій; модель Басса; оптимальна рекламна стратегія; сегментування ринку.

*Форм. 8. Рис. 1. Табл. 2. Літ. 10.*

Татьяна В. Манжос, Ольга А. Мельник  
**МОДЕЛЬ ДИФУЗИИ ИННОВАЦИЙ С УЧЕТОМ РЕКЛАМЫ  
В УСЛОВИЯХ СЕГМЕНТИРОВАННОГО РЫНКА**

*В статье исследована задача прогнозирования спроса на инновационный продукт с учетом рекламы в условиях сегментированного рынка. Учитывая отсутствие статистических данных по предыдущим периодам, построена модель роста спроса на основании модели диффузии Басса. Определено оптимальное распределение рекламных средств между рыночными сегментами с точки зрения максимизации прибыли. Теоретический материал проиллюстрирован числовыми примерами.*

*Ключевые слова:* диффузия инноваций; модель Баса; оптимальная рекламная стратегия; сегментирование рынка.

Tetiana V. Manzhos<sup>1</sup>, Olga O. Melnyk<sup>2</sup>  
**INNOVATION DIFFUSION MODEL WITH ADVERTISING  
AT A SEGMENTED MARKET**

*The article studies the issue of forecasting the demand for a new product with advertising at a segmented market. Given the lack of statistical data, the authors' demand-led growth model is based on the Bass diffusion model. The optimal distribution of advertising costs between market segments is determined from the viewpoint of profit maximization. A numerical example is given to illustrate the model.*

*Keywords:* diffusion of innovations; the Bass model; optimal advertising strategy; market segmentation.

**Постановка проблеми й аналіз основних джерел.** Сучасний етап розвитку суспільства та швидкі темпи технологічного прогресу сприяють появі на ринку інноваційних продуктів та послуг. Процес виведення на ринок інноваційних продуктів пов'язаний зі значними ризиками, оскільки вимагає інвестиційних вкладень, чітко спланованих організаційних та інших дій. Зокрема, виникає потреба у прогнозуванні темпів та обсягів продажу такої продукції, адже статистичних даних про попит у минулому, як правило, немає.

Сучасні методи економетричного прогнозування життєвого циклу товару неможливі без застосування новітніх маркетингових прогностичних моделей, які дозволять дослідити процес поширення інноваційного продукту на основі

---

<sup>1</sup> Vadym Hetman Kyiv National Economic University, Ukraine.

<sup>2</sup> Vadym Hetman Kyiv National Economic University, Ukraine.

теорії складних систем. Такими моделями є дифузійні моделі, які вперше з'явилися у 1960-х рр. та широко використовуються у всьому світі. Ці моделі описують появу на ринку нового продукту, характеризуючи його поширення за допомогою  $s$ -подібної кривої. Клас дифузійних моделей досить широкий та добре узгоджується з практикою. Однак дане питання на сьогодні вивчене недостатньо, адже сучасний розвиток маркетингових технологій дозволяє коригувати попит, що повинно враховуватись при побудові відповідних економіко-математичних моделей.

Дифузійна модель у маркетингу була вперше запропонована Ф. Бассом [2], її суть полягає у наступному. Нехай існує деякий ринок, на якому з'являється принципово новий продукт (товар чи послуга), який не має аналогів і, відповідно, конкуренції з боку інших продуктів. Цей продукт створює новий попит, тобто з'являється певна кількість людей, які бажають придбати цей продукт або вже його придбали. Тоді частина покупців, які здійснюють покупку в момент часу  $t$ , описується формулою

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = p + qF(t), \quad (1)$$

де  $f(t)$  – частка покупців, які здійснюють покупку в момент часу  $t$  або, іншими словами, функція щільності розподілу числа покупців у часі;  $F(t)$  – частка покупців, які здійснили покупку до моменту часу  $t$  або кумулятивна функція розподілу числа покупців у часі,  $F(T) = \int_0^T f(t)dt$ ;  $p$  – коефіцієнт інновації або коефіцієнт зовнішнього впливу;  $q$  – коефіцієнт імітації або коефіцієнт внутрішнього впливу.

Модель Басса побудована на припущенні, що кожний акт покупки здійснюється або під впливом реклами та засобів масової інформації (ця категорія покупців називається новаторами), або під впливом думки людей, які вже здійснили покупку (ця категорія покупців називається імітаторами). Таким чином, імовірність здійснення покупки (ліва частина формули (1)) залежить, по-перше, від зовнішнього впливу (реклама, ЗМІ), який приймається сталим і виражається коефіцієнтом зовнішнього впливу. По-друге, вона залежить від впливу самої соціальної системи, який зростає у міру зростання кількості людей, що вже здійснили покупку, і виражається коефіцієнтом внутрішнього впливу.

Позначимо через  $N(t)$  сукупне число тих, хто обере новий продукт за час  $t$ ,  $dN/dt$  – кількість покупців, які придбають новий продукт у момент часу  $t$ ,  $m$  – потенціал ринку продукту. Оскільки  $dN/dt = mf(t)$ , з рівняння (1) після перетворень отримаємо другу форму рівняння Басса:

$$\frac{dN}{dt} = (pm + (q-p)N(t) - \frac{q}{m}[N(t)]^2). \quad (2)$$

Інтегруючи рівняння (2) при початковій умові  $N(0) = 0$ , отримаємо

$$N(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + (q/p)e^{-(p+q)t}}. \quad (3)$$

Оцінювання параметрів моделі Басса може бути здійснене різними способами. Якщо відомі деякі дані про попередні продажі, то можна використати лінійну або нелінійну регресію [6]. Також існує багато сучасних підходів до оцінювання цих параметрів, наприклад, оцінювання максимальної правдоподібності [9] та оцінювання Байеса [8]. Крім того, вказані параметри можна оцінити методом аналогій або дельфі-методом.

Після появи моделі Басса у 1969 р. почали з'являтися більш складні моделі, що враховували вплив різних екзогенних факторів на швидкість дифузії. Зокрема, в роботах [4; 5] класичну модель узагальнено шляхом введення додаткових змінних, таких як ціна і реклама.

Вперше в моделі дифузії інновацій враховано можливість сегментування ринку групою індійських вчених [7] у 2008 році. У роботі [3] розглянуто різні стратегії при плануванні цільової реклами на інноваційний продукт.

**Невирішені раніше частини загальної проблеми.** Усі розглянуті узагальнення класичної моделі Басса певним чином відображають вплив маркетингових змінних на дифузії інноваційного продукту. Але оскільки ринок є неоднорідним і конкретна послуга чи товар може бути орієнтований на конкретне коло споживачів, практичну значущість має задача розподілу рекламних коштів на зацікавлення того чи іншого сегменту ринку. У даній роботі зроблено спробу знайти оптимальну стратегію такого розподілу та проаналізовано, як впливають на неї різні параметри моделі.

**Метою дослідження** є побудова моделі дифузії інноваційного продукту за умови поділу ринку на сегменти. Крім того, важливо простежити вплив таких чинників, як ефективність реклами та обсяги сегментів ринку (один з яких є цільовим) на оптимальну стратегію розподілу рекламних коштів між ними.

**Основні результати дослідження.** *Дифузія інновацій з урахуванням реклами.* Основні припущення, прийняті для побудови моделі, збігаються з припущеннями моделі Басса:

- бінарність процесу дифузії;
- сталий потенціал ринку  $m$ ;
- у певний момент часу усі  $m$  потенціальних покупців придбають розглядуваний інноваційний продукт;
- відсутні повторні придбання продукту.

На відміну від класичного випадку, в даній моделі враховано вплив на поширення даного продукту ( $a$ , відповідно, на попит) усіх рекламних заходів, що були здійснені протягом часу існування на ринку інноваційного продукту. Для цього в правій частині рівняння дифузії введено множник, що відображає інтенсивність реклами за час  $t$ :

$$\frac{dN}{dt} = (pm + (q - p)N(t) - \frac{q}{m}[N(t)]^2) \left( 1 + \alpha \int_0^t \exp[\lambda(x - t)]l(x)dx \right), \quad (4)$$

$$0 \leq t \leq T, \quad N(0) = 0;$$

$$\int_0^T \exp[-\rho_0 t]l(x)dx \leq G(T). \quad (5)$$

Рівняння (4) описує швидкість зміни кількості продажів інноваційного продукту в момент  $t$ , в залежності від витрат на рекламу протягом часу існу-

вання продукту на ринку. Розглядається горизонт планування  $[0; T]$ , рекламні витрати протягом якого обмежені (див. нерівність (5)).

Параметри моделі (4–5):  $I(t)$  – функція, що характеризує інтенсивність реклами в момент  $t$ ;  $\alpha$ ,  $\lambda$  – параметри;  $p_0$  – облікова ставка;  $G(T)$  – межа витрат на рекламу протягом часу  $T$ .

Охарактеризуємо вплив параметра  $\lambda$  (ефективності реклами) на поведінку ринку. Множник  $\exp[\lambda(x - t)]$  в інтегралі правої частини рівняння (4) зважає вплив інтенсивності рекламних витрат  $I(x)$  на попит. Причому меншому значенню  $\lambda$  відповідає більше значення інтеграла, тобто збільшення параметра  $\lambda$  відображає факт зменшення ефективності реклами. Наприклад,

на рис. 1 зображено графіки функцій  $\int_0^t \exp[2,5(x - t)]I(x)dx$  (пунктиром) та

$\int_0^t \exp[1,5(x - t)]I(x)dx$  (суцільною лінією), якщо функція інтенсивності витрат в часі лінійна  $I(t) = 40 - (40 / 3) t$ .

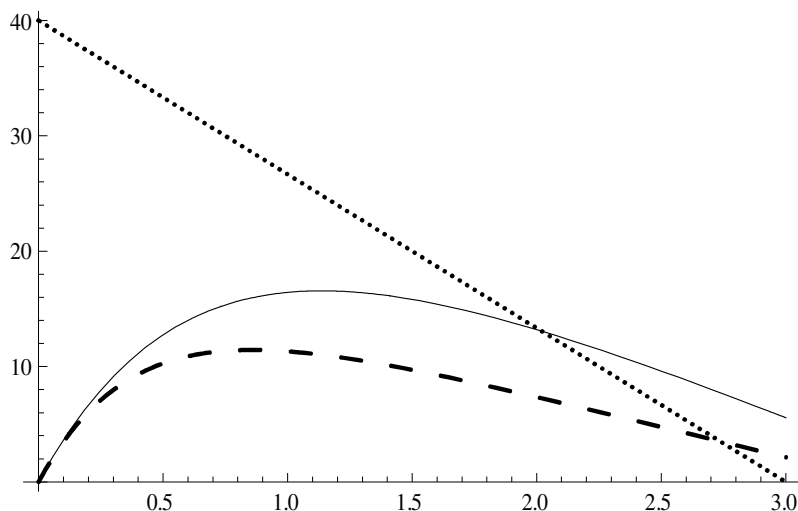


Рис. 1. Вплив інтенсивності рекламних витрат на швидкість зміни попиту в залежності від різних значень показника ефективності реклами, авторська розробка

**Модель дифузії в умовах сегментованого ринку.** Сегментація ринку є одним з етапів маркетингової діяльності виробника, за допомогою якого виробник ділить ринок з урахуванням результатів аналізу за певними ознаками на деякі сегменти споживачів. Іншими словами сегментування ринку – це виокремлення певної групи покупців, що мають аналогічну реакцію на комплекс маркетингових засобів виробника, тобто однаково сприймають параметри інноваційного товару. Більш детально про фактори, критерії та принципи ефективної сегментації можна знайти в [1].

Розглянемо випадок, коли ринок певного інноваційного продукту за певним критерієм поділено на два сегменти, один з яких є цільовим. Побудуємо

модель дифузії для різних сегментів, враховуючи, що витрати на рекламу будуть розподілені у певному співвідношенні між цільовим та нецільовим сегментами, причому деяка їх частина буде витрачена на рекламу, спрямовану на увесь ринок.

Нехай перший ( $I$ ) сегмент ринку є цільовим для даного інноваційного продукту. Тоді природно припустити, що  $\lambda_1 < \mu < \lambda_2$ , де  $\lambda_i$  – параметри ефективності реклами, орієнтованої на  $i$ -ий сегмент ринку,  $i = 1, 2$ ,  $\mu$  – параметр ефективності реклами, орієнтованої на увесь ринок. Введемо такі позначення:  $M, N$  – потенціали I та II сегментів ринку;  $X(t), Y(t)$  – сукупні продажі на I та II сегментах ринку на момент часу  $t$ ;  $p_i, q_i$  – параметри моделі Басса,  $i = 1, 2$ ;  $s_i$  – коефіцієнти перехресної імітації (cross-imitation),  $i = 1, 2$ ;  $\alpha_i$  – параметри моделі,  $i = 1, 2, 3$ .

Тоді швидкість зміни обсягів продажів у кожному із сегментів описується такою системою диференціальних рівнянь (аналогічно до рівняння (4)):

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = (M - X) \left[ (p_1 + q_1 X) \left( 1 + \frac{\alpha_1 C_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \right) + s_1 Y \left( 1 + \frac{\alpha_2 C_2}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \right) \right] \times \\ \quad \times \left( 1 + \frac{\alpha_3 C_3}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) \right); \\ \frac{dY}{dt} = (N - Y) \left[ (p_2 + q_2 Y) \left( 1 + \frac{\alpha_2 C_2}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \right) + s_2 X \left( 1 + \frac{\alpha_1 C_1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \right) \right] \times \\ \quad \times \left( 1 + \frac{\alpha_3 C_3}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) \right), \end{cases} \quad (6)$$

$$0 \leq t \leq T, \quad X(0) = 0, Y(0) = 0;$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = K. \quad (7)$$

Зазначимо, що інтенсивність реклами в часі в даній моделі вважається сталою. Обмеження рекламних витрат за час  $T$  задане нерівністю (7), де  $C_i$  – витрати на рекламу, орієнтовану на  $i$ -ий сегмент ринку,  $i = 1, 2$ ;  $C_3$  – витрати на рекламу, орієнтовану на весь ринок;  $K$  – сукупні витрати на рекламу за час  $T$ .

Система диференціальних рівнянь (6) є нелінійною і аналітичного розв'язку не має. Але застосування пакету програм "Wolfram Mathematica" [10], як буде показано у наступній частині даної статті, дає змогу розв'язати систему (6–7) за різних вхідних даних.

Основною оптимізаційною задачею у даній моделі є задача максимізації сукупних продажів за час  $T$  по змінних  $C_1, C_2, C_3$  за умови (7), тобто

$$[X(T) + Y(T)] \rightarrow \max_{C_1, C_2, C_3}, \quad C_1 + C_2 + C_3 = K. \quad (8)$$

Далі буде розв'язано наведену задачу за допомогою "Wolfram Mathematica" та проаналізовано, як впливають різні параметри моделі на її розв'язок.

**Вплив параметрів моделі на оптимальний розподіл рекламних витрат.** Зрозуміло, що на оптимальний розв'язок поставленої вище задачі (8) впливають параметри моделі (6–7).

Розглянемо, по-перше, вплив параметрів ефективності реклами  $\lambda_1, \lambda_2$  і  $\mu$ . Якщо вважати перший сегмент ринку цільовим, тоді виконується нерівність  $\lambda_1 < \mu < \lambda_2$  і при  $T = 1$  та однакових обсягах груп споживачів  $M = N = 10000$  отримаємо оптимальний розподіл рекламних коштів, наведений в табл. 1.

Таблиця 1. Вплив ефективності реклами на розподіл витрат, авторська розробка

Параметри	$C_1^{OPT}$ (% від $K$ )	$C_2^{OPT}$ (% від $K$ )	$C_3^{OPT}$ (% від $K$ )	$X(T) + Y(T)$
$\lambda_1 = 0,5, \mu = 1, \forall \lambda_2$	37%	0%	63%	18818
$\lambda_1 = 0,5, \mu = 2, \forall \lambda_2$	45%	0%	55%	17110
$\lambda_1 = 0,5, \mu = 2,5, \forall \lambda_2$	48%	0%	52%	16883

Таким чином, при сталому параметрі ефективності реклами  $\lambda_1$ , зорієнтованої на цільову групу, збільшення параметра ефективності реклами  $\mu$ , спрямованої на увесь ринок (сама ефективність при цьому зменшується), призводить до зменшення відсотку витрат на загальну рекламу  $C_3^{OPT}$  (незалежно від  $\lambda_2 > \mu$ ). При цьому, частка рекламних витрат на цільову групу є меншою, ніж частка витрат на рекламу, спрямовану на увесь ринок. Також, як видно з табл. 1, витратити кошти на рекламу, спрямовану на нецільовий сегмент, не варто, адже це не призведе до максимального обсягу продажів.

По-друге, розглянемо вплив обсягів сегментів ринку на розподіл рекламних витрат. Нехай  $\lambda_1 = 0,5, \mu = 2, \lambda_1 > \mu$  – будь-яке,  $T = 1$ . Оптимальні стратегії розподілів рекламних коштів при різних обсягах сегментів ринку наведено в табл. 2.

Таблиця 2. Вплив обсягів сегментів ринку на розподіл витрат, авторська розробка

Потенціали сегментів ринку	$C_1^{OPT}$ (% від $K$ )	$C_2^{OPT}$ (% від $K$ )	$C_3^{OPT}$ (% від $K$ )	$X(T) + Y(T)$
$M = 10000, N = 10000$	45%	0%	55%	17110
$M = 8000, N = 12000$	35%	0%	65%	15618
$M = 5000, N = 15000$	14%	0%	86%	15206

Як видно з табл. 2, частка витрат на рекламу, спрямовану на цільовий сегмент ринку, суттєво залежить від потенціалу цього сегменту: зі зменшенням обсягу цільової групи частка витрат на неї повинна зменшуватись для досягнення максимальної кількості продажів за час  $T$ .

**Висновки та напрями подальших досліджень.** У статті побудовано модель дифузії інноваційного продукту з урахуванням реклами за умови сегментування ринку. З використанням пакету комп'ютерних програм "Wolfram Mathematica" знайдено оптимальні стратегії розподілу витрат на рекламу між сегментами ринку з точки зору максимізації обсягу продажів. Проаналізовано вплив параметрів моделі на розв'язки задачі оптимізації.

Напрямок подальших досліджень є розв'язання аналогічної задачі для більш ніж двох сегментів ринку продукту. Крім того, цікавим є питання застосування нечіткої логіки для опису деяких параметрів моделі.

1. *Котлер Ф.* Основы маркетинга / Пер. В.Б. Боброва; Ред. пер. Е.М. Пенькова. – СПб.: Коруна: Литера плюс, 1994. – 698 с.
2. *Bass, F.M.* (1969). A new product growth for model consumer durables. *Management Science*, 15(5): 215–227.
3. *Hariharana, V.G., Talukdarb, D., Kwonc, C.* (2015). Optimal targeting of advertisement for new products with multiple consumer segments. *International Journal of Research in Marketing*, 32(3): 263–271.
4. *Horsky, D., Simon, L.S.* (1983). Advertising and the diffusion of new products. *Marketing Science*, 2: 1–18.
5. *Kalish, S.* (1985). A New Product Adoption Model with Pricing, Advertising, and Uncertainty. *Management Science*, 31: 1569–1585.
6. *Kenneth, D.L., Dinesh, R.P., Sheila, M.L.* (2009). Forecasting new adoptions: A comparative evaluation of three techniques of parameter estimation. *Advances in Business and Management Forecasting*, 6: 81–91.
7. *Kumar, Y., Sarkar, R., Swami, S.* (2009). Cluster-based diffusion: aggregate and disaggregate level modeling. *Journal of Advances in Management Research*, 6(1): 8–26.
8. *Lenk, P.J., Rao, A.* (1990). New models from old: forecasting product adoption by Hierarchical Bayes procedure. *Marketing Science*, 9(1): 42–53.
9. *Srinivasan, V., Mason, C.H.* (1986). Nonlinear least squares estimation of new product diffusion models. *Marketing Science*, 5(2): 169–178.
10. WOLFRAM MATHEMATICA: Наиболее полная система для современных технических вычислений в мире // [www.wolfram.com](http://www.wolfram.com).

Стаття надійшла до редакції 29.10.2015.