

УДК 519.6: 533,6: 629.3

А.В. СОХАЦЬКИЙ
Інститут транспортних систем та технологій НАН України
Університет митної справи та фінансів
М.С. АРСЕНЮК
Інститут транспортних систем та технологій НАН України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПРОСТОРОВОГО ПОЛОЖЕННЯ ВИСОКОШВИДКІСНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ НА ЙОГО АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Розглянуто проблему моделювання аеродинаміки високошвидкісного наземного транспортного засобу. Математичне моделювання аеродинаміки транспортних апаратів є доволі складною та актуальною задачею. На сьогодні найбільш досконалі математичні моделі аеродинаміки побудовані на фізичних властивостях в'язкого стисливого газу та ґрунтуються на рівняннях Нав'є-Стокса. Реальні течії навколо транспортних апаратів є турбулентними. Розрахунок таких течій залишається однією з найбільш складних проблем. На сьогодні в обчислювальній аеродинаміці відсутні універсальні математичні моделі турбулентності. Надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, відноситься до винятково важливої наукової проблеми і пов'язане з складністю та недостатнім вивченням турбулентності як фізичного явища. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних характеристик високошвидкісного наземного транспортного засобу типу Maglev.

В статті розглядається задача моделювання аеродинаміки високошвидкісного наземного транспортного засобу. Для опису течії навколо транспортного засобу використано осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. Для замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса застосовано двопараметричну модель турбулентності SST Ментера. Модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності, але за обчислювальною простотою і витратам поступається моделям з одним рівнянням. Розроблено методичку, алгоритм розв'язування задачі, та програмне забезпечення. Для числового інтегрування системи диференціальних рівнянь використано скінченно-об'ємний метод. Задача розв'язувалася в багатоблочній постановці. Проведено тестування розробленої методички на стандартних задачах аеродинаміки.

Виконано числове моделювання аеродинамічних характеристик високошвидкісного наземного транспортного засобу. Всі розрахунки проводилися для числа Рейнольдса $Re=3,8 \cdot 10^6$ та числа Маха $M=0,15$. Числове моделювання проводилися на гексаедральній багатоблоковій сітці, що складалася з 3,3 млн. вузлів. Досліджено вплив просторового положення корпусу високошвидкісного наземного транспортного засобу відносно шляхової структури на аеродинамічні характеристики. Проведені дослідження показали, що величина куту встановлення транспортного засобу відносно шляхової структури істотно змінює його аеродинамічні характеристики. Подальший аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають значний вплив на динаміку руху високошвидкісного транспортного засобу. Таким чином для забезпечення потрібних параметрів динаміки руху високошвидкісного наземного транспортного засобу необхідно ураховувати його аеродинамічні характеристики.

Ключові слова: аеродинаміка транспортних апаратів; числове моделювання; рівняння Нав'є-Стокса; моделі турбулентності.

А.В. СОХАЦКИЙ

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

Университет таможенного дела и финансов

М.С. АРСЕНЮК

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА НА ЕГО АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Рассмотрена проблема моделирования аэродинамики высокоскоростного наземного транспортного средства. Математическое моделирование аэродинамики транспортных аппаратов является достаточно сложной и актуальной задачей. На сегодня наиболее совершенные математические модели аэродинамики построены на физических свойствах вязкого сжимаемого газа и основываются на уравнениях Навье-Стокса. Реальные течения вокруг транспортных аппаратов являются турбулентными. На сегодняшний день в вычислительной аэродинамике отсутствуют универсальные математические модели турбулентности. Расчет таких течений остается одной из наиболее сложных проблем. Надежное предвидение характеристик турбулентных потоков, относится к исключительно важной научной проблеме и связано со сложностью и недостаточным изучением турбулентности как физического явления. Целью работы является построение математической модели, численного метода, алгоритма решения задачи и создания программного обеспечения для исследования аэродинамических характеристик высокоскоростного наземного транспортного средства типа Maglev.

В статье рассматривается задача моделирования аэродинамики высокоскоростного наземного транспортного средства. Для описания течения вокруг транспортного средства использовано осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Для замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса применена двухпараметрическая модель турбулентности SST Ментера. Модель SST по качеству превосходит ряд других моделей турбулентности, но по вычислительной простоте и расходам уступает моделям с одним уравнением. Разработана методика, алгоритм решения задачи, и программное обеспечение. Для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений использован конечно-объемный метод. Задача решалась в многоблочной постановке. Проведено тестирование разработанной методики на стандартных задачах аэродинамики.

Выполнено численное моделирование аэродинамических характеристик высокоскоростного наземного транспортного средства. Все расчеты проводились для числа Рейнольдса $Re = 3,8 \cdot 10^6$ и числа Маха $M = 0,15$. Численное моделирование проводилось на гексаэдральной многоблочной сетке, состоящей из 3,3 млн. узлов. Исследовано влияние пространственного положения корпуса высокоскоростного наземного транспортного средства относительно дорожной структуры на аэродинамические характеристики. Проведенные исследования показали, что величина угла установления транспортного средства относительно дорожной структуры существенно изменяет его аэродинамические характеристики. Дальнейший анализ теоретических и практических исследований показывает, что аэродинамические характеристики имеют значительное влияние на динамику движения высокоскоростного транспортного средства. Таким образом для обеспечения требуемых параметров динамики движения высокоскоростного наземного

транспортного средства необходимо учитывать его аэродинамические характеристики.

Ключевые слова: аэродинамика транспортных аппаратов; численное моделирование; уравнения Навье-Стокса; модели турбулентности.

A.V. SOKHATSKY

Institute of transport systems and technologies of National academy of sciences of Ukraine
University of customs and finances

M.S. ARSENIUK

Institute of transport systems and technologies of National academy of sciences of Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF THE SPATIAL POSITION OF A HIGH-SPEED GROUND VEHICLE ON ITS AERODYNAMIC CHARACTERISTICS

The problem of modeling the aerodynamics of a high-speed ground vehicle is considered. Mathematical modeling of the aerodynamics of transport vehicles is a rather complex and urgent task. Today, the most advanced mathematical models of aerodynamics are based on the physical properties of a viscous compressible gas and are based on the Navier-Stokes equations. Real currents around transport vehicles are turbulent. To date, there are no universal mathematical models of turbulence in computational aerodynamics. Calculation of such flows remains one of the most difficult problems. Reliable prediction of the characteristics of turbulent flows is an extremely important scientific problem and is associated with the complexity and insufficient study of turbulence as a physical phenomenon. The aim of this work is to build a mathematical model, a numerical method, an algorithm for solving the problem and creating software for studying the aerodynamic characteristics of a high-speed land vehicle of the Maglev type.

The article deals with the problem of modeling the aerodynamics of a high-speed ground vehicle. To describe the flow around the vehicle, the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are used. To close the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, Menter's two-parameter SST turbulence model is used.

The SST model is superior in quality to a number of other turbulence models, but is inferior to models with one equation in terms of computational simplicity and cost.

A methodology, an algorithm for solving the problem, and software have been developed. For the numerical integration of the system of differential equations, a finite-volume method was used. The problem was solved in a multi-unit setting. The developed technique was tested on standard aerodynamic problems.

Numerical modeling of the aerodynamic characteristics of a high-speed ground vehicle has been performed. All measurements were carried out for the Reynolds number $Re = 3.8 \cdot 10^6$ and the Mach number $M = 0.15$. The numerical modeling was carried out on a hexahedral many blocks computational grid, which was stored at 3.3 million universities. The influence of the spatial position of the hull of a high-speed ground vehicle relative to the road structure on aerodynamic characteristics has been investigated. The studies carried out have shown that the value of the angle of installation of the vehicle relative to the road structure significantly changes its aerodynamic characteristics. Further analysis of theoretical and practical research shows that aerodynamic characteristics have a significant impact on the dynamics of a high-speed vehicle. Thus, to ensure the required parameters of the dynamics of the high-speed ground vehicle, it is necessary to take into account its aerodynamic characteristics.

Keywords: aerodynamics of transport vehicles; numerical modeling; CFD; Reynolds averaged Navier-Stokes equations; turbulence models.

Постановка проблеми

Математичне моделювання аеродинаміки транспортних апаратів є доволі складною та актуальною задачею. На сьогодні найбільш досконалі математичні моделі аеродинаміки побудовані на фізичних властивостях в'язкого стисливого газу та ґрунтуються на рівняннях Нав'є-Стокса. Правомірність їх використання підтверджується багаточисельними дослідженнями. Складності додає той факт, що реальні течії є турбулентними. Розрахунок турбулентних течій і на теперішній час залишається однією з найбільш складних проблем, а надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, що представляють практичний інтерес, як і раніше є швидше виключенням, ніж правилом, що пояснюється винятковою складністю турбулентності як фізичного явища [1–2].

Специфічна особливість турбулентності полягає в тому, що, на відміну від багатьох інших фізичних явищ, для опису яких строгі математичні моделі відсутні, турбулентні течії, згідно з сучасним рівнем знань, описуються класичним рівнянням Нав'є-Стокса, і в цьому сенсі проблема моделювання турбулентності може вважатися давно вирішеною [1–2].

Проте, не дивлячись на величезний прогрес обчислювальної техніки, досягнутий в останні десятиліття, її можливості все ще далеко не достатні для розв'язування цих рівнянь. Вважається що для високих чисел Рейнольдса, які представляють практичний інтерес навіть за найоптимістичнішими прогнозами проблеми моделювання турбулентності залишатимуться такими принаймні аж до кінця XXI століття [1–2].

Розвиток аеродинаміки має більш ніж вікову історію. Проте математичне моделювання турбулентних течій і на сьогодні залишається виключно актуальною проблемою, хоча і спостерігається швидкий розвиток теоретичної та обчислювальної аеродинаміки.

В роботі розглядаються проблеми моделювання аеродинаміки транспортних апаратів на основі моделей в'язкої рідини з використанням осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса.

Мета дослідження

Реальні течії навколо транспортного засобу є виключно турбулентними. Їх математичне моделювання і на сьогодні залишається складною проблемою обчислювальної аеродинаміки. Тому розробка математичних моделей аеродинамічних процесів є актуальним та важливим завданням. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних процесів турбулентних течій навколо високошвидкісного наземного транспортного засобу (ВШНТЗ) типу Maglev.

Викладення основного матеріалу дослідження

Математична модель та методика розв'язування задачі. Для розв'язування задачі з визначення аеродинамічних характеристик транспортного засобу типу Maglev обрано модель течії в'язкого стисливого газу, що описується осередненими за Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса. Розрахункова область навколо транспортного апарата є складною, тому доцільно використовувати багатоблоковий підхід та криволінійну систему координат. Система рівнянь Нав'є-Стокса осереднена за Рейнольдсом для довільної криволінійної системи координат запишеться

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{H}, \quad (1)$$

де \hat{Q} – вектор невідомих змінних; $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ – вектори нев'язких потоків; $\hat{E}_V = \xi_x E_V + \xi_y F_V + \xi_z G_V$, $\hat{F}_V = \eta_x E_V + \eta_y F_V + \eta_z G_V$, $\hat{G}_V = \zeta_x E_V + \zeta_y F_V + \zeta_z G_V$ – вектори в'язких потоків; $\hat{H} = 1/jH$ – вектор джерельних членів.

Вектори $\hat{Q}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{G}, E_V, F_V, G_V$ визначаються наступними співвідношеннями:

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}, \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (E_t + p)U - \xi_i p \end{bmatrix}, \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (E_t + p)V - \eta_i p \end{bmatrix}, \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (E_t + p)W - \zeta_i p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$E_V = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{bmatrix}, F_V = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{bmatrix}, G_V = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ – метричні коефіцієнти, $J = \partial(\xi, \eta, \zeta) / \partial(x, y, z)$ – якобіан перетворення координат, $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – компоненти тензора напружень та q_x, q_y, q_z – компоненти вектора теплових потоків. $E_t = \rho \left[e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right]$.

В системі рівнянь (1) n -компонентні вектори $\hat{Q}, \hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i, \hat{E}_V, \hat{F}_V, \hat{G}_V$ мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.

Для замикання системи рівнянь (1) використано модель турбулентності SST (Shear Stress Transport) Ментера [4]. В загальному вигляді ця система рівнянь запишеться

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - Y_k, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega,$$

де G_ω , – генерація дисипації кінетичної турбулентності ω на одиницю k ; Y_k – дисипація кінетичної енергії турбулентності; Y_ω – дисипація кінетичної турбулентності ω ; $\Gamma_k = \mu + \mu_t / \sigma_k$; $\Gamma_\omega = \mu + \mu_t / \sigma_\omega$; D_ω , – перехресний дифузійний член.

Модель турбулентності SST є комбінацією $k-\varepsilon$ і $k-\omega$ моделей турбулентності. Для розрахунку течії у вільному потоці використовуються рівняння $k-\varepsilon$ моделі, а в області поблизу стінок – рівняння $k-\omega$ моделі. Вимоги до щільності сітки тут ті ж, що і у $k-\omega$ моделі і низькорейнольдсової $k-\varepsilon$ моделі. Ця модель турбулентності

позбавлена ряду недоліків початкових $k-\varepsilon$ і $k-\omega$ моделей. Вважається, що модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності. Проте за обчислювальною простотою і витратам вона поступається моделям з одним рівнянням [1–5].

Числовий метод. Для числового розв'язування системи рівнянь (3) використано метод контрольного об'єму. Основні засади методу контрольного об'єму (МКО) полягають в тому, що розглядаються класичні рівняння балансу деякої величини Q в контрольному об'ємі V , обмеженому поверхнею $S = \sum S_k$ з зовнішньою нормаллю n . Інтегруючи рівняння (1) по контрольному об'єму, отримуємо

$$\iiint_{\Delta V} \left[\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} - H \right] dV = 0. \quad (5)$$

Застосовуючи до рівняння (5) теорему про середнє значення функції і теорему Остроградського-Гаусса, отримуємо:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta V} \iint_S [(\hat{E} - \hat{E}_v)n_x + (\hat{F} - \hat{F}_v)n_y + (\hat{G} - \hat{G}_v)n_z] dS + \tilde{H}, \quad (6)$$

де S – поверхня навколо контрольного об'єму ΔV ; \vec{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні S .

Верхній знак $[\sim]$ означає середнє значення шуканої функції за об'ємом:

$$\tilde{f} = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} f dV. \quad (7)$$

Отримана система алгебраїчних рівнянь розв'язувалася методом Гаусса-Зейделя. Розроблена методика, алгоритм та програмне забезпечення тестувалося на ряді стандартних задач.

Для математичного моделювання впливу просторового положення високошвидкісного наземного транспортного засобу на його аеродинамічні характеристики було обрано модель транспортного засобу типу Maglev (рис.3) [3]. Досліджувався вплив просторового положення високошвидкісного наземного транспортного засобу в без крилевого варіанті на його аеродинамічні характеристики. Геометричні розміри корпусу моделі ВШНТЗ складалі: довжина – 1400 мм, висота – 110 мм, ширина – 150 мм (рис. 1) [3].

В серії розрахунків відстань від днища корпусу ВШНТЗ в крайній задній точці до шляхової структури складала 0,013 висоти корпусу ВШНТЗ. Кут установки корпусу ВШНТ змінювався в межах від 0 до 2,5° (рис. 2).

Розрахункова сітка розбита на ряд блоків, де центральний блок О-типа розміщується навколо корпусу транспортного засобу. Уся сітка складається з 23 блоків. Із них шість блоків навколо тіла (О-сітка), шість спереду, шість з заду і п'ять з боків центрального О-блока. Це дозволяє вільно змінювати відстань до зовнішньої межі розрахункової області і кількість вузлів у блоках без впливу на геометрію внутрішніх блоків біля корпусу транспортного засобу.



Рис. 1. Фото моделі високошвидкісного наземного транспортного апарату в крилевій компоновці з від'ємною V-подібністю крила [3].

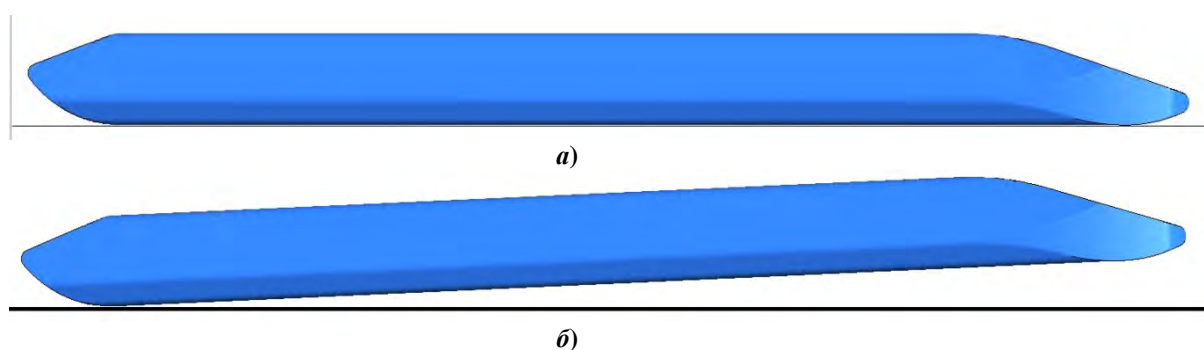


Рис. 2. Схема розміщення корпусу ВШНТЗ над шляховою структурою при зміні кута установки: а- $\alpha = 0^\circ$; б- $\alpha = 2,5^\circ$.

Всі розрахунки проводилися для числа Рейнольдса $Re=3,8 \cdot 10^6$ та числа Маха $M=0,15$. Числове моделювання проводилися на гексадральній багатоблочній сітці, що складалася з 3,3 млн. вузлів (рис. 3).

Мінімальний крок сітки складав $2,5 \cdot 10^{-6}$ довжини корпусу. Середня товщина в'язкого підшару по корпусу складала $y^+=0,88$.

На рис.4 представлені залежності аеродинамічних коефіцієнтів C_x , C_y , m_z від кута встановлення транспортного засобу відносно шляхової структури. Видно, що при зростанні кута встановлення до значення $\alpha = 0,1$ коефіцієнт лобового опору C_x спадає. Зі збільшенням кута після значення $\alpha = 0,1$ коефіцієнт лобового опору C_x починає зростати на усьому дослідженому проміжку зі значення 0,302 до 0,318. Аналогічні особливості спостерігаються і для зміни коефіцієнта підйімальної сили C_y . Мінімальне значення коефіцієнта C_y спостерігається при значенні кута установки $0,05^\circ$. Після значень кута установки $\alpha = 0,05^\circ$ спостерігається зростання значень коефіцієнта C_y . При цьому негативні значення коефіцієнта C_y спостерігаються при кутах установки від 0 до $0,7$, а при великих кутах установки він стає позитивним.

Значення коефіцієнта моменту m_z в усьому дослідженому діапазоні кутів установки були від'ємними. Максимальне значення m_z спостерігається при куті встановлення $\alpha = 0,025^\circ$. Із зростанням кута встановлення понад $\alpha = 0,025^\circ$ значення коефіцієнта m_z спадає.

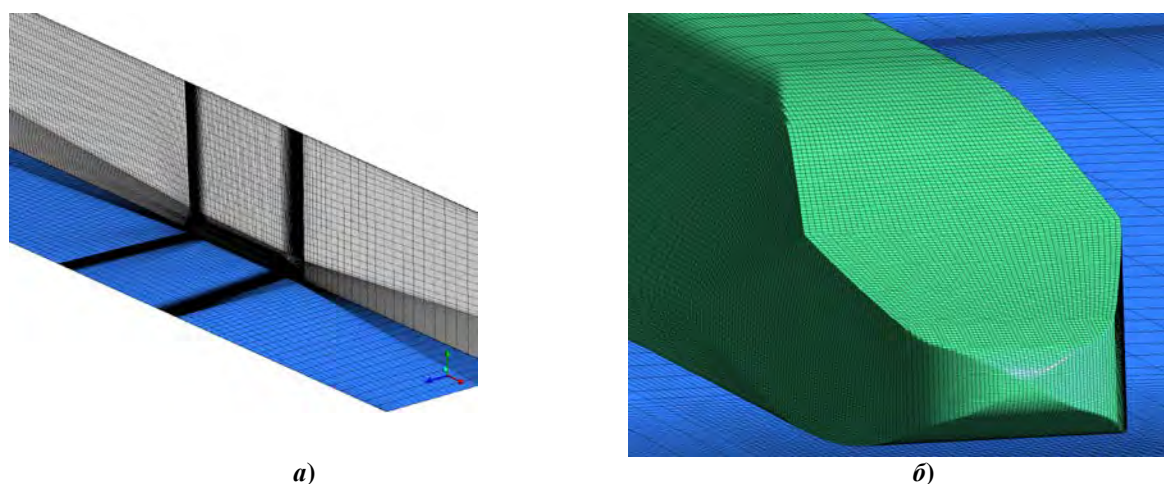


Рис. 3. Розрахункова сітка навколо ВШНТЗ:
a – загальний вигляд розрахункової сітки, ***б*** – розрахункова сітка поблизу носової частини.

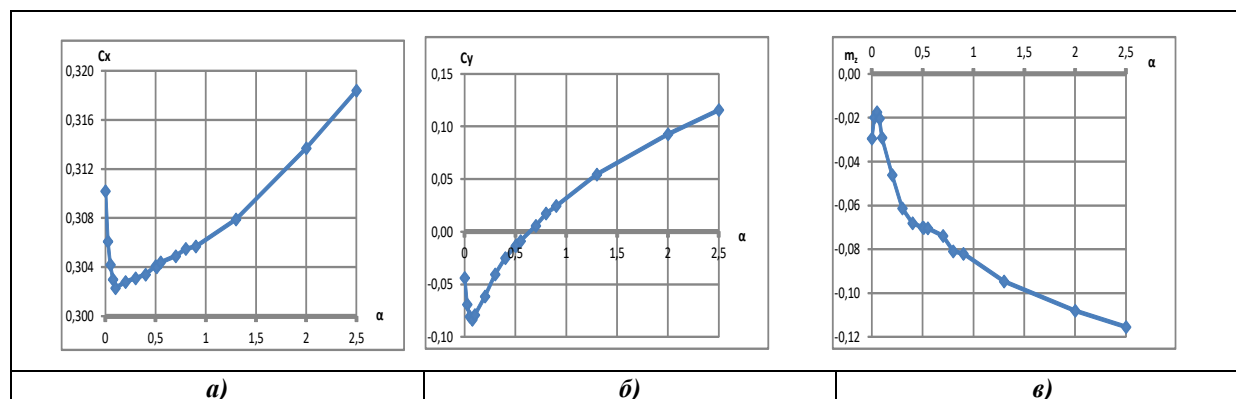


Рис. 4. Вплив куту встановлення на аеродинамічні коефіцієнти:
a – залежність коефіцієнта лобового опору C_x від куту встановлення,
б – залежність коефіцієнта підйимальної сили C_y від куту встановлення,
в – залежність коефіцієнта моменту тангажу m_z від куту встановлення.

Висновки

Побудовано математичну модель обтікання транспортного засобу турбулентним потоком. Розроблено числову методику розв’язування задачі, алгоритми та програмне забезпечення моделювання течії в’язкого стисливого газу на основі розв’язування осереднених за Рейнольдом рівнянь Нав’є-Стокса. Проведені дослідження показали, що величина куту встановлення транспортного засобу відносно шляхової структури істотно змінює його аеродинамічні характеристики. Аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають значний вплив на динаміку руху високошвидкісного транспортного засобу. Таким чином для забезпечення потрібних параметрів стійкості високошвидкісного наземного транспортного засобу необхідно урахувати його аеродинамічні характеристики. В подальших дослідженнях передбачається розв’язувати зв’язану задачу динаміки та аеродинаміки транспортного засобу.

Список використаної літератури

1. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 368 с.

2. Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Травин А. К., Шур М. Л. Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб. Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.
3. Сохацький А. В. Теоретичні основи створення аеродинамічних компонентів перспективних швидкісних транспортних апаратів: автореф. дис. д-ра техн. наук. Київ, 2010. 39 с.
4. Menter F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*. 1994. Vol. 32. Issue 8. P. 1598–1605.
5. Spalart P. R., Allmaras S. R. A One-Equations Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA paper*. 1992. Vol. 0439. 21 p.

References

1. Volkov, K. N., & Emelyanov V. N. (2008). Modelirovaniye krupnyih vihrey v raschetah turbulentnyih techeniy. M.: Fizmatlit.
2. Garbaruk, A. V., Strelets M. H., Travin A. K., & Shur M. L. (2016). Sovremennyye podhodyi k modelirovaniyu turbulentnosti . SPb. Izd-vo Politehn. un-ta.
3. Sohatskiy, A. V. (2010). Teoretichni osnovi stvorenyya aerodinamichnih komponuvan perspektivnih shvidkisnih transportnih aparativ (Doctor of Engineering Science Thesis). Kyiv: National Aviation University.
4. Menter F. R. (1994). Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*. **32**, 8, 1598–1605.
5. Spalart P. R., & Allmaras S. R. (1992). A One-Equations Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA paper*. **0439**, 21 p.

Сохацький Анатолій Валентинович – д.т.н., професор, завідувач кафедри транспортних систем та технологій Університету митної справи та фінансів, провідний науковий співробітник Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України, e-mail: Sokhatsky_anatoly@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3593-6517.

Арсенюк Михайло Сергійович – провідний інженер Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України, e-mail: ars_mix@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7805-1372.