УДК 681.5.015.2

В.А. Тимофеев

СИНТЕЗ СУПРЕМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ЗАДАЮЩЕГО СИГНАЛА

Введение

Проблема синтеза эффективных систем управления реальными объектами требует для своего решения значительного объема информации как о самих объектах, так и об условиях их функционирования. Так как синтезируемые регуляторы используют ту или иную модель объекта, качество управления существенно зависит от адекватности модели реальному объекту. Отсутствие достаточно полной априорной информации усложняет процесс получения модели и приводит, как правило, к получению неэффективных алгоритмов управления. В этих условиях целесообразным представляется применение подхода, основанного на критическом управлении, для реализации которого необходима информация лишь об уровне помех и допустимых границах изменения характеристик объекта v (выходного сигнала объекта, ошибки управления и т.д.) [1-4]. При этом задача критической системы управления состоит в поддержании выходных сигналов объекта в заданных границах независимо от уровня помех.

В работе [4] рассматривалась задача управления объектом, модель которого имеет вид

$$Ay(k) = q^{-d}Bu(k) + Cw(k), \tag{1}$$

где A, B, C - полиномы

$$A = 1 + a_1q^{-1} + ... + b_nq^{-n},$$
$$B = b_0 + b_1q^{-1} + ... + b_mq^{-m},$$
$$C = 1 + c_1q^{-1} + ... + c_lq^{-l},$$

а $y(k), u(k), w(k)$ – выходной, входной и возмущающий сигналы соответственно в дискретный момент времени k ; $d \geq 1$ – время чистого запаздывания в канале управления; q^{-1} – оператор сдвига назад; n, m и l – порядки полиномов A, B и C соответственно.

Соответствующая замкнутая система $S_D(P, C)$ приведена на рис 1.

На рисунке обозначены r – внешний задающий сигнал, w – возмущение, u – управляющий сигнал; y – выход объекта управления; $P : (u, w) \to y$ – описание объекта; $C : (r, y) \to u$ – описание закона управления. В дальнейшем внешние входы w и r будем обозначать одним символом w , а входные сигналы y и ошибку $e = r - y$ будем рассматривать как обобщенный выход системы ϑ.

В работе [3] получен закон управления для случая, когда внешний задающий сигнал r отсутствует. В данной работе рассматривается случай, когда сигнал r задан априорно.

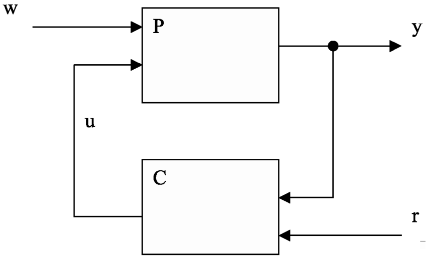

Рис. 1 – Замкнутая система $S_D(P,C)$

Постановка задачи

Рассмотрим синтез дискретного критического алгоритма управления системой $S_D(P,C)$ (см. рис. 1) с $w \in D_1 \times D_2$, где D_1 обозначает $D(m^{(1)},\delta^{(1)})$ или $D(N,m_0^{(1)},\delta_0^{(1)})$ и является пространством задающего сигнала r, а D_2 — это $D(m^{(2)},\delta^{(2)})$ или $D(N,m_0^{(2)},\delta_0^{(2)})$ и задает пространство возмущений ω по критерию

$$J_D(C) = sup\left\{|e(k,\varpi,C)| : k \in N, \varpi \in D_1 \times D_2 \ \right\}, \tag{2}$$

где входной вектор ϖ включает в себя как внешний задающий сигнал r , так и собственно возмущение ω.

Пусть $S_D(P,C)$ имеет вид

$$A(q)y(k) = q^{-d}B(q)u(k) + \omega(k). \tag{3}$$

Упрощая описание (3) до $ARMAX$-модели $(\omega = 0)$, т.е.

$$A(q)y(k) = q^{-d}B(q)u(k), \tag{4}$$

получим более простую форму критерия оптимизации (2)

$$J_{DC}(C) = sup\left\{|e(k,r,c)| : k \in N, r \in D_1\right\}. \tag{5}$$

По аналогии с [4], введем для (5) вспомогательную функцию

$$Q_C(k) = \begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{d-1} \gamma_i^0, 0 \le k < d-1, \\ 1, k \ge d-1. \end{cases} \tag{6}$$

Несложно видеть, что при $\omega = 0$

$$y(k+d) = \xi(k),$$

после чего, вычитая $r(k+d)$ из обеих частей последнего выражения, получаем

$$y(k+d) - r(k+d) = \xi(k) - r(k+d) = \xi(k) - r(k) - (r(k+d) - r(k)).$$

Ошибка управления может быть представлена в виде

$$e(k+d) = r(k+d) - y(k+d) = r(k) - \xi(k) + (r(k+d) - r(k)).$$

Преобразование (4) к форме d-шагового упредителя приводит к получению следующего соотношения [4]:

$$\begin{cases} y(k+d) = \xi(k) + \Delta F(q) w(k+d), \\ \xi(k) = E(q) y(k) + \Delta F(q) B(q) u(k), \end{cases} \tag{7}$$

где E — заданное ограничение характеристики объекта управления.

Это позволяет записать супремальный закон управления C_0, минимизирующий критерий $J_{DC}(C)$, в форме

$$\Delta F(q^0) B(q^0) u(k) = r(k) - E(q) y(k), \tag{8}$$

обеспечивающей

$$J_{DC}(C_0) = \begin{cases} Q_C(m^{(1)})\delta^{(1)}, D_1 = D(m^{(1)}, \delta^{(1)}), \\ \sum\limits_{i=1}^{N} Q_C(m_{0i}^{(1)})\delta_{0i}^{(1)}, D_1 = D(N^{(1)}, m_0^{(1)}, \delta_0^{(1)}). \end{cases} \tag{9}$$

и ошибку

$$e(k, r, C_0) = r(k) - r(k-d).$$

Несложно заметить, что супремальный алгоритм (8) может быть получен с помощью выкладок приведенных в [3], если положить $\xi(k) = r(k)$.

Положим теперь, что в системе управления присутствуют и внешний задающий сигнал и возмущения, т.е. $\varpi \in D_1 \times D_2$. Можно утверждать, что и в этой ситуации супремальный закон C_0 (8) минимизирует $J_D(C)$ и приводит к его значению

$$J_D(C_0) = J_{DC}(C_0)|_{D_1} + J_{DR}(C_R)|_{D_2},$$

и соответствующей минимальной ошибке

$$e(k, \varpi, C_0) = \sum_{i=1}^{d} \Delta q^{-i}(r(k) - f_{d-i}\omega(k)),$$

где $(*)|_{D_j} (j = 1, 2)$ означает, что оценка производится во входных пространствах D_j, а $J_{DC}(C_0)$ задается соотношением (9); $J_{DR}(C_R)$ определяется следующим образом [4]

$$J_{DR}(C_R) = \begin{cases} Q_R(m)\delta,\ D = D(m, \delta), \\ \sum\limits_{i=1}^{N} Q_R(m_{0i})\delta_{0i},\ D = D(N, m_0, \delta_0). \end{cases}$$

Данное утверждение может быть получено из очевидных соотношений:

$$e(k, \varpi, c) = r(k) - \xi(k) + (r(k+d) - r(k)) - \Delta F(q)\omega(k+d), \tag{10}$$

$$sup\,\{|r(k+d) - r(k)| : k \in N, r \in D_1\} \leq J_{DC}(C_0)|_{D_1},$$

$$sup\,\{|\Delta F(q)\omega(k+d)| : k \in N, \omega \in D_2\} \leq J_{DR}(C_R)|_{D_2},$$

откуда с учетом (2) и (10) следует

$$J_D(C_0) \leq sup\,\{|r(k) - \xi(k)| : k \in N\} + J_{DC}(C_0)|_{D_1} + J_{DR}(C_R)|_{D_2}.$$

Аналогично предыдущему можно найти такие $r^* \in D_1$ и $\omega^* \in D_2$, что

$$r^*(k+d) - r^*(k) = J_{DC}(C_0)|_{D_1} \tag{11}$$

 ISSN 1562-9945

и

$$-\Delta F(q^{-1})\omega^*(k+d) = J_{DR}(C_R)|_{D_2}. \qquad (12)$$

Поскольку закон управления (8) подразумевает $\xi(k) = r(k)$, из (11) и (12) вытекает

$$e(k,\varpi^*,C_0) = J_{DC}(C_0)|_{D_1} + J_{DR}(C_R)|_{D_2}.$$

Отсюда следует, что

$$J_D(C_0) = J_{DC}(C_0)|_{D_1} + J_{DR}(C_R)|_{D_2},$$

а подстановка $\xi(k) = r(k)$ в (10) приводит к оценке

$$e(k,\varpi,C_0) = r(k) - r(k-d) - \Delta F(q)\omega(k) = \sum_{i=1}^{d} \Delta q^{-i}(r(k) - f_{d-i}\omega(k)).$$

Анализ устойчивости супремальных алгоритмов

Рассмотрим вопрос устойчивости замкнутой супремальной системы управления. для получения супремального регулятора можно записать уравнение

$$\begin{aligned}
e(k) = {} & \frac{-\Delta F(q)B(q)A^{-1}(q)}{\Delta B(q)F(q)+E(q)B(q)q^{-d}A^{-1}(q)}\omega(k) - \\
& - \frac{B(q)q^{-d}A^{-1}(q)-\Delta B(q)F(q)-E(q)B(q)q^{-d}A^{-1}(q)}{\Delta B(q)F(q)+E(q)B(q)q^{-d}A^{-1}(q)}r(k) = \\
& = \frac{-\Delta B(q)F(q)}{\Delta F(q)A(q)B(q)+E(q)B(q)q^{-d}}\omega(k) - \\
& - \frac{B(q)q^{-d}-\Delta F(q)A(q)B(q)-E(q)B(q)q^{-d}}{\Delta F(q)A(q)B(q)+E(q)B(q)q^{-d}},
\end{aligned}$$

которое с учетом того, что $\Delta A(q)F(q) + q^{-d}E(q) = 1$, как показано в[4]

$$e(k) = \frac{B(q)}{B(q)}((q - q^{-d})r(k) - \Delta F(q)\omega(k)). \qquad (13)$$

Отсюда следует характеристическое уравнение

$$B(q) = 0.$$

Если корни полинома $B(q)$ лежат внутри единичного круга, то замкнутая система устойчива и полином $B(q)$ в выражении(13) может быть сокращен так, что система управления всегда устойчива.

$$e(k) = (1 - q^{-d})r(k) - \Delta F(q)\omega(k).$$

Таким образом, в случае минимально – фазового объекта замкнутая система всегда устойчива.

Пример.

Работу введенного алгоритма рассмотрим на примере управления объектом

$$\begin{aligned}
& y(k) + 0,5y(k-1) + 0,1y(k-2) = \\
& = u(k-3) + 0,8u(k-4) + \omega(k)
\end{aligned},$$

задающий сигнал и возмущения которого описываются с помощью соотношений

$$r(k+1) = r(k) + \begin{cases} 0,03, k \in [0,200) \\ 0+0,02 sign(\alpha(k)), k \in [200,800) \\ -0,03, k \in [800,\infty) \end{cases},$$

$$\omega(k+1) = \omega(k) + 0,08 sign(\beta(k)),$$

где $\alpha(k)$ и $\beta(k)$ — случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Супремальный алгоритм управления (5.48) в этом случае принимает вид

$$\begin{aligned} u(k) = r(k) - 0,625y(k) - 0,31y(k-1)- \\ -0,065y(k-2) - 0,3u(k-1)+ \\ +0,25u(k-2) + 0,53u(k-3) + 0,52u(k-4) \end{aligned}$$

с

$$F(q) = 1 + 0,5q^{-1} + 0,65q^{-2};$$

$$J_{DC}(C_0) = 0,15 \quad ;$$

$$J_{DR}(C_R) = 0,172 \text{ и } J_D(C_0) = 0,322.$$

Выводы

Предложенный метод, являющийся обобщением метода, разработанного в [4], обеспечивает получение робасных к помехам законов управления стохастическими объектами, динамика которых описывается уравнениями вида (1).

Литература

1. Zakian V. Critical systems and tolerable input //Int. J. Control. 1989. -49.N4.-p.1285-1289.
2. Whidborne J.F., Liu G.P. Critical Control Systems. –N.Y.: John Wiley & Sons inc. 1993. -187p.
3. Clarke D.W., Mohtadi C., Tuffs P.S. Generalized predictive control – Part 1. The basic algorithm // Automatica, 1987. 22. –N2. –P.137-148.
4. Бондаренко М.Ф., Тимофеев В.А. Синтез супремального алгоритма управления динамическим объектом. Прикладная радиоэлектроника. №1, 2003.

Получено: 29.09.2002

 ISSN 1562-9945