

НОНІУСНО - КОРЕЛЯЦІЙНИЙ МЕТОД КОНТРОЛЮ ВІБРАЦІЙ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Вступ

Велика кількість об'єктів потребує своєчасного виявлення і контролю рівня і частоти вібрацій. Виникають вібрації внаслідок поступового руйнування підшипників, в яких обертається вал масивної конструкції. Це можуть бути багатокоштовні і небезпечні, у випадку руйнування, механічні чи енергетичні апарати, будівельні конструкції та інше. Не завжди зручно і дешево для контролю цих коливань мати стаціонарні первинні перетворювачі, які б безпосередньо виміряли вібрації в відповідних елементах апарату. Тому залишається актуальною розробка універсальних приладів непрямого виявлення і ідентифікації параметрів вібрацій по шумовим сигналам, з датчиків, які зручно встановлюються прямо на корпусі контролюємого агрегату, а також по іншим легко вимірним але непрямым показникам вібрацій. Своєчасне виявлення вібрацій дозволить запобігти аварії, суттєво зменшити витрати на ремонт контролюємого об'єкту. Щоб забезпечити своєчасність, необхідно мати алгоритм, що дозволяє виявити вібрації із їх суміші з випадковим процесом за умови значних співвідношень “випадковий шум – періодичний сигнал”.

Ноніусний інверсно-кореляційний метод

Інверсно-кореляційною є функція взаємкореляції процесу $y(t)$ з його дзеркальним відображенням $\bar{y}(t) = y(-t)$. Якщо для суміші

$$y(t) = x(t) + z(t), \tag{1}$$

де $x(t)$ – періодичний, а $z(t)$ – випадковий сигнали, знайти інверсно-кореляційну функцію $R_{y\bar{y}}(\tau)$, то, навідміну від автокореляційної функції $R_{yy}(\tau)$, за умови, що випадкова складова $z(t)$ має затухаючу зі збільшенням зсуву τ кореляційну функцію $R_{zz}(\tau)$, при довжині T вибірок, інверсно-кореляційна функція буде мати математичне очікування $M\{R_{y\bar{y}}(\tau)\}$ таке ж, як і чистий сигнал $x(t)$:

$$M\{R_{y\bar{y}}(\tau)\} = M\{R_{x\bar{x}}(\tau)\} + M\{R_{z\bar{z}}(\tau)\} = M\{R_{x\bar{x}}(\tau)\}, \tag{2}$$

тому що $M\{R_{z\bar{z}}(\tau)\} = 0, \tau \in [0, \infty)$.

Наприклад, якщо $R_{zz}(\tau) = \sigma_z^2 \cdot \exp(-\gamma|\tau|), T \gg \tau, \gamma T \gg 1$, то

$$M\{R_{zz}(\tau, T)\} = \frac{\sigma_z^2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \exp(-\gamma|\tau|) dt = \frac{\sigma_z^2}{2T\gamma} [2 - \exp(-\gamma(T - \tau)) - \exp(-\gamma T)].$$

© В.М. Кулій, А.М. Сільвестров, О.В. Шефер, 2002

Якщо

$$x(t) = x_m \cos(\omega_c t + \varphi), \quad (3)$$

де x_m – амплітуда вібрацій, $\omega_c = 2\pi f_c$, f_c – частота вібрацій, φ – початкова фаза, то $x(-t)$ має початкову фазу $\pi - \varphi$, а

$$R_{y\bar{y}}(\tau) = Rx\bar{x}(\tau) = 0, 5x_m^2 \cos(\omega_c \tau - 2\varphi). \quad (4)$$

Тобто по $R_{yy}(\tau)$ можна визначити амплітуду x_m , частоту ω_c і початкову фазу φ_c сигналу вібрацій. Можна показати, що дисперсія $R_{y\bar{y}}(\tau)$ за умови, що $T \geq 10\tau$ співпадає з дисперсією $R_{y\bar{y}}(\tau)$.

Ноніусний метод використання інверсно-кореляційних функцій – це рекурентний процес:

$$R^{(n+1)}(\tau) \begin{cases} \frac{1}{T+\tau} \int_0^{T+\tau} \bar{R}^{(n)}(t) \cdot \bar{R}^{(n)}(-t-\tau) dt, & -\frac{T}{2}\tau \leq 0, \\ \frac{1}{T-\tau} \int_{\tau}^T \bar{R}^{(n)}(t) \cdot \bar{R}^{(n)}(-t-\tau) dt, & 0 < \tau < \frac{T}{2}; \end{cases} \quad (5)$$

де $\bar{R}^{(n)}(\tau)$ – центрована інверсно-кореляційна функція:

$$\bar{R}^{(n)}(\tau) = \frac{1}{2T_1 + 1} \int_{\tau-T_1}^{\tau+T_1} R^{(n)}(\tau) d\tau - \frac{1}{2T_2} \int_{\tau-T_2}^{\tau+T_2} R^{(n)}(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Тут n – номер ітерації, T – інтервал часу t функції $y(t)$, τ – зсув по t , $2T_1$ – час усереднення $R^{(n)}(\tau)$ суттєво менший, а $2T_2$ – суттєво більший від можливого періоду шуканого сигналу $x(t)$; $R^{(n+1)}(\tau)$ – інверсно-кореляційна функція від центрованих $\bar{R}^{(n)}$ інверсно-кореляційних функцій, $R^{(1)}(t) = y(t)$.

Ноніусність рекурентного процесу (5) полягає в тому, що зі зростанням числа n ітерацій зростає співвідношення “корисний періодичний сигнал – кореляція від випадкового сигналу”. Як в ноніусних вимірювальних системах є канали грубого і точного виміру, так і в рекурентному процесі розрахунку кореляцій від кореляцій є результати першого, другого і т.д. наближення. Зі збільшенням номеру n ітерації перетворення (5), (6) суміші $y(t)$, а потім її кореляцій приводить до виникнення квазіперіодичних $\bar{R}^{(n)}(\tau)$ навіть якщо в $y(t)$ періодичність відсутня. Тому існує оптимальне число n перетворень (5), (6).

Критерій середньоквадратичного наближення $\bar{R}^{(n)}(\tau)$ до синусоїди $x(t)$ менш ефективний внаслідок амплітудної модуляції, що виникає в рекурентному процесі (5), (6). Для кращого виявлення присутності періодичної складової $x(t)$ в суміші $y(k)$ використаємо частотний критерій:

$$I(x) = \left[\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left(\frac{T_j}{T_c} - 1 \right)^2 \right]^{1/2}, \quad T_c = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m T_j, \quad (7)$$

де m – кількість інтервалів T_j знаконезмінності функції (6), T_c – середнє значення інтервалів T_j .

Числовий експеримент

Структурну схему системи для дослідження наведено на рис. 1.

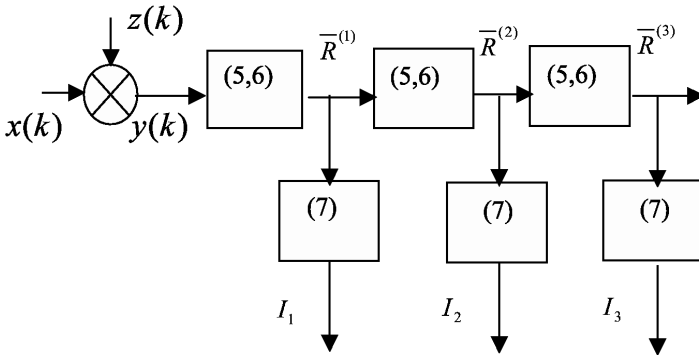


Рис. 1 – Схема трикрокового інверсно-кореляційного алгоритму.

Тут $x(k) = X_m \sin(\frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t \cdot k + \varphi_c)$, $z(k)$ – проінтегрований “білий шум”, $k = \overline{1, N}$, $N = 1450$, $\Delta t = 0,006 c$, $\varphi_c = 0$, $f_c = 3Гц$; в формулі (6) $T_1 = 0,03 c$, $T_2 = 0,45 c$. Моделювання і розрахунки зроблено для різних співвідношень X_m/σ_z . Правило, що вирішує є $x(t)$ в суміші $y(t)$ чи немає, полягає в наступному:

- система визначає порогові значення критеріїв I_k , $k = 1, 2, 3$ з експерименту, де $x(t) = 0$;
- при обробці суміші $y(t)$ було прийнято рішення, що $x(t)$ існує, якщо хоч один з критеріїв I_1, I_2, I_3 має значення менше мінімального для експерименту без $x(t)$.

В таблиці 1, як приклад, наведено значення I_k , $k = 1, 2, 3$, та середнє значення частоти $f_c = T_c^{-1}$ для десяти реалізацій проінтегрованого “білого шуму”:

Мінімальні значення $I_1 = 24$; $I_2 = 6$; $I_3 = 1, 1$.

В таблиці 2, як приклад, подано ті ж дані, але вже для суміші $y(k)$ різних значень “шум-сигнал” (ш/с):

Згідно з алгоритмом прийняття рішення про існування періодичних коливань в дев’яти з десяти реалізацій (окрім другої) було виявлено сигнал $x(t)$. Частість розпізнавання по I_1 складає лише 70%, по I_2 – 80%, тоді як по I_3 – 90%. На рис. 2а наведено частотний спектр шуму $z(t)$, на рис. 2б – суміші $y(t)$ для співвідношення “шум-сигнал” 20; На рис. 3 – фрагмент реалізації суміші $y(t)$, на рис. 4, 5, 6а,б інверсні кореляційні функції від шуму (а) та $y(t)$ – (б), першої, другої та третьої кореляції відповідно.

Табл. 1 –

№	$I_1(z)$	$I_2(z)$	$I_3(z)$	f_c
1	49	24	9,9	2,86
2	33	22	19	2,17
3	44	11	2,1	3,07
4	45	21	8,8	2,38
5	51	26	23	2,85
6	46	25	5,6	2,64
7	24	60	1,1	2,37
8	58	18	5,0	2,19
9	50	24	10	2,26
10	35	14	5,8	2,67

Табл. 2 –

№	ш/с	$Y_1(z)$	$Y_2(z)$	$Y_3(z)$	f_c
1	10	35	12	0,4	3,00
2	11	21	21	20	2,57
3	18	13	1,3	0,1	2,99
4	8	10	0,9	0,1	300
5	12	19	1,1	0,2	3,00
6	13	31	3,3	0,5	3,00
7	21	20	2,1	0,4	2,99
8	15	24	1,7	0,1	2,99
9	23	35	3,0	0,5	3,00
10	17	33	2,5	0,3	3,00

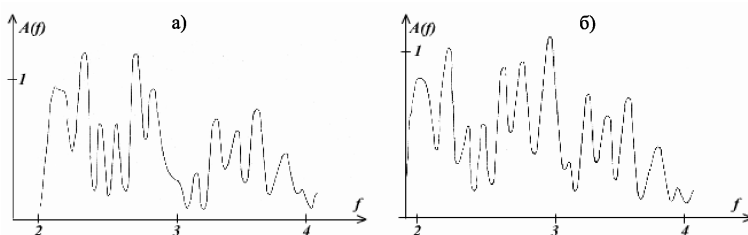


Рис. 2 – Спектри шуму (а) і суміші (б)

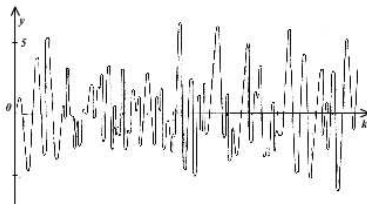


Рис. 3 – Реалізація суміші

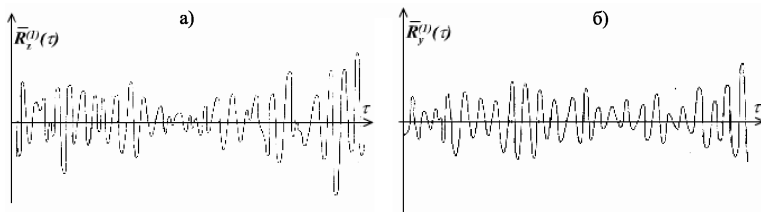


Рис. 4 – Перша інверсна кореляція від шуму (а) і суміші (б)

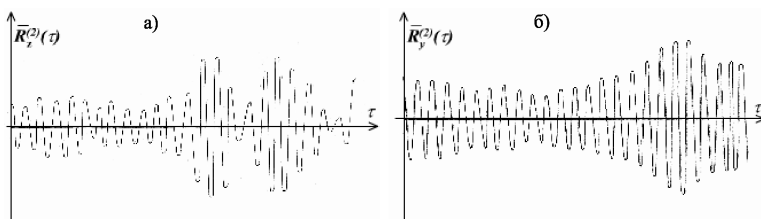


Рис. 5 – Друга інверсна кореляція від шуму (а) і суміші (б)

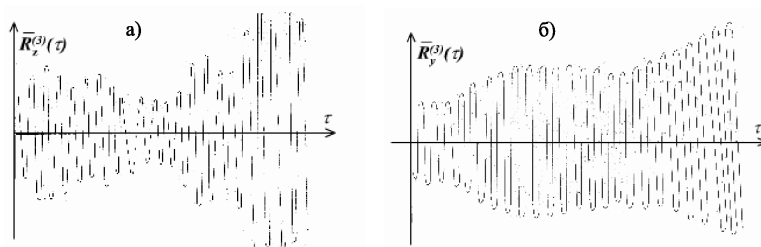


Рис. 6 – Третя інверсна кореляція від шуму (а) і суміші (б)

Висновки

Аналізуючи результати числового експерименту (табл. 1,2) та відповідні їм графіки (рис. 2-6) можна зробити такі висновки:

- ноніусний інверсно-кореляційний метод може бути з успіхом використано, як альтернативу відомому частотно пороговому [1] чи звичайному кореляційному [2] у випадку, коли треба виявити присутність і визначити параметри прихованої випадковими шумами періодичності невідомої частоти;
- найбільш інформативним критерієм виявлення періодичного сигналу є розкид (7) півперіодів центрованих інверсних кореляцій (6) другого-, третього рівня ноніусного алгоритму.

Література

1. Виленкин С.Я. Статистическая обработка результатов исследования случайных функций. М.: Энергия, 1979. – 320 с.
2. Волгин В.В., Каримов Р.Н. Оценка корреляционных функций в промышленных системах управления. М.: Энергия, 1978. – 79 с.

Получено: 12.10.2002