УДК 519.876.5

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛУМАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА К ОБОБЩЕНИЮ ОДНОЙ МОДЕЛИ БОЕВОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АРТИЛЛЕРИЙСКОГО КОМПЛЕКСА

В.Н. СУПРУН, канд. физ.-мат. наук, **А.А. ВАКАЛ**, канд. техн. наук
(Научный центр боевого применения РВ и А Сумского гос. ун-та)

Рассмотрен подход к описанию процесса боевого функционирования артиллерийского комплекса математической моделью, основанной на использовании полумарковских процессов.

Розглянуто підхід до опису процесу бойового функціонування артилерійського комплексу математичною моделлю, що базується на використанні напівмарківських процесів.

Approach to description of process of battle functioning of artillery complex using mathematical model based on the use of semi-Markov processes is considered.

Пусть процесс боевого функционирования артиллерийского комплекса (АК) описывается некоторой физической системой S, которая может пребывать в одном из следующих состояний:

S_1 — комплекс занял огневую позицию и развернулся в боевой порядок;

S_2 — комплекс готов к выполнению огневого задания (проведена топо-, метео-, баллистическая и техническая подготовка стрельбы);

S_3 — комплекс закончил выполнение огневого задания;

S_4 — комплекс оставил огневую позицию;

S_5 — комплекс утратил боеспособность.

Ориентированный граф переходов системы $S = \{S_1, S_2, \ldots, S_5\}$ из состояния в состояние представлен на рисунке.

Для определения показателей эффективности боевого функционирования АК как системы S оценим вероятность его пребывания в момент времени t в одном из состояний S_i при условии, что в начальный момент времени комплекс находился в состоянии S_j ($i, j = 1, 2, \ldots$ $\ldots, 5$). Как известно, эта задача рассмотрена в работах [1, 2], где моделирование боевого функционирования АК проводили с помощью марковского процесса с дискретным множеством состояний и непрерывным временем.

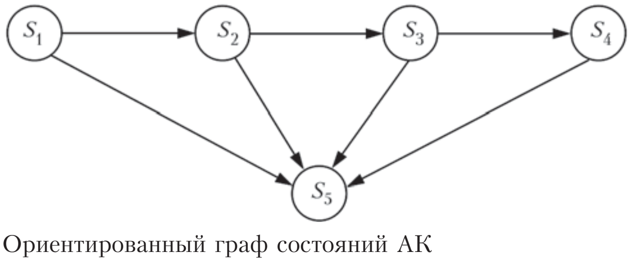
В отличие от работы [2] положим, что переход системы S из одного состояния в другое происходит следующим образом:

1) в начальный момент времени $t = 0$ (отсчет времени начинаем с момента занятия АК огневой позиции и развертывания в боевой порядок) система находится в состоянии S_1 некоторое случайное время Q_1, т. е. это время, которое система S пребывает в состоянии S_1 до перехода в состояние S_2 или S_5 с произвольной функцией распределения $F_{12}(t)$ или $F_{15}(t)$;

2) переход системы S из состояния S_i в состояние S_j происходит с вероятностью $p_{ij} \geq$ ≥ 0, $\sum\limits_{j \in S} p_{ij}$ для $j \in S$;

3) если из состояния S_i произошел переход в состояние S_j, то в этом состоянии система находится случайное время Q_i с произвольной функцией распределения $F_{ij}(t)$ и т. д.

Тогда согласно [3], математической моделью, которая описывает процесс боевого



Ориентированный граф состояний АК

функционирования АК, является полумарковский процесс $\{\nu(t),\ t \geq 0\}$. Исходя из [3], этот процесс зададим конструктивно с помощью начального распределения

$$p = \{p_i,\ i \in S\}\ (i = 1, 2, \ldots, 5) \tag{1}$$

и полумарковской матрицы

$$Q_{ij}(t) = p_{ij}F_{ij}(t) = P_i\{\nu(t) = S_j,\ Q_{ij} \leq t\}. \tag{2}$$

Тогда решение задачи сводится к определению вероятностей:

$$P_{ij}(t) = P\{\nu(t) = S_j / \nu(0) = S_i\}\ (i, j = 1, 2, \ldots, 5), \tag{3}$$

которые согласно [4] отвечают следующей системе линейных интегральных уравнений:

$$P_{ij}(t) = \delta_{ij}[1 - F_i(t)] + \sum_{k \in S} \int_0^t Q_{ik}(du)P_{kj}(t-u), \tag{4}$$

$$F_i(t) = \sum_j Q_{ij}(t) = \sum_j p_{ij}F_{ij}(t) = P_i(\theta_i < t),$$

где $Q_{ik}(du) = dQ_{ik}(u)$; θ_i — время пребывания системы S в состоянии S_i независимо от перехода в следующее состояние; $\delta_{ij} = \begin{cases} 1,\ i = j, \\ 0,\ i \neq j. \end{cases}$

Принимая теперь к сведению ориентированный граф переходов системы S (рисунок), из (4) получаем искомые вероятности

$$P_{12}(t) = \int_0^t Q_{12}(du)P_{22}(t-u) = \int_0^t Q_{12}(du)[1 - F_2(t-u)],$$

$$P_{13}(t) = \int_0^t Q_{12}(du) \int_0^{t-u} Q_{23}(d\nu)[1 - F_3(t-u-\nu)],$$

$$P_{14}(t) = \int_0^t Q_{12}(du) \int_0^{t-u} Q_{23}(d\nu) \times \int_0^{t-u-\nu} Q_{34}(dw)[1 - F_4(t-u-\nu-w)], \tag{5}$$

где P_i — вероятность того, что полумарковский процесс $\nu(t)$ находится в состоянии S_j при условии, что время пребывания меньше чем t.

Отметим, что в соответствии с условиями задачи состояние S_5 интерпретируется как потеря боеспособности АК, т. е. попадание в него системы S на разных этапах своего функционирования приводит к невыполнению поставленной задачи.

Обозначим момент первого попадания системы S в состояние S_5 через η, тогда

$$P_{i5}(\eta < 5) = P_{i5}(t)\ (i = 1, \ldots, 4), \ — \tag{6}$$

это вероятность того, что АК утратил боеспособность, где η — время, необходимое противнику, для выявления и нанесения огневого удара по АК.

Вероятности (6) определим из уравнений

$$\begin{gathered} P_{15}(t) = Q_{15}(t) + \int_0^t Q_{12}(du)Q_{25}(t-u) + \\ + \int_0^t Q_{12}(du) \int_0^{t-u} (d\nu)Q_{35}(t-u-\nu) + \int_0^t Q_{12}(du) \times \\ \times \int_0^{t-u} Q_{12}(d\nu) \int_0^{t-u-\nu} Q_{34}(dw)P_{45}(t-u-\nu-w), \\ P_{25}(t) = Q_{25}(t) + \int_0^t Q_{23}(du)Q_{35}(t-u) + \\ + \int_0^t Q_{23}(du) \int_0^{t-u} Q_{34}(d\nu)P_{45}(t-u-\nu), \\ P_{35}(t) = Q_{35}(t) + \int_0^t Q_{34}(du)Q_{45}(t-u),\ P_{45}(t) = Q_{45}(t). \end{gathered} \tag{7}$$

Таким образом соотношения (5), (7) и полумарковская матрица (2) позволяют дать ответ на целый ряд вопросов относительно боевого функционирования АК, в частности времени пребывания АК в соответствующем множестве состояний, времени его функционирования до момента нанесения по нему огневого удара и т.д. Отметим также, что когда время пребывания системы S в каждом состоянии S_i ($i = 1, 2, \ldots, 5$) распределено по показательному закону, тогда из этих соотношений вытекают формулы для расчета искомых вероятностей, полученные в работе [2].

1. *Вакал А.О., Дерев'янчук А.Й., Житник В.Є.* Моделювання бойових дій артилерійського комплексу наземної артилерії тактичного рівня // Труди Академії. — 2000. — № 26. — С. 78–84.
2. *Супрун В.Н., Вакал А.А.* Пример математической модели боевого функционирования артиллерийского комплекса // Артиллерийское и стрелковое вооружение. — 2008. — № 2(27). — С. 9–12.
3. *Королюк В.С.* Стохастические модели систем. — Киев: Наук. думка, 1989. — 208 с.
4. *Королюк В.С., Турбин А.Ф.* Полумарковские процессы и их приложения. — Киев: Наук. думка, 1976. — 182 с.