УДК 519.6 DOI: 10.30837/0135-1710.2019.176.043

А. Л. ЄРОХІН, Г.А. ЗАЦЕРКЛЯНИЙ

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ОЦІНЮВАННЯ ТЕПЛОМАСООБМІННОГО ПРОЦЕСУ

В статті пропонується інформаційна технологія для аналізу та оцінювання взаємопов'язаного і взаємообумовленого тепломасообмінного процесу у складній системі. Одноманітний підхід до розгляду тепломасообмінного процесу у будь-якій системі забезпечується побудовою розрахункової структури процесу і об'єктно-орієнтованим підходом до його проектування.

1. Постановка проблеми

Задача аналізу та оцінювання тепломасообмінного процесу є досить актуальною, оскільки тепломасообмін спостерігається в найрізноманітніших складних системах різного функціонально-конструктивного виконання і різного призначення, а від організації цього процесу залежить ефективність роботи відповідних систем. Сам тепломасообмінний процес теж є складною системою, оскільки, як правило, є взаємопов'язаним і взаємообумовленим, хоча в кожному елементі має свої характерні особливості. Для аналізу та оцінювання такого процесу не обійтися без математичного моделювання з використанням сучасних інформаційних технологій.

2. Аналіз сучасних підходів до аналізу тепломасообмінного процесу

Аналіз моделей, методів та інформаційних технологій, які використовуються для оцінювання тепломасообміну у конкретних предметних областях показує, що, незважаючи на широку розмаїтість підходів, на сьогодні немає моделей, які б розглядали взаємопов'язаний і взаємообумовлений тепломасообмінний процес у всій складній системі. Розглядаються процеси або в окремих елементах системи, або у найпростішій постановці.

3. Виклад основного матеріалу дослідження

Тепломасообмінний процес у складній системі подається у вигляді розрахункової ієрархічної структури, найнижчим рівнем якої є елементарний елемент. Елементарним є однорідний за теплофізичними та конструктивними параметрами елемент, тобто елемент, у якому спостерігається однорідний тепловий процес (теплопровідність, конвективний теплообмін чи променеве випромінювання). Така структура дозволяє розглядати з єдиних позицій будь-який тепломасообмінний процес у складній системі, а взаємопов'язаний і взаємообумовлений тепломасообмінний режим у всій системі зводити до режиму в елементарних елементах, узгоджуючи їх відповідними крайовими умовами [1].

При формулюванні математичної моделі теплопередачі через багатошарову тверду конструкцію вважається, що [2]:

- теплотехнічні характеристики матеріалів шарів не залежать від вологості і температури матеріалу;
- температурне поле конструкції є тривимірним і нестаціонарним;
- теплопередача через конструкцію відбувається за рахунок теплопровідності;
- на межах між шарами здійснюється ідеальний тепловий контакт (граничні умови четвертого роду);
- всередині конструкції може виділятися чи поглинатися тепло.

При цих умовах теплопровідність конструкції при нестаціонарному режимі описується нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку у частинних похідних:

$$c_p \frac{\partial}{\partial t} T(x,y,z,t) = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_x \left(\frac{\partial}{\partial x} T(x,y,z,t) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \lambda_y \left(\frac{\partial}{\partial y} T(x,y,z,t) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \lambda_z \left(\frac{\partial}{\partial z} T(x,y,z,t) \right) + \sum_{p=1}^{P} q_p \quad , \qquad (1)$$

Граничні умови подаються у вигляді температури на поверхні:

$$T = T(t)\,, \tag{2}$$

або конвективного теплообміну:

$$\begin{gathered}\lambda_x\left(\frac{\partial}{\partial x}T(x,y,z,t)\right)l_x + \lambda_y\left(\frac{\partial}{\partial y}T(x,y,z,t)\right)l_y + \lambda_z\left(\frac{\partial}{\partial z}T(x,y,z,t)\right)l_z + \\ + \alpha(T(x,y,z,t) - T_c) = 0\end{gathered}\,, \tag{3}$$

де $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ - коефіцієнти теплопровідності, відповідно, в напрямку осей координат; α - коефіцієнт теплообміну; T_c - температура навколишнього середовища; $T(x,y,z,t)$ - температура на поверхні; q_p - інтенсивність p-го джерела (стоку) тепла; c, ρ - відповідно питома теплоємність і щільність матеріалів шарів огорожі; l_x, l_y, l_z - направляючі косинуси вектора нормалі до поверхні.

Окремим випадком розглядуваної моделі є одновимірна модель у напрямку від внутрішньої до зовнішньої поверхонь:

$$c_p \frac{\partial}{\partial t}T(z,t) = \frac{\partial}{\partial z}\lambda_z\left(\frac{\partial}{\partial z}T(z,t)\right) + \sum_{p=1}^{P} q_p\ . \tag{4}$$

Вважаємо, що суцільне середовище в приміщенні будівлі є двохкомпонентною пароповітряною сумішшю, а рух цієї суміші є малошвидкісним турбулентним при наявності внутрішніх джерел і стоків маси, імпульсу та енергії. Тоді система визначаючих рівнянь охоплює рівняння балансу маси, кількості руху і енергії для суміші в цілому, а також рівняння перенесення водяного пару [3].

Моделювання турбулентності виконується на основі SST-моделі Ментера.

В подальшому рівняння тепломасообміну використовуються в інтегральній формі. Ці рівняння мають вигляд:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \oint_S \rho \overline{U} d\overline{S} = \sum_{i=1}^{I_1} m_i dV + \sum_{i=1}^{I_2} \oint_S \overline{m}_i d\overline{S}\ , \tag{5}$$

$$\int_V \frac{\partial(\rho\overline{U})_x}{\partial t} dV + \oint_S \rho U_x \overline{U} d\overline{S} = \oint_S \frac{P^*}{\rho} dS_x + \int_V g(\rho-\rho_h)dV + \sum_{j=1}^{3}\oint_S \sigma_{xj} dS_j + \sum_{j=1}^{J_1}\int_V i_{xj} dV + \sum_{j=1}^{J_2}\oint_S i_{xj} dS\ , \tag{6}$$

$$\int_V \frac{\partial(\rho\overline{U})_y}{\partial t} dV + \oint_S \rho U_y \overline{U} d\overline{S} = \oint_S \frac{P^*}{\rho} dS_y + \int_V g(\rho-\rho_h)dV + \sum_{j=1}^{3}\oint_S \sigma_{yj} dS_j + \sum_{j=1}^{J_1}\int_V i_{yj} dV + \sum_{j=1}^{J_2}\oint_S i_{yj} dS\ , \tag{7}$$

$$\int_V \frac{\partial(\rho\overline{U})_z}{\partial t} dV + \oint_S \rho U_z \overline{U} d\overline{S} = \oint_S \frac{P^*}{\rho} dS_z + \int_V g(\rho-\rho_h)dV + \sum_{j=1}^{3}\oint_S \sigma_{zj} dS_j + \sum_{j=1}^{J_1}\int_V i_{zj} dV + \sum_{j=1}^{J_2}\oint_S i_{zj} dS\ , \tag{8}$$

$$\int_V c_p \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} dV + \oint_S c_p \rho \overline{U} T d\overline{S} = \int_V \frac{\partial P_a}{\partial t} dV - \oint_S \left(c_{pV}\overline{m}_V + c_{pg}\overline{m}_g\right) T d\overline{S} + \sum_{k=1}^{K_1}\int_V q_k dV + \sum_{k=1}^{K_2}\oint_S \overline{q}_k d\overline{S}\ , \tag{9}$$

$$\int_V \frac{\partial \rho y_V}{\partial t} dV + \oint_S \rho \overline{U} y_V d\overline{S} = \sum_{i=1}^{I_1} m_i y_V dV + \sum_{i=1}^{I_2}\oint_S \overline{m}_i y_V d\overline{S}\ . \tag{10}$$

Модель турбулентності Ментера, записана в термінах k (кінетична енергія турбулентності) і ω (питома швидкість її дисипації), в інтегральній формі має вигляд:

$$\int_V \frac{\partial \rho k}{\partial t} dV + \oint_S \left[\overline{U}\overline{n}(\rho k) - (\mu + \sigma_k \mu_t)\frac{\partial k}{\partial n}\right] dS = \int_V \rho(P_k - \beta^* k\omega) dV\ , \tag{11}$$

$$\int_V \frac{\partial \rho\omega}{\partial t} dV + \oint_S \left[\overline{U n}(\rho\omega) - (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial n} \right] dS = \int_V \rho \left(P_k - \beta\omega^2 + 2(1 - F_1)\sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) dV \quad , \qquad (12)$$

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \, , \; \tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - 2\bar{I} \frac{\mu_t \nabla U + \rho k}{3} \, , \; P_k = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \, , \; P_\omega = \frac{\gamma}{\mu_{ij}} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \, . \qquad (13)$$

Окремим випадком розглянутої є квазістаціонарна модель. Згідно з цією моделлю, вважається, що параметри пароповітряної суміші змінюються з часом, але не змінюються в просторі. В цьому випадку математична модель має вигляд:

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} dV = \sum_{i=1}^{I_1} m_i dV + \sum_{i=1}^{I_2} \oint_S \bar{m}_i d\bar{S} \; , \qquad (14)$$

$$\int_V c_p \frac{d(\rho T)}{dt} dV = \int_V \frac{dP_a}{dt} dV + \sum_{k=1}^{K_1} \int_V q_k dV + \sum_{k=1}^{K_2} \oint_S \bar{q}_k d\bar{S} \; , \qquad (15)$$

$$\int_V \frac{d\rho y_V}{dt} dV = \sum_{i=1}^{I_1} \int_V m_i y_V dV + \sum_{i=1}^{I_2} \oint_S \bar{m}_i y_V d\bar{S} \; . \qquad (16)$$

Тут ρ - щільність; c_V - питома теплоємність суміші при сталому об'ємі; S, V - площа поверхні і об'єм розглядуваного елемента; q - щільність потоку тепла, що надходить до елементу (залишає елемент).

Між двома твердими тілами з різними температурами відбувається взаємний обмін теплотою за допомогою випромінювання. Тепловий потік, що переходить від більш нагрітого тіла до менш нагрітого за допомогою випромінювання, визначається з рівняння:

$$Q_л = C_{1-2} F \tau \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \varphi \; , \qquad (17)$$

де C_{1-2} - коефіцієнт взаємного випромінювання; F - площа поверхні випромінювання; T_1, T_2 - абсолютні температури поверхонь більш нагрітого і менш нагрітого тіл; φ - середній кутовий коефіцієнт.

Існує чимало систем різного характеру, в яких спостерігаються складні взаємопов'язані і взаємообумовлені різні за своєю природою тепломасообмінні процеси. Стикування цих процесів, тобто задання крайових умов, є непростою задачею.

Вирішити цю проблему пропонується введенням узагальнених крайових умов, під якими розуміється сукупність крайових умов, заданих у найпростішому вигляді, і нестаціонарних точкових, поверхневих і об'ємних джерел і стоків маси, імпульсу та енергії, які примикають до певної границі чи розпорошені у досліджуваному просторі. Це дозволяє задавати крайові умови у найпростішому вигляді, а реальні взаємодії реальних процесів подавати джерелами і стоками відповідної субстанції. Отже, забезпечується одноманітне стикування різних тепломасообмінних процесів, які спостерігаються в елементах складної системи.

Визначення інтенсивності джерел і стоків енергії, маси та імпульсу, які є складовими узагальнених крайових умов, ґрунтується на фізичній суті конкретного тепломасообмінного процесу.

Нехай через грань чи її частину елементарного елементу подається пароповітряна суміш певної концентрації, щільності і температури. В такому випадку будемо вважати, що на всій грані задається умова прилипання і непроникнення, а до грані чи її частини примикає поверхневе джерело маси суміші, імпульсу, енергії та маси водяного пару.

Будемо вважати, що пароповітряна суміш, яка надходить, є ідеальним газом, а її теплоємність не залежить від температури. Тоді на основі рівняння Бернуллі і рівняння адіабати знаходимо вирази для швидкості струменя і температури:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2c_p T_1}{\mu}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}\,, \qquad (18)$$

$$T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\,, \qquad (19)$$

Тут T_1, P_1 - локальні значення температури і тиску у розглядуваному пароповітряному просторі; k - показник адіабати; P_2 - тиск у прилеглому елементі; c_p, μ - теплоємність при сталому тиску і динамічний коефіцієнт в'язкості. Частка водяного пару пароповітряної суміші, що подається в розглядуваний елемент, вважається рівною відповідному параметру у прилеглому елементі.

Отже, інтенсивності джерел такі:

- інтенсивність джерела маси - $m_i = \dfrac{P_2}{RT_2}$;

- інтенсивність джерела імпульсу - $i_i = \dfrac{P_2}{RT_2} v_2$;

- інтенсивність джерела енергії - $q_i = \dfrac{P_2}{RT_2}\left(\dfrac{v_2^2}{2} + c_v T_2\right), c_v = c_p - R$;

- інтенсивність джерела водяного пару - $m_{yi} = \dfrac{P_2}{RT_2} y_v$.

Тут R - універсальна газова стала.

Джерелами (стоками) енергії подається надходження тепла від сонячної радіації, штучного освітлення, тепловиділення від людей та систем опалення. Знаходження інтенсивності джерела (стоку) енергії в цьому випадку виконується за загальноприйнятими методиками.

Для розв'язування задачі теплопровідності в багатошаровій стінці використовується модифікований метод скінчених елементів [2]. Модифікація стосується введення двох типів скінчених елементів: однорідних і неоднорідних. Однорідні елементи мають правильну геометричну форму (прямокутний паралелепіпед) із направляючими, паралельними осям координат, і однорідний склад, що в даному випадку означає сталість коефіцієнта теплопровідності в елементі. Функції форми для однорідних елементів відшукується у вигляді трилінійних функцій.

Неоднорідні елементи містять тонкі шари, на межах яких коефіцієнт теплопровідності істотно змінюється. Для неоднорідних елементів при умові, що коефіцієнт теплопровідності є кусково-сталим і шукана функція форми змінюється тільки в напрямку, перпендикулярному тонкому шару (розташування шару в елементі може бути довільним), функція форми вибирається кусково-лінійною і знаходиться з умови відтворення точного розв'язку одновимірного стаціонарного рівняння теплопровідності у скінченому елементі. Така функція форми має вигляд:

$$N_1 = 1; N_j = N_{j-1} - \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}}\frac{\delta_{j-1}}{\lambda_{j-1}}, j = 2...n-1, N_n = 0\,. \qquad (20)$$

Рівняння теплопровідності за умови стаціонарності із заданими граничними умовами записується у вигляді функціоналу:

$$\Omega = \int_V \frac{1}{2}\left[\lambda_x\left(\frac{\partial}{\partial x}T(x,y,z,t)\right)^2 + \lambda_y\left(\frac{\partial}{\partial y}T(x,y,z,t)\right)^2 + \lambda_z\left(\frac{\partial}{\partial z}T(x,y,z,t)\right)^2\right]dV +$$
$$+\oint_S\left(qT(x,y,z,t)+\frac{1}{2}\left[\alpha\left(T(x,y,z,t)-T_c\right)^2\right]\right)dS + \sum_{p=1}^{P}\int_V q_p dV \quad . \qquad (21)$$

Мінімізація функціоналу здійснюється на множині вузлових значень температури $\{T\}$. Для розглядуваної задачі замість функції T в усій області розглядається множина функцій $T^{(e)}$, визначена на окремих скінчених елементах. У цьому випадку інтеграли розбиваються на інтеграли по окремих елементах.

В результаті ряду перетворень отримуємо таке матричне рівняння:

$$[K]\{T\} = \{F\}, \qquad (22)$$

де $[K]$ - глобальна матриця теплопровідності; $\{F\}$ - глобальний вектор навантаження елементів.

Дотримуючись процедури методу скінченних елементів на основі методу Гальоркіна в слабкому формулюванні, одержуємо таке матричне рівняння для нестаціонарного рівняння теплопровідності:

$$[C]\frac{\partial\{T\}}{\partial t} + [K]\{T\} = \{F\}, \qquad (23)$$

де $[C]$ - матриця демпфування, яка враховує зміну температури в часі.

Для розв'язування задачі про конвективний теплообмін використовується метод скінчених об'ємів. При цьому апроксимація поверхневого інтегралу ґрунтується на припущенні сталості підінтегральної функції на всій поверхні розглядуваної грані, а об'ємного - на сталості підінтегральної функції в усьому об'ємі скінченого об'єму. Похідна за часом апроксимується скінченою різницею «вперед». Одержується явна різницева схема [3]. Вона стійка при виконанні умови:

$$\begin{cases} dt < \dfrac{(dx)^2}{2} \\ dx < \dfrac{2}{U_x} \end{cases} . \qquad (24)$$

Стан кожного елементарного елементу структури системи тепломасообміну визначається внутрішніми процесами, відображеними в субмоделі, і впливами на нього інших елементарних елементів.

Узагальнена інформація про наявність впливу для кожного елементарного елементу подається матрицею міжелементних впливів. Значення елемента в матриці, що дорівнює 1, розміщене у рядкові з іменем *i* і у стовпчикові з іменем k, означає, що елементарний елемент з іменем i зазнає впливу з боку елементарного елементу системи з іменем *k,* а якщо цей елемент дорівнює 0, то такого впливу немає. Ця матриця використовується для побудови інтерфейсів функцій, які описують поведінку елементарних елементів системи.

Моделювання поведінки системи виконується на певному відрізку часу. При цьому виконання кожного часового кроку включає 3 етапи:

1. Кожний елементарний елемент системи одержує інформацію про стан елементарних елементів, які впливають на нього в даний момент часу.
2. Кожний елементарний елемент системи обчислює свій стан у наступний момент часу (не переходячи при цьому в наступний стан). Обчислення виконуються на основі відповідної субмоделі елементарного елементу системи.
3. Кожний елементарний елемент системи реалізує (переводить себе в) наступний стан.

Відповідно до ідеології об'єктно-орієнтованого моделювання, всі елементарні елементи моделі типізовані, тобто відносяться до певного класу і кожний елемент моделі подається об'єктом відповідного класу. При цьому структура, властивості і поведінка об'єкта даного класу однозначно визначається описом цього класу. Клас визначає інформаційну структуру елемента моделі і містить набір функцій (методів), що визначають еволюцію його стану. При цьому структура міжелементних взаємодій, що визначається матрицею міжелементних впливів, подається у відповідних класах у вигляді списків аргументів функцій - членів класу, які здійснюють виконання другого етапу чергового кроку моделювання системи.

Інформаційна технологія для оцінювання тепломасообмінного процесу складається з трьох основних частин: препроцесора, вирішувача і постпроцесора [4]. Кожна з цих частин є незалежною і може бути використаною як окрема програма. Зв'язок між програмами здійснюється за допомогою стандартизованих потоків даних (файлів).

Препроцесор призначений для достовірного візуального введення і редагування інформації як геометричного і теплофізичного характеру, так і визначаючого тепловий процес. Оболонка препроцесора будується у вигляді ієрархічної структури за принципом дерева каталогів.

Вирішувач за початковими даними, одержаними із препроцесора, на основі функціональної моделі предметної області з використанням модулів, що складають інформаційну базу пакету, формує програму у вигляді послідовності класів і їх об'єктів для розв'язування конкретної задачі з оцінювання тепломасообмінного процесу та виконує відповідні обчислення.

У розробленому постпроцесорі передбачена можливість візуалізації полів швидкості, температури, тиску.

Список літератури: 1. *Єрохін А. Л., Зацеркляний Г. А.* Розробка об'єктно-орієнтованої моделі для аналізу тепловтрат у будівлі невиробничого призначення // Технологический аудит и резервы производства. 2016. № 5/1 (31). С. 26-33. *2. Куценко О. С., Зацеркляний Г.А.* Моделювання теплообміну через огороджувальні поверхні будівлі //Вісник НТУ «ХПІ». 2012. № 42 (948). С. 129-141. *3. Yerokhin A. L., Zatserklyanyi H. A.* Heat and mass exchange analysis indoors. Міжвідомчий збірник наукових праць Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка Національної академії наук України «Відбір і обробка інформації». 2016. № 44 (120). С. 51-55. *4. Єрохін А.Л., Зацеркляний Г. А.* Інструментальний засіб для аналізу тепломасообмінних процесів будівель // Теорія і практика актуальних наукових досліджень. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2017.

Надійшла до редколегії 14.05.2019

Єрохін Андрій Леонідович, докт. техн. наук, професор, декан факультету комп'ютерних наук ХНУРЕ. Наукові інтереси: обчислювальний інтелект, ідентифікація аномальних ситуацій. Адреса: Україна, 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

Зацеркляний Георгій Альбертович, аспірант, кафедра програмної інженерії ХНУРЕ. Наукові інтереси: моделювання процесів. Адреса: Україна, 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.