

МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙ БАГАТОШАРОВОГО ГРУНТОВОГО МАСИВУ, ЩО НАСИЧЕНИЙ СОЛЬОВИМИ РОЗЧИНАМИ З УРАХУВАННЯМ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ

Кузло М.Т.

Національний університет водного господарства
та природокористування
м. Рівне, Україна

АНОТАЦІЯ: Отримано аналітичні рішення з визначення вертикальних переміщень багат шарових ґрунтових масивів, що насичені сольовими розчинами з урахуванням фільтраційної консолідації ґрунту.

АННОТАЦИЯ: Получены аналитические решения с определением вертикальных перемещений многослойных грунтовых массивов, насыщенных соевыми растворами с учетом фильтрационной консолидации.

ABSTRACT: Analytical solutions towards vertical transfer of multilayer soil massifs, that are saturated with salt solutions with account of filtration consolidation of soil are obtained.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Сольовий розчин, консолідація ґрунту, переміщення.

ВСТУП

При експлуатації будівель і споруд на соледобувних промислових об'єктах їх ґрунтові основи можуть забруднюватися різноманітними сольовими розчинами. Наявність сольових розчинів суттєво впливає на фільтраційні і деформаційні властивості ґрунту та їх консолідацію.

Започатковано розв'язання даної проблеми в роботах [1, 2]. Основними результатами яких є встановлення надлишкових тисків в ґрунтових масивах при наявності сольових розчинів. В роботі [3] дано

рішення напружено-деформованого стану (НДС) одношарового ґрунтового масиву в умовах фільтраційної консолідації сольових розчинів. Однак, питання щодо оцінки НДС для багатшарових ґрунтових основ, що насичені сольовими розчинами при фільтраційній консолідації, недостатньо вивчено. Математичне моделювання процесу фільтраційної консолідації ґрунтових основ при наявності сольових розчинів визначає новий напрямок в розвитку теорії консолідації ґрунтів.

Метою роботи є отримання аналітичних залежностей, що описують НДС багатшарових ґрунтових масивів, насичених сольовими розчинами в умовах фільтраційної консолідації.

РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ

У зв'язку із складністю поставленої проблеми, розглянемо одновимірну задачу НДС багатшарового ґрунтового масиву, що насичений сольовими розчинами з врахуванням фільтраційної консолідації від дії рівномірно прикладеного зовнішнього навантаження інтенсивністю $q(t)$ (рис. 1). Якщо поровою рідиною ґрунту є сольовий розчин з певним розподілом концентрації солей $c(x)$, то виникає задача вивчення впливу переносу солей на проходження фільтраційної консолідації даного масиву ґрунту.

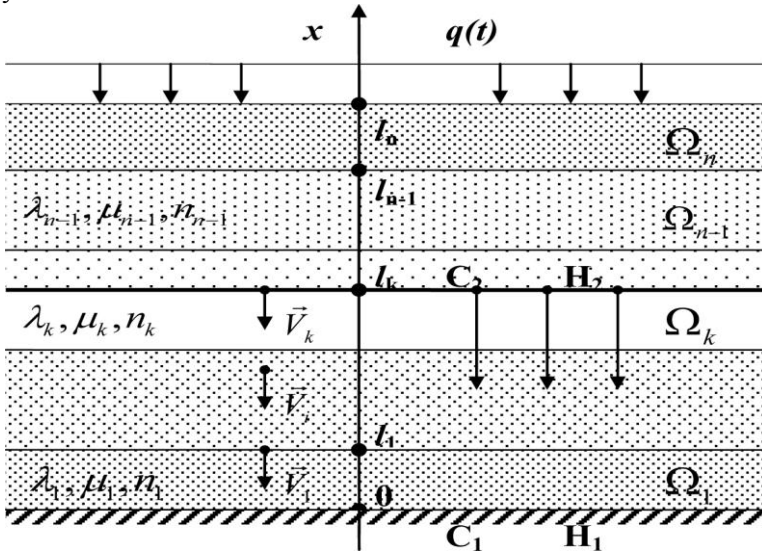


Рис. 1. Схема багатшарового ґрунтового масиву при наявності фільтраційної консолідації

Вільна поверхня ґрунтових вод знаходиться на рівні l_k . Тоді шари ґрунту, розміщені вище l_k , знаходяться в природному стані, а нижче l_k – при повному насиченні сольовими розчинами. Нехай на нижній межі ґрунту при $x=0$ задано п'єзометричний напір H_1 та концентрація розчинених у воді солей C_1 , а на глибині l_k відповідно H_2 та C_2 ($H_2 > H_1, C_2 > C_1$).

В результаті різниці напорів відбувається перенесення розчинених у воді речовин фільтраційним потоком. При цьому процес фільтрації розчинених у воді речовин підлягає модифікованому закону Дарсі [5].

Математична модель даної задачі складається з рівнянь НДС, що записані в переміщеннях, рівняння конвективної дифузії розчинених солей, рівняння фільтраційної консолідації ґрунту.

Рівняння НДС в переміщеннях для прийнятої розрахункової схеми записується у вигляді [4]:

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{d^2 u_i}{dx^2} = X_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad x \in \bigcup_{i=1}^n (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0. \quad (1)$$

Тут: $u_i, i = \overline{1, n}$ – переміщення уздовж осі OX в ґрунтах, що знаходяться відповідно в зваженому та в природному станах; $\lambda_i, \mu_i, i = \overline{1, n}$ – коефіцієнти Ламе (пружні сталі);

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{se,i} + \frac{dp_i}{dx}, & i = \overline{1, k}, \\ \gamma_{np,i}, & i = \overline{k+1, n}. \end{cases} \quad (2)$$

де $\gamma_{se,i}, i = \overline{1, k}$ – питомі ваги ґрунту в i -ому шарі в зваженому стані; γ_p – питома вага рідини; $\gamma_{np,i}, i = \overline{k+1, n}$ – питомі ваги ґрунту в природному стані; $p_i, i = \overline{1, k}$ – фільтраційний тиск, який визначається за формулою

$$p_i = \gamma_p (h_i - x), \quad i = \overline{1, k} \quad (3)$$

Запишемо рівняння конвективної дифузії розчинених солей:

$$D_i \frac{d^2 c_i}{dx^2} - V_i \frac{dc_i}{dx} - \gamma(c_i - C_*) = 0, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4)$$

Крайові умови та умови спряження для концентрації мають вигляд:

$$L_1 c_1 = \left(\alpha_1 c + \beta_1 \frac{dc_1}{dx} \right) \Big|_{x=0} = C_1, \quad (5)$$

$$c_i(l_i) = c_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (6)$$

$$D_i \frac{dc_i(l_i)}{dx} = D_{i+1} \frac{dc_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (7)$$

$$L_2 c_k = \left(\alpha_2 c + \beta_2 \frac{dc_k}{dx} \right) \Big|_{x=l_k} = C_2, \quad (8)$$

де $L_1 c_1$, $L_2 c_k$ - оператори, що задають граничні умови для концентрації на вході та на виході фільтраційного потоку.

Рівняння фільтрації, крайові умови та умови спряження запишемо у вигляді:

$$V_i = -k(c(x)) \frac{dh_i}{dx} \pm v \frac{dc_i}{dx}, \quad \frac{dV_i}{dx} = 0, \quad i = \overline{1, k} \quad (9)$$

$$h_1(0) = H_1, \quad (10)$$

$$h_i(l_i) = h_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (11)$$

$$k(c_i(l_i)) \frac{dh_i(l_i)}{dx} = k(c_{i+1}(l_i)) \frac{dh_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (12)$$

$$h_k(l_k) = H_2. \quad (13)$$

Тут $k(c(x))$ - коефіцієнт фільтрації сольових розчинів;

V - коефіцієнт осмосу.

В формулі (9) знак „+” відповідає нормальній осмотичній фільтрації, а знак „-” - аномальній.

Основне рівняння консолідації ґрунту при наявності сольових розчинів має вигляд:

$$\frac{1 + \bar{e}}{\gamma_{zp} a} \left[\frac{d}{dx} \left(k(c(x)) \frac{dh_i}{dx} \right) \mp \frac{d}{dx} \left(v \frac{dc_i}{dx} \right) \right] = 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad (14)$$

де \bar{e} - середнє значення коефіцієнта пористості;

γ_{zp} - питома вага ґрунту; a - коефіцієнт стисливості ґрунту.

Знайдемо розв'язок задачі фільтраційної консолідації ґрунту при наявності сольових розчинів. Використовуючи формули (9) та (12), маємо

$$\frac{d \left(k(c(x)) \frac{dh_i}{dx} \mp v \frac{dc_i}{dx} \right)}{dx} = 0 \Rightarrow k(c(x)) \frac{dh_i}{dx} \mp v \frac{dc_i}{dx} = A_i, \quad i = 1, 2, \quad (15)$$

$$\frac{dh_i}{dx} = \pm \frac{v}{k(c(x))} \cdot \frac{dc_i}{dx} + \frac{A_i}{k(c(x))}, \quad i = 1, 2,$$

$$h_i(x) = \pm c_i(x)v \int_{l_{i-1}}^x \frac{ds}{k(c(s))} + A_i \int_{l_{i-1}}^x \frac{ds}{k(c(s))} + B_i, \quad i = 1, 2, \quad (16)$$

$$x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0.$$

Невідомі коефіцієнти в (16) знаходимо, використовуючи крайові умови (10), (13) та умови спряження (11), (12)

$$B_1 = H_1, \quad (17)$$

$$A_1 = \frac{H_2 - H_1 + v \int_{l_1}^{l_2} \frac{ds}{k(c(s))} \left(\pm \frac{dc_2(l_1)}{dx} \mp \frac{dc_1(l_1)}{dx} \mp c_2(l_2) \right) \mp c_1(l_1)v \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(c(s))}}{\int_0^{l_2} \frac{ds}{k(c(s))}}, \quad (18)$$

$$A_2 = v \left(\pm \frac{dc_1(l_1)}{dx} \mp \frac{dc_2(l_1)}{dx} \right) + A_1, \quad (19)$$

$$B_2 = H_1 + \int_0^{l_1} \frac{ds}{k(c(s))} (A_1 \pm c_2(l_2)v). \quad (20)$$

Визначимо швидкість фільтрації за допомогою формул (9)

$$V_i = -A_i, \quad i = 1, 2.$$

Знайдемо $\frac{dp_i}{dx}$, $i = 1, 2$, використовуючи формулу (3)

$$\frac{dp_i}{dx} = \gamma_p \cdot \left(\pm \frac{v}{k(c(x))} \cdot \frac{dc_i}{dx} + \frac{A_i}{k(c(x))} - 1 \right), \quad i = 1, 2, \quad x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0.$$

Таким чином

$$X_i = \gamma_{зв.i} + \gamma_p \cdot \left(\pm \frac{v}{k(c(x))} \cdot \frac{dc_i}{dx} + \frac{A_i}{k(c(x))} - 1 \right), \quad i = 1, 2. \quad (21)$$

Знайдемо розв'язок задачі масопереносу (4)-(8) при $\gamma = 0$

$$\frac{d^2 c_i}{dx^2} - \frac{V_i}{D_i} \frac{dc_i}{dx} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (22)$$

Для цього запишемо характеристичне рівняння

$$\lambda_i^2 + \frac{V_i}{D_i} \lambda_i = 0, \quad i = 1, 2 \quad \text{та знайдемо його розв'язок}$$

$$\lambda_i^1 = 0, \lambda_i^2 = \frac{V_i}{D_i}, i = 1, 2. \quad (23)$$

Отже, загальний розв'язок рівняння (22) має вигляд:

$$c_i(x) = b_{2i-1}e^{\lambda_i^1 x} + b_{2i}e^{\lambda_i^2 x}, i = 1, 2. \quad (24)$$

Підставивши значення (23) в (24), отримаємо

$$c_i(x) = b_{2i-1} + b_{2i}e^{\frac{V_i}{D_i} x}, i = 1, 2. \quad (25)$$

Для знаходження невідомих коефіцієнтів $b_{2i-1}, b_{2i}, i = 1, 2$ використовуємо крайові умови (5), (8) та умови спряження (6), (7). У випадку, коли $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ та $\beta_1 = \beta_2 = 0$, отримаємо розв'язок:

$$b_2 = \frac{C_2 - C_1}{e^{\frac{V_1}{D_1} l_1} \left(1 - \frac{V_1}{V_2} \right) + \frac{V_1}{V_2} e^{\frac{V_1}{D_1} l_1 + \frac{V_2}{D_2} (l_2 - l_1)} - 1}, \quad (26)$$

$$b_1 = C_1 - b_2, \quad (27)$$

$$b_4 = b_2 \frac{V_1}{V_2} e^{l_1 \left(\frac{V_1}{D_1} - \frac{V_2}{D_2} \right)}, \quad (28)$$

$$b_3 = C_2 - b_4 e^{\frac{V_2}{D_2} l_2}. \quad (29)$$

Для визначення вертикальних зміщень розглянемо масив ґрунту, що складається з двох шарів та вільною поверхнею на висоті l_2 . Для цього перейдемо в (1)-(14) до безрозмірних величин згідно формул:

$$\bar{x} = \frac{x}{l_0}, \quad \bar{l} = \frac{l}{l_0}, \quad \bar{k} = \frac{k}{\bar{k}}, \quad \bar{u}_i = \frac{u_i}{l_0}, \quad \bar{a}_i = a_i \cdot l_0, \quad i = \overline{1, 3},$$

$$\bar{c}_i = \frac{c_i}{C_*}, \quad \bar{D}_i = \frac{D_i}{l_0 \bar{k}}, \quad \bar{a}'_i = a'_i \cdot l_0, \quad \bar{a}''_i = a''_i \cdot l_0, \quad \bar{l}_i = \frac{l_i}{l_0}, \quad \bar{h}_i = \frac{h_i}{l_0}, \quad \bar{p}_i = \frac{p_i}{l_0}, \quad i = 1, 2.$$

Математична модель НДС ґрунту у безрозмірних змінних запишеться у вигляді:

$$\frac{d^2 u_i}{dx^2} = a_i + a'_i \cdot \frac{1}{k(c(x))} + a''_i \cdot \frac{1}{k(c(x))} \frac{dc_i}{dx}, \quad i = 1, 2, \quad (30)$$

$$x \in \bigcup_{i=1}^2 (l_{i-1}, l_i), \quad l_0 = 0,$$

$$\frac{d^2 u_3}{dx^2} = a_3, \quad x \in (l_2, l), \quad (31)$$

$$\text{де } a_i = \frac{\gamma_{\text{вв.}i} - \gamma_p}{\lambda_i + 2\mu_i}, \quad a'_i = \frac{\gamma_p A_i}{(\lambda_i + 2\mu_i)}, \quad a''_i = \frac{\pm \gamma_p V}{(\lambda_i + 2\mu_i)}, \quad i = 1, 2, \quad a_3 = \frac{\gamma_{\text{нр.}}}{\lambda_3 + 2\mu_3}.$$

Розглядаємо випадок, коли крайові умови для переміщень мають вигляд:

$$u_1(0) = 0, \quad (32)$$

$$\frac{du_3(l)}{dx} = 0. \quad (33)$$

Це означає наявність переміщення верхньої межі ґрунту.

Умови спряження запишуться так:

$$u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (34)$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (\lambda_{i+1} + 2\mu_{i+1}) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (35)$$

Загальний розв'язок (30), (31) записується у вигляді

$$u_i(x) = \frac{a_i x^2}{2} + a'_i \int_{l_{i-1}}^x \left(\int_{l_{i-1}}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + a''_i \int_{l_{i-1}}^x c(z) \left(\int_{l_{i-1}}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + c_{2i-1} x + c_{2i}, \quad i = 1, 2, \quad (36)$$

$$u_3(x) = \frac{a_3 x^2}{2} + c_5 x + c_6, \quad (37)$$

$$\text{де } c_2 = 0, \quad (38)$$

$$c_5 = -a_3 l, \quad (39)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\lambda_1 + 2\mu_1} (a_2 l_1 + c_3) - a_1 l_1 - (a'_1 + a''_1 c(l_1)) \int_0^{l_1} \frac{dz}{k(c(z))}, \quad (40)$$

$$c_3 = \frac{\lambda_3 + 2\mu_3}{\lambda_2 + 2\mu_2} (a_3 l_2 + c_5) - a_2 l_2 - (a'_2 + a''_2 c(l_2)) \int_{l_1}^{l_2} \frac{dz}{k(c(z))}, \quad (41)$$

$$c_4 = \frac{a_1 - a_2}{2} l_1^2 + a'_1 \int_0^{l_1} \left(\int_0^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + a''_1 \int_0^{l_1} c(z) \left(\int_0^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + l_1 (c_1 - c_3), \quad (42)$$

$$c_6 = \frac{a_2 - a_3}{2} l_2^2 + a'_2 \int_{l_1}^{l_2} \left(\int_{l_1}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + a''_2 \int_{l_1}^{l_2} c(z) \left(\int_{l_1}^z \frac{ds}{k(c(s))} \right) dz + l_2 (c_3 - c_5) + c_4. \quad (43)$$

Таким чином, задача НДС у двошаровому масиві ґрунту при наявності переміщення верхньої межі з врахуванням фільтраційної консолідації розв'язана повністю і дається формулами (30) - (43).

В якості прикладу виконано числові розрахунки з визначення величини вертикальних переміщень ґрунтового масиву, що насичений сольовим розчином з урахуванням фільтраційної консолідації при наступних вхідних даних:

$\lambda_1 = 7500 \text{ кг/м}^2$; $\lambda_2 = 13500 \text{ кг/м}^2$; $\lambda_3 = 17000 \text{ кг/м}^2$; $\mu_1 = 5000 \text{ кг/м}^2$;
 $\mu_2 = 9000 \text{ кг/м}^2$; $\mu_3 = 11500 \text{ кг/м}^2$; $\gamma_{св.1} = 11,5 \text{ кг/м}^3$;
 $\gamma_{св.2} = 10,5 \text{ кг/м}^3$; $\gamma_{пр.} = 17,0 \text{ кг/м}^3$; $l_1 = 0,3 \text{ м}$; $l_2 = 0,7 \text{ м}$;
 $l_0 = 1 \text{ м}$; $H_1 = 0,05 \text{ м}$; $H_2 = 0,65 \text{ м}$; $C_1 = 0 \text{ г/л}$; $C_2 = 350 \text{ г/л}$; $D_1 = 0,02 \text{ м}^2/\text{доба}$;
 $D_2 = 0,019 \text{ м}^2/\text{доба}$; $\nu = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \cdot \text{доба}$.

Коефіцієнт фільтрації залежить від концентрації сольового розчину в ґрунті. Результати розрахунку з визначення величини переміщень наведені на рис. 2.

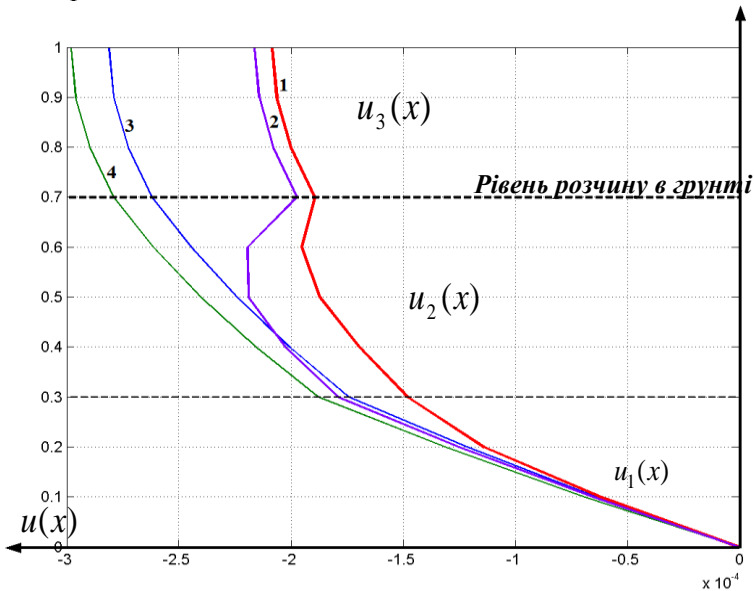


Рис. 2. Графіки деформацій ґрунтового масиву: 1 – вертикальні переміщення без фільтрації з вільної поверхні; 2 – вертикальні переміщення при наявності фільтрації розчинених солей з вільної поверхні; 3 – вертикальні переміщення з врахуванням масопереносу солевих розчинів; 4 – вертикальні переміщення з врахуванням фільтраційної консолідації ґрунту

ВИСНОВКИ

Результатом виконаної роботи є удосконалення математичної моделі оцінки напружено деформованого двошарового ґрунтового масиву, що насичений сольовими розчинами з урахуванням процесів консолідації ґрунту. На основі даної моделі отримано аналітичні рішення з визначення вертикальних переміщень з врахуванням фільтрації та масопереносу сольових розчинів, фільтраційної консолідації ґрунту. Подальшими дослідженнями можуть бути отримання відповідних рішень для двовимірної задачі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Власюк А.П. Фільтраційна консолідація ґрунтового масиву в основі гідротехнічної споруди за наявності перенесення солей / А.П. Власюк, П.М. Мартинюк // Вісник Львівського ун-ту: сер. прикл. матем. інформ. – Вип. 5. - 2002. – С. 68 – 74.
2. Джоші О.І. Математичне моделювання процесу фільтраційної консолідації глинистих ґрунтів в умовах наявності концентрації в поровому розчині та градієнта концентрації / О.І. Джоші // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво: Вісник НУВГП. - Вип. 30. – Рівне, 2005. – С. 70 -75.
3. Кузло М.Т. Напружено-деформований стан ґрунтових масивів в умовах фільтраційної консолідації сольових розчинів / М.Т. Кузло // Вісник ОДАБА. – Вип. 48. - Ч. 1 – Одеса, 2012. – С. 270 – 280.
4. Кузло М.Т. Оцінка напружено-деформованого стану багатошарового ґрунтового масиву при дії фільтраційного потоку води / М.Т. Кузло // Комунальне господарство України: науково-технічний збірник. - Вип. 105. – Харків, 2012. – С. 232 – 241.
5. Кузло М.Т. Моделювання руху сольових розчинів в ґрунтах / М.Т. Кузло, І.А. Філатова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. - Вип. 12. – Рівне, 2005. – С. 361 – 366.

Стаття надійшла до редакції 12.09.2013 р.