

УДК 514.18

ГРУПИ СИМЕТРІЙ КРАТЕРА МІСЯЦЯ

Ванін В.В., д.т.н.,
Залевська О.В.

*Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут ім. І. Сікорського»*

В роботі розглядається групи симетрій при формоутворенні кратеру Місяця та залежність радіусу кратера від фрактальної розмірності детермінованого фракталу, за допомогою якого проводиться його фрактальна апроксимація.

Ключові слова: групи симетрії, фрактальна апроксимація, фрактальна розмірність, фрактали.

Постановка проблеми. У попередніх публікаціях [1–3] розглядався фрактальний аналіз контуру та поверхні кратеру Місяця, що дозволило провести його фрактальний опис. Постає питання про дослідження груп симетрій, що притаманні процесу формоутворення його кратерів та встановлення залежності між радіусом кратеру та його фрактальної розмірності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1–3] розглядається фрактальні апроксимація кратеру Місяця та точність такої апроксимації. Встановлено, що контур та поверхня кратеру Місяця апроксимується множиною Мандельброта, що дозволяє проводити додатковий аналіз формоутворення кратерів.

Формування цілей статті. Метою статті є дослідити види симетрій при різних фазових портретах кратера Місяця та встановити зв'язок фрактальної розмірності з радіусом кратера.

Основна частина. Розглянемо перехідні процеси на прикладі формоутворення кратера Місяця на базі його фазових портретів. На наступних рисунках 1–3 зображено фазові портрети кратеру Місяця.

Дана структура має такі групи симетрій, як осьова, центральна, поступна, дилатаційна. Деякі з них (зовнішня та внутрішня) показано на рис. 4. Звідси випливає, що структура має властивість самоподібності, а, отже, маємо фрактальну структуру. Проведемо фрактальну апроксимацію об'єкта за методом описаним в [2].

Розглянемо фрактальну апроксимацію кратеру Місяця.

Поверхня Місяця не є ідеально рівною, тому для її дослідження використовуємо узагальнену фрактальну розмірність для поверхні, що дозволяє проводити дослідження в цілому, але має досить велику похибку для локального дослідження.

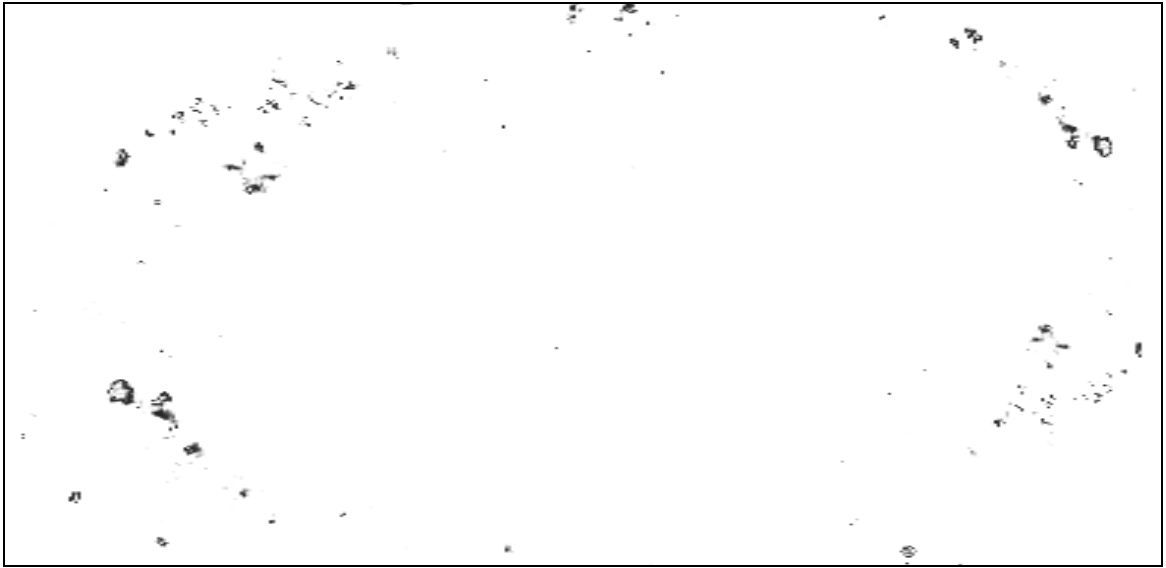


Рис. 1. Фазовий портрет Кратера Місяця при формоутворенні.
Глибина перерізу 85 метрів

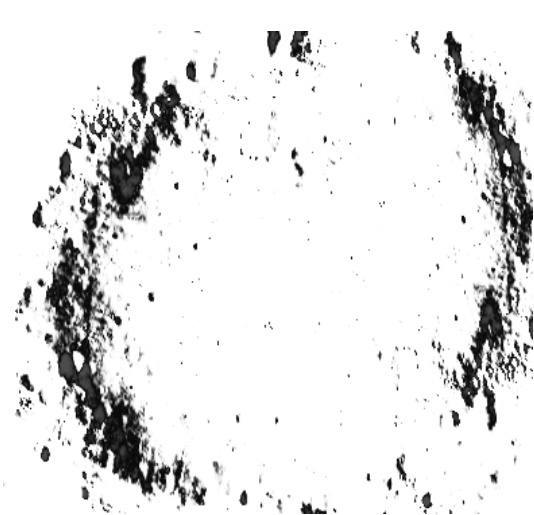


Рис. 2. Фазовий портрет Кратера Місяця при формоутворенні.
Глибина перерізу 75 метрів

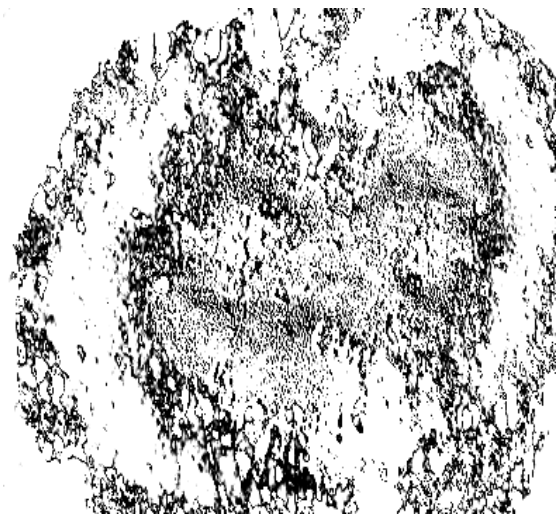


Рис. 3. Фазовий портрет Кратера Місяця при формоутворенні.
Глибина перерізу 55 метрів

Запропонований спосіб апроксимування структури детермінованим фракталом, що базується на його фрактальній розмірності. Знаходження фрактальної розмірності через підрахунок пікселів надає можливість встановлення наближеної фрактальної розмірності не тільки поверхні кратера, а й його контуру.

Було встановлено, що для довжини чарунки $l=145\text{м}$ фрактальна розмірність поверхні кратера Місяця є 2.137, а його контуру 1.24.

Фрактальна апроксимація поверхні кратера Місяця та його контуру надає можливість для фрактального апроксимування його

структури, що дозволяє застосовувати математичний апарат фрактальної геометрії, для подальшого дослідження структури поверхні.

Як показано вище, для поверхні Місяця характерна самоподібність контурів кратерів, а отже маємо фрактальний об'єкт та можемо застосувати метод фрактальної апроксимації.

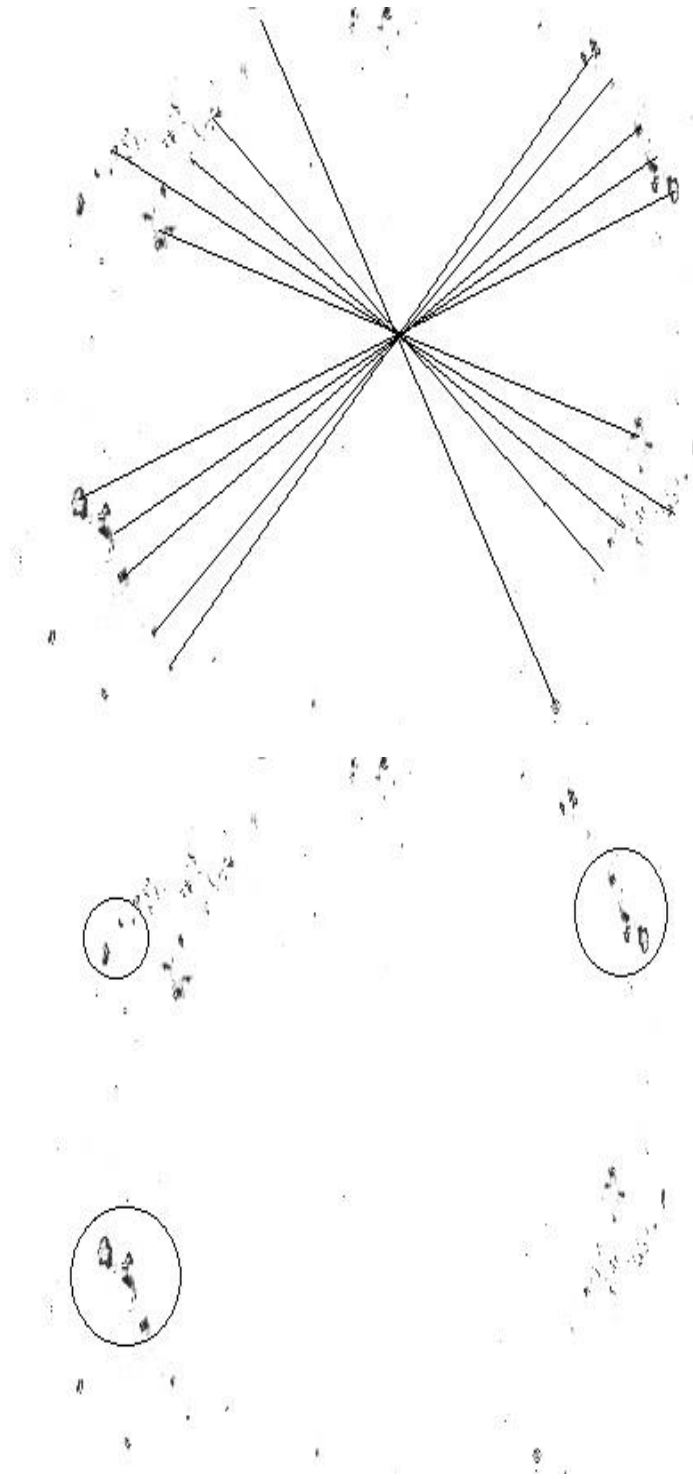


Рис. 4. Симетрія в структурі фазового портрету кратера Місяця

Таким чином математичний опис кратера може бути заданий детермінованим фракталом множиною Мандельброта, що задається ітераційним законом:

$$z_{i+1} = z_i^2 + c,$$

де c є комплексною змінною, а закон описує швидкість прямування точки $c = \text{Re}c + i\text{Im}c$ в безмежність.

Кратери Місяця є самоподібні, отже, більшість кратерів Місяця описуються детермінованим фракталом – множиною Мандельброта. Різниця полягає лише в тому, що змінюється фрактальна розмірність множини. Фрактальна розмірність множини Мандельброта залежить від кількості ітерацій, необхідних для побудови даного фракталу. Пов'яжемо кількість ітерацій з радіусом кратера місяця, тобто умовно заключимо кратер в коло, на базі якого будується множина Мандельброта з деякою вказаною точністю. Деякі з отриманих даних експерименту наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Фрактальна розмірність множини Мандельброта	Радіус кратера Місяця (км)
1,9	7,2
1,906	8,1
1,913	8,5
1,98	9,7
1,987	10

Висновки. Таким чином, можна зробити наступний висновок: чим більша розмірність множини Мандельброта, якою апроксимується кратер Місяця, тим більший його радіус.

Література

1. Ванін В.В. Фрактальна розмірність поверхні кратера Місяця та його контуру, його фрактальна апроксимація / О.В. Залевська, В.В.Ванін // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 4, т. 53. – С.18-22.
2. Залевська О.В. Точність фрактальної апроксимації структури

- поверхневого шару близької до фрактальної / О.В. Залевська, В.В. Ванін // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – Вип. 4, т. 50. – С.14-17.
3. Залевська О.В. Використання рекурсії, як засобу побудови ілюстрацій алгебраїчних фракталів на прикладі множини Мандельброта / О.В.Залевська, С.В.Залевський // Матеріали доповідей II-ї конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та інноваційна діяльність» – Київ: НТУУ «КПІ», 2013. – С. 66-68
 4. Залевська О.В. Опис стійких положень динамічних систем засобами фрактальної апроксимації // О.В.Залевська, В.В.Ванін / Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – Вип. 4. – С. 18–21.

ГРУППЫ СИММЕТРИЙ КРАТЕРА ЛУНЫ

Ванин В.В., Залевская О.В.

В работе рассматривается группы симметрий при образовании кратера Луны и зависимость радиуса кратера от фрактальной размерности детерминированного фрактала, с помощью которого проводилась фрактальная аппроксимация.

Ключевые слова: группы симметрий, фрактальная аппроксимация, фрактальная размерность, фракталы.

GROUP SIMETRI THE CRATER OF THE MOON

Vanin V., Zalevskaya O.

In the paper, a group of symetry in the formation of the crater of the Moon and the dependence of the radius of the crater from the fractal dimension of deterministic fractals, which was conducted fractal approximation.

Keywords: groups of symmetries, fractal approximation, fractal dimension, fractals.