

Сахно¹ В.П., Шарай¹ С.М., Мурований² І.С., Човча¹ І.В.
¹Національний транспортний університет
²Луцький національний технічний університет

ДО РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ АВТОПОЇЗДА З ПРИЧЕПОМ КАТЕГОРІЇ O₁ У ПОПЕРЕЧНІЙ ПЛОЩИНІ

У ряді експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів (АТЗ) при тенденції збільшення швидкостей руху найважливішими показниками якості, що зберігається, на будь-яких режимах, є стійкість і керованість. Вибір конструктивних параметрів АТЗ, що забезпечують саме ці властивості, підвищує активну безпеку експлуатації і знижує вірогідність дорожньо-транспортних пригод на транспортних операціях. Стійкість і керованість АТЗ в сукупності повинні забезпечити упевненість водія в реалізації режиму руху, що задається, виключити мимовільне виникнення небезпечного відхилення від нього і зберегти можливість швидкого коректування з подальшою стабілізацією.

Із усіх можливих режимів руху криволінійний або близький до нього є основними в роботі автопоїздів категорії M₁. Якщо розглядати сучасні інтенсивні потоки руху АТЗ по дорогам загального користування з їх постійними вимушеними «переставками», то питання про можливість швидкого коректування прямолінійного курсу після переїзду на сусідню смугу руху і забезпечення курсової стійкості при цьому стає особливо актуальним.

При дослідженні стійкості руху автопоїзда розглядають плоскопаралельний рух його ланок. При цьому вважають, що нормальні реакції опорної поверхні на колеса правого і лівого борту однакові. Проте при високому розташуванні центра мас причепа можлива суттєва зміна реакцій опорної поверхні на його колеса. Тому було розглянуто рух автопоїзда як в горизонтальній, так і в позадвжній вертикальній і поперечній площинах.

У результаті проведених досліджень удосконалена система рівнянь плоскопаралельного руху автопоїзда з одновісним причепом категорії O₁, визначено бічні реакції на колесах автомобіля і причепа при крені кузова, визначені кути відведення коліс автомобіля і причепа, обумовлені їх креном кузова, розроблено просторову математичну модель автомобільного поїзда у поперечній площині.

Ключові слова: автопоїзд, курсова стійкість, керованість, плоскопаралельний рух, математична модель, швидкість руху, поперечна площина

ВСТУП

За останні роки підприємствами та приватними виробниками України освоєно виробництво широкої гами причіпної техніки. Виробництво причіпної техніки обумовлено значним різновидом та специфічністю вантажів, необхідністю відповідати міжнародним вимогам по розмірам та масовим параметрам, по забезпеченню безпечних умов експлуатації. Організація цих вимог в комплексі визначає конструктивні особливості того чи іншого транспортного засобу. Розробка нових конструкцій причепів та оновлення уже освоєних конструкцій ведеться на високому технічному рівні, що досягається за рахунок модернізації та створення нових вузлів, агрегатів і систем, використання зарубіжних та вітчизняних комплектуючих і матеріалів.

Сьогодні на авторинку України продаються одновісні і із спареними осями причіпи різного призначення до легкових автомобілів - вантажні, туристичні, для перевезення човнів, мотоциклів і іншої техніки, для подорожей («дачі»), торгові і вантажні фургони, міні-кафе і ін.

Причепи категорії O₁, це причепи з повною масою до 0,75 т, а причепи категорії O₂ — ті самі причепи та напівпричепи, (за винятком причепів категорії O₁) з повною масою до 3,5 т [1]. Ці причепи призначені до транспортування, як правило, легковими автомобілями, вибір яких є актуальним для споживачів.

Урахувати усі особливості компоновальних схем причіпних автопоїздів категорії O₁, O₂ не представляється можливим, у зв'язку зі зміною їх параметрів в широких межах, що потребує великої кількості проміжних розрахунків. Практика експлуатації автопоїздів показує, що причіпні ланки автопоїздів погіршують характеристики стійкості тягового автомобіля порівняно з аналогічними характеристиками одиночного автомобіля.

Для причепів категорії O₁, що експлуатуються, як правило, приватними підприємцями і аматорами, раціональні параметри щодо швидкісного режиму, навантаження на тяговий автомобіль і причіп, а також розміщення вантажу в кузові причепа не завжди виконуються. Цілком очевидно, що підвищення ефективності роботи автопоїздів шляхом збільшення швидкості руху не повинно

завдавати шкоди безпеці руху. Тому дослідження стійкості руху автопоїздів з причепами категорії M_1 є актуальною задачею.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У ряді експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів (АТЗ) при тенденції збільшення швидкостей руху найважливішими показниками якості, що зберігається, на будь-яких режимах, є стійкість і керованість [2]. Вибір конструктивних параметрів АТЗ, що забезпечують саме ці властивості, підвищує активну безпеку експлуатації і знижує вірогідність дорожньо-транспортних пригод (ДТП) на транспортних операціях. Стійкість і керованість АТЗ в сукупності повинні забезпечити упевненість водія в реалізації режиму руху, що задається, виключити мимовільне виникнення небезпечного відхилення від нього і зберегти можливість швидкого коректування з подальшою стабілізацією того ж режиму. Управління АТЗ з недостатньою стійкістю ускладняється, оскільки автопоїзд "рискає" або ухиляється вбік. Для підтримки необхідного напрямку руху необхідне постійне коректування напрямку руху [3].

Шкідлива і надмірна стійкість, оскільки обмежуються маневрені можливості АТЗ, зменшується чутливість рульового управління, а також притупляється так зване «відчуття дороги», що також приводить до підвищеної напруженості уваги водія.

Властивості керованості і стійкості автомобіля традиційно прийнято оцінювати на двох рівнях. На першому, як відомо, розглядаються властивості системи «водій-автомобіль-дорога» (ВАД), на другому - автомобіля, як об'єкту управління. Спроби за тими або іншими причинами протиставити ці рівні не є коректними, оскільки кожен з них призначений для вирішення певного класу завдань. Обидва рівні доповнюють один одного і дозволяють знаходити найбільш ефективні шляхи досягнення кінцевого результату. Визначення властивостей автомобіля, як об'єкту управління, дозволяє на всіх етапах його проектування і створення активно втручатися в цей процес і вносити необхідні корективи до ухвалених технічних рішень. Більшість дослідників, що займаються проблемами активної безпеки автомобіля, визнають важливість другого рівня моделювання, що дозволяє використовувати сучасні методи, і пошуку якнайкращих рішень на базі інструментальних оцінок, що мають кількісний опис. Проте, слід визнати, що досягнутий в цьому напрямі рівень недостатній і вимагає подальшого розвитку. Це стосується насамперед встановлення взаємозв'язку об'єктивних (інструментальних) і суб'єктивних (експертних) оцінок даних властивостей АТЗ [3].

З погляду практичних цілей при розробці нових АТЗ, а також модернізації існуючих важливим стає не тільки причина порушення стійкості, а реакція АТЗ на неї і управляючі дії водія, що є неоднозначними і нестабільними. Тому передбачається, що стійкість і керованість руху АТЗ повинні забезпечуватися конструктивними параметрами самої машини.

Із усіх можливих режимів руху криволінійний або близький до нього є основними в роботі автопоїздів категорії M_1 . Навіть інтуїтивно, можна передбачити, що рух по прямій повинен супроводжуватися постійним коректуванням кермом для відновлення заданого курсу, відхилення від якого може викликати маса причин. Якщо розглядати сучасні інтенсивні потоки руху АТЗ по дорогам загального користування з їх постійними вимушеними «перестарками», то питання про можливість швидкого коректування прямолінійного курсу після переїзду на сусідню смугу руху і забезпечення курсової стійкості при цьому стає особливо актуальним.

Підсумком аналізу курсової стійкості і вписувано ті для найбільш загальної лінійної моделі автопоїзда з'явилися вираз критичної швидкості прямолінійного руху і значення рівноважних фазових змінних, що відповідають круговому руху по колу достатньо великого радіусу [4]. Подальшим розвитком в області досліджень керованості та стійкості руху було застосування нелінійних моделей взаємодії колеса з опорною поверхнею у бічному напрямку і застосування просторових моделей транспортних засобів..

Аналіз нелінійних моделей має характерні особливості в порівнянні з лінійними - реалізація одного з можливих стійких режимів залежить від початкових значень всіх фазових змінних системи. При цьому важливе не тільки знання факту стійкості стаціонарного режиму в малому, а і оцінка області тяжіння, і топологічна структура розбиття фазового простору системи траєкторіями.

Значний прогрес в реалізації цієї програми був досягнутий при аналізі динамічних якостей нелінійної моделі окремого автомобіля і двох ланкового автопоїзда: визначення аналітичних умов стійкості кругових стаціонарних режимів при зміні управляючих параметрів; визначення набору характерних внутрішніх параметрів, варіація яких призводить до якісних змін динамічної поведінки [4].

Загальна стратегія аналізу якісних і кількісних змін множини стаціонарних станів системи базувалася на відомих положеннях теорії динамічних систем і прикладної теорії катастроф. Втрата курсової стійкості прямолінійного руху – частковий і найбільш простий для аналізу випадок втрати стійкості кругових стаціонарних рухів достатньо великого радіусу. В останньому випадку необхідно ще визначити рівноважні значення фазових змінних, що відповідають круговим стаціонарним станам. Ясно, що значення критичної швидкості, що відповідає за втрату курсової стійкості таких кругових режимів при наближенні кута повороту керованих коліс до нуля прагне до критичної швидкості прямолінійного руху. Дослідження показують, що рівні поперечних коливань ланок автопоїзда визначають швидкості його руху в реальних умовах, а отже, стійкість руху АТЗ. При цьому, при дослідженні стійкості руху стає дуже важливим вибір математичної моделі, яка б найбільш повно враховувала реальні режими руху і поведінку ланок автопоїзда, перш за все, у поперечній площині.

ЦІЛЬ ТА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є розробка математичної моделі автопоїзда з причепом категорії O_1 у поперечній площині.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

При дослідженні стійкості руху автопоїзда розглядають, як правило, плоскопаралельний рух його ланок. При цьому вважають, що нормальні реакції опорної поверхні на колеса правого і лівого борту однакові. За такої умови стійкість руху розглядають для плоскої моделі автопоїзда. Проте при високому розташуванні центра мас причепа можлива суттєва зміна реакцій опорної поверхні на його колеса. Тому необхідно розглянути рух автопоїзда як в горизонтальній, так і в поздовжній вертикальній і поперечній площинах.

У теорії керованого руху автопоїзда при моделюванні досить обґрунтованими вважаються наступні основні допущення [5]:

- автопоїзд рухається по рівній горизонтальній поверхні;
- невіднесена маса вважається такою, що не крениться;
- керуючий вплив на параметри руху автопоїзда здійснюється через керовані колеса тягового автомобіля, тому динаміка рульового управління не береться до уваги;
- не враховується наявність зазорів у тягово-зчипному пристрої;
- подовжня швидкість руху автопоїзда постійна;
- відстань між ланками автопоїзда не змінюється через малість кутів складання;
- складові елементи автопоїзда є абсолютно твердими тілами:
- вантаж на автопоїзді розташований так, що центри мас тягового автомобіля і причепа, а також тягово-зчипний пристрій, що з'єднує їх, розташовані у вертикальній площині симетрії ланки;
- за основну траєкторію приймається траєкторія центра мас тягача;
- взаємодія коліс з опорною поверхнею виражається через реакцію полотна дороги, що є функцією кута відведення, а саме [4]

$$Y_i = \frac{k_i \delta_i}{\sqrt{1 + k_i (\varphi^2 G_i^2)^{-1} \delta_i^2}},$$

де δ_i , Y_i – кути відведення та бічні реакції;

φ - коефіцієнт зчеплення між шиною і опорною поверхнею в поперечному напрямку (вважаємо φ сталою величиною для заданих дорожніх умов);

k_i - коефіцієнт опору бічному відведенню.

Основні кінематичні і динамічні властивості автопоїзда з причепом, як єдиної механічної системи тіл, залежать від фізичних явищ, що виникають при русі всіх його елементів і взаємодії останніх між собою. В свою чергу, ці явища визначаються геометрією і структурою автопоїзда.

Відмінності у конструкціях автопоїздів з причепами категорії O_1 у більшості випадків визначаються відмінностями у конструкції причіпних ланок, оскільки конструкція тягових автомобілів залишається незмінною.

У роботі [6] записана система рівнянь плоскопаралельного руху автопоїзда з двовісним причепом. Ця система може бути перетворена в систему рівнянь автопоїзда з одновісним причепом і записана у вигляді:

- для поздовжньої швидкості центра мас тягового автомобіля

$$\begin{aligned}
& (m + m_1)(\dot{V} - U\omega) + c\omega^2 m_1 - [m_1 d_1 [(\dot{\omega} - \ddot{\varphi}_1) \sin \varphi_1 - (\omega - \dot{\varphi}_1)^2 \cos \varphi_1] = \\
& = -(X_1 \cos \theta_1 + Y_1 \sin \theta_1 + X'_1 \cos \theta'_1 + Y'_1 \sin \theta'_1) - (X_2 + X'_2) - \sum_{j=1}^2 [(X_{2j} + X'_{2j}) \times \cos \varphi_1 - (Y_{2j} + Y'_{2j}) \sin \varphi_1]; \\
& \text{для поперечної швидкості центра мас тягового автомобіля} \\
& (m + m_1)(\dot{U} - V\omega) - c\omega^2 m_1 - [m_1 d_1 \times [(\dot{\omega} - \ddot{\varphi}_1) \cos \varphi_1 + (\omega - \dot{\varphi}_1)^2 \sin \varphi_1] = \\
& = -(X_1 \sin \theta_1 - Y_1 \cos \theta_1 + X'_1 \sin \theta'_1 - Y'_1 \cos \theta'_1) + (Y_2 + Y'_2) - \sum_{j=1}^2 (X_{2j} + X'_{2j}) \times \sin \varphi_1 + (Y_{2j} + Y'_{2j}) \cos \varphi_1; \\
& - \text{для кутової швидкості тягового автомобіля} \\
& I\omega + [\dot{\omega} c - (U + V\omega)] c m_1 + c m_1 d_1 \times [(\dot{\omega} - \ddot{\varphi}_1) \cos \varphi_1 + (\omega - \dot{\varphi}_1)^2 \sin \varphi_1] = \\
& = H(X_1 \cos \theta_1 + Y_1 \sin \theta_1 - X'_1 \cos \theta'_1 - Y'_1 \sin \theta'_1) + \varepsilon(X_1 + X'_1) + a(Y_1 \cos \theta_1 - X_1 \sin \theta_1) \\
& + Y'_1 \cos \theta'_1 - X'_1 \sin \theta'_1 + [(X_2 - X'_2)H_1 - (Y_2 + Y'_2)b] - c \sum_{j=1}^2 [(X_{2j} + X'_{2j}) \sin \varphi_1 + (Y_{2j} + Y'_{2j}) \times \cos \varphi_1]. \\
& - \text{для причепа} \\
& [I_1 + m_1 d_1^2] \times (\dot{\omega} - \ddot{\varphi}_1) + m_1 d_1 \times [(\dot{V} - U\omega + c\omega^2) \times \sin \varphi_1 + (V\omega - \dot{U} - c\omega^2) \times \cos \varphi_1] \\
& = l_1(Y_{2j} + Y'_{2j}) + M. \tag{1}
\end{aligned}$$

У системі рівнянь (1) прийняті наступні позначення:

v, u – поздовжня і бокова проекції швидкості точки C , тобто проекції швидкості точки C на осі рухомої системи координат, безпосередньо пов'язаної з тяговим автомобілем;

φ_1 – кут складання кінематично незалежних ланок автопоїзда;

$M_k = f(\varphi_1, \dot{\varphi}_1)$ – момент опору повороту причепа;

X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij} – поздовжні, бокові і вертикальні реакції опорної поверхні на колеса автопоїзда.

$a = CA, b = CB, c = CO_k; d_1 = O_1 C_1, c_1 = C_1 O_2, l_1 = d_1 + c_1$.

При дослідженні стійкості руху автопоїзда з причепом категорії O_1 система рівнянь плоскопаралельного руху (1) повинна бути доповнена рівняннями автопоїзда у поперечній площині.

У роботі [7] наведена методика побудови математичної моделі автомобіля у поперечній площині. Ця методика може бути використана і для побудови математичної моделі автопоїзда з причепом категорії O_1 .

Прийmemo, що автопоїзд рухається по горизонтальній поверхні зі сталою швидкістю, вертикальні переміщення та обертання кузова автомобіля і причепа навколо своєї поперечної осі (галопування) відсутні. Тобто для кожної ланки автопоїзда є три ступені волі:

- 1) бічний рух вздовж поперечної осі;
- 2) обертальний рух навколо вертикальної осі (рискання);
- 3) обертальний рух навколо поздовжньої осі (крен).

Розрахункова модель кожної ланки автопоїзда складається з невідресореної і відресореної маси. Вісь крену проходить паралельно опорній поверхні, центр мас кожної ланки автопоїзда лежить на вертикальній осі, з цією ж віссю перетинається вісь крену, яка співпадає з віссю Ox . У такому випадку маси m_n та m_n розташовуються відносно центру мас m автомобіля таким чином, що сума їх моментів відносно центру мас дорівнює нулю.

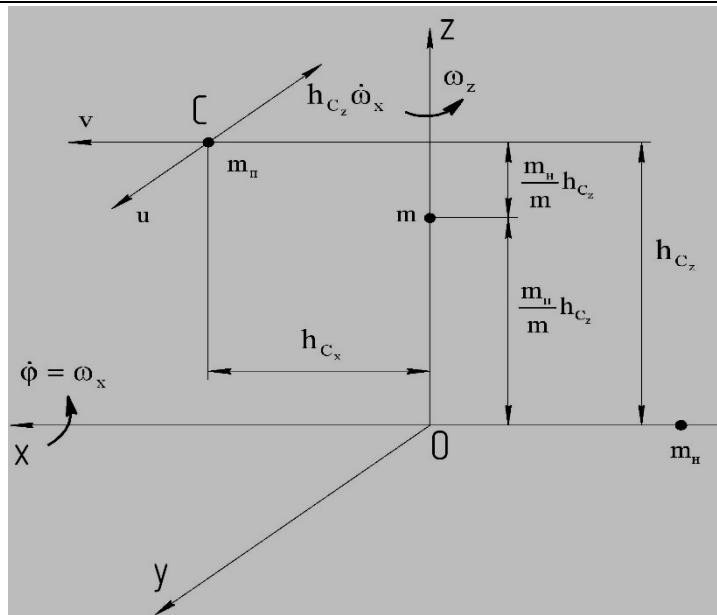


Рисунок 1 – Система координат автомобіля, що має три ступеня волі [7]

Визначимо проекцію сил на вісь Oy :

$$m_{a,n} (\dot{u}_{a,n} + v_{a,n} \omega_{za,n}) = m_{a,n} h_{Cza,n} \dot{\omega}_{xa,n} + \sum Y_{a,n}$$

де $\dot{u}_{a,n}$ - бічне прискорення (вздовж осі Oy);

$v_{a,n}$ - подовжня швидкість автомобіля і причепа (вздовж осі Ox);

$\omega_{za,n}$ - кутова швидкість автомобіля і причепа навколо вертикальної осі Oz ;

$\dot{\omega}_{xa,n}$ - кутове прискорення навколо подовжньої осі Ox ;

$\sum Y_{a,n}$ - сума бічних сил (вздовж осі Oy);

$h_{Cza,n}$ - плече поперечної сили інерції автомобіля і причепа;

$m_{a,n}$ - маса автомобіля, причепа.

Запишемо рівняння обертального руху відносно осі Oz :

- для автомобіля

$$-I_{zxa} \dot{\omega}_{xa} + I_{zza} \dot{\omega}_{za} = aY_1 - bY_2;$$

- для причепа

$$-I_{zxn} \dot{\omega}_{xn} + I_{zzn} \dot{\omega}_{zn} = dY_n.$$

Запишемо рівняння обертального руху відносно осі Ox :

- для автомобіля

$$I_{xx} \dot{\omega}_x - I_{xz} \dot{\omega}_z = m(\dot{u} + v\omega)h_{Cz} + M_x,$$

- для причепа

$$I_{xnn} \dot{\omega}_{xn} - I_{xzn} \dot{\omega}_{zn} = m_n(\dot{u}_n + v_n\omega_n)h_{Czn} + M_{xn},$$

де $m_{a,n}(\dot{u}_{a,n} + v_{a,n}\omega_{an})h_{Cza,n}$ - момент від сили інерції для автомобіля і причепа;

$M_{x,n}$ - момент зовнішніх сил для автомобіля і причепа.

Для знаходження M_x треба визначити вертикальні реакції на колеса автомобіля і причепа.

Розглянемо спочатку автомобіль, рис.2.

Визначимо перерозподіл вертикальних реакцій. Якщо крен відбувається вбік правого (другого) борту, то зміна навантаження на цей борт буде ΔN_{2a} :

$$\Delta N_{2a} = \Delta N_{12a} + \Delta N_{22a},$$

де $\Delta N_{12a}, \Delta N_{22a}$ - зміна вертикального навантаження відповідно на переднє та заднє колесо другого борту автомобіля.

Складемо рівняння рівноваги сил відносно поздовжньої осі автомобіля:

$$\sum m_i(F_i) = 0 \quad \text{або} \quad \Delta N_{2a} \frac{B_a}{2} + m_a g h_{Cza} \sin \varphi + m_a a_{Cy} h_{Cza} \cos \varphi = 0,$$

де φ - кут крену підресорених мас автомобіля.

B_a – колія автомобіля

При крені автомобіля і причепа вправо (див. рис. 2) пружний елемент правої підвіски деформується на величину Δl_{22} , що за законом Гука визначає додаткову вертикальну силу:

$$\Delta N_{22a,n}^K = K_{Z22a,n} \Delta l_{22a,n},$$

де $K_{Z22a,n}$ – коефіцієнт пружності підвіски автомобіля і причепа.

Таким чином для коліс правого та лівого борту автомобіля і причепа можна записати

$$\Delta N_{22a,n}^K = K_{Z22a,n} \Delta l_{22a,n} = \frac{B}{2} \varphi K_{Z22a,n};$$

$$\Delta N_{21a,n}^K = K_{Z21a,n} \Delta l_{21a,n} = \frac{B}{2} \varphi K_{Z21a,n},$$

де $\frac{B}{2} \varphi$ - прогин пружного елемента підвіски автомобіля і причепа.

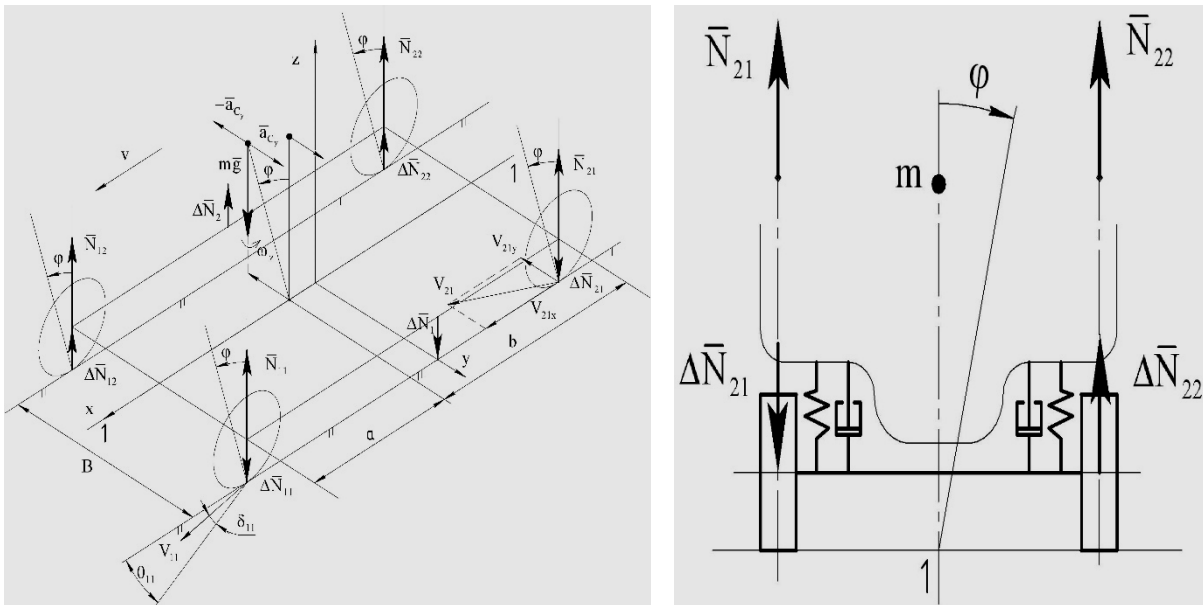


Рисунок 2 – Розрахункова схема автомобіля [7]

Крім цього, виникає додаткова сила $\Delta N_{22a,n}^\beta$ завдяки демпферному елементу, що дорівнює для коліс правого та лівого борту

$$\Delta N_{22a,n}^\beta = \frac{B_{a,n}}{2} \beta_{Z22a,n} \varphi;$$

$$\Delta N_{21a,n}^\beta = \frac{B_{a,n}}{2} \beta_{Z21a,n} \varphi,$$

де $\beta_{Z21a,n}, \beta_{Z22a,n}$ - коефіцієнти опору демпферних елементів підвіски автомобіля і причепа.

Тоді момент зовнішніх сил для автомобіля і причепа $M_{x,n}$ визначиться як:

$$M_{Xa,n} = -\Delta N 2_{a,n} \frac{B_{a,n}}{2} + m_{a,n} g h_{Cza,n} \sin \varphi_{a,n} + m_{a,n} (\dot{u}_{a,n} + v_{a,n} \omega_{a,n}) h_{Cza,n} \cos \varphi_{a,n} + \Delta N_{1a,n} \frac{B_{a,n}}{2},$$

$$\text{де } \Delta N_{2a,n} = \Delta N_{22a,n} + \Delta N_{21a,n} = (\Delta N_{22a,n}^K + \Delta N_{22a,n}^\beta) + (\Delta N_{21a,n}^K + \Delta N_{21a,n}^\beta).$$

При крені кузова автомобіля і причепа на їх колеса почнуть діяти гіроскопічні моменти, які визначаються як [7];

- для гіроскопічного моменту, що діє на колесо автомобіля і причепа, яке нахилиється в результаті крену

$$M_{\dot{a},i}^{\ddot{a}\delta} = I_{Ka,n} \omega_{Ka,n} \omega_{Xa,n} = I_{Ka,n} \frac{v_{a,n}}{r_{Ka,n}} \omega_{Xa,n}$$

- для гіроскопічного моменту, що діє на кероване колесо автомобіля, яке повертається через рульове керування

$$M_{\dot{a}}^{\ddot{a}\delta} = I_{Ka} \omega_{Ka} \omega_{Za} = I_{Ka} \frac{v_a}{r_{Ka}} \omega_{Za},$$

де $I_{Ka,n}$ – момент інерції колеса автомобіля (причепа) щодо осі у;
 $r_{Ka,n}$ – радіус колеса автомобіля і причепа.

Отже, можна записати рівняння руху моделі автопоїзда в поперечній площині:

$$m_a (\dot{u}_a + v_a \omega_{Za}) = m_a h_{Cza} \dot{\omega}_{Xa} + (Y_1 + Y_2);$$

$$L_{ZZa} \dot{\omega}_{Za} - L_{ZXa} \dot{\omega}_{Xa} = a Y_1 - b Y_2 - J_{Ka} \frac{v_a}{r_{Ka}} \omega_{Xa};$$

$$I_{XXa} \dot{\omega}_{Xa} - I_{XZa} \dot{\omega}_{Za} =$$

$$= -\Delta N_{2a} \frac{B_a}{2} + m_a g h_{Cza} \sin \varphi_a + m_a (\dot{u}_a + v_a \omega_a) h_{Cza} \cos \varphi_a + \Delta N_{1a} \frac{B_a}{2} + I_{Ka} \frac{v_a}{r_{Ka}} \omega_{Za};$$

$$L_{ZZn} \dot{\omega}_{Zn} - L_{ZXn} \dot{\omega}_{Xn} = d Y - J_{Kn} \frac{v_n}{r_{Kn}} \omega_{Xn};$$

$$I_{XXn} \dot{\omega}_{Xn} - I_{XZn} \dot{\omega}_{Zn} =$$

$$= -\Delta N_{2n} \frac{B_n}{2} + m_n g h_{Czn} \sin \varphi_n + m_n (\dot{u}_n + v_n \omega_n) h_{Czn} \cos \varphi_n + \Delta N_{1n} \frac{B_n}{2} + I_{Kn} \frac{v_n}{r_{Kn}} \omega_{Zn}.$$

Крен кузова автомобіля і причепа і нахилі їх коліс у поперечній площині призведе до зміни кутів відведення і відповідно сил опору відведенню.

Визначимо сили опору відведення, для коліс, які нахилиються в результаті крену автомобіля і причепа. На рис. 3а представлено колесо передньої осі автомобіля, а на рис. 3б – колесо задньої осі автомобіля і осі причепа.

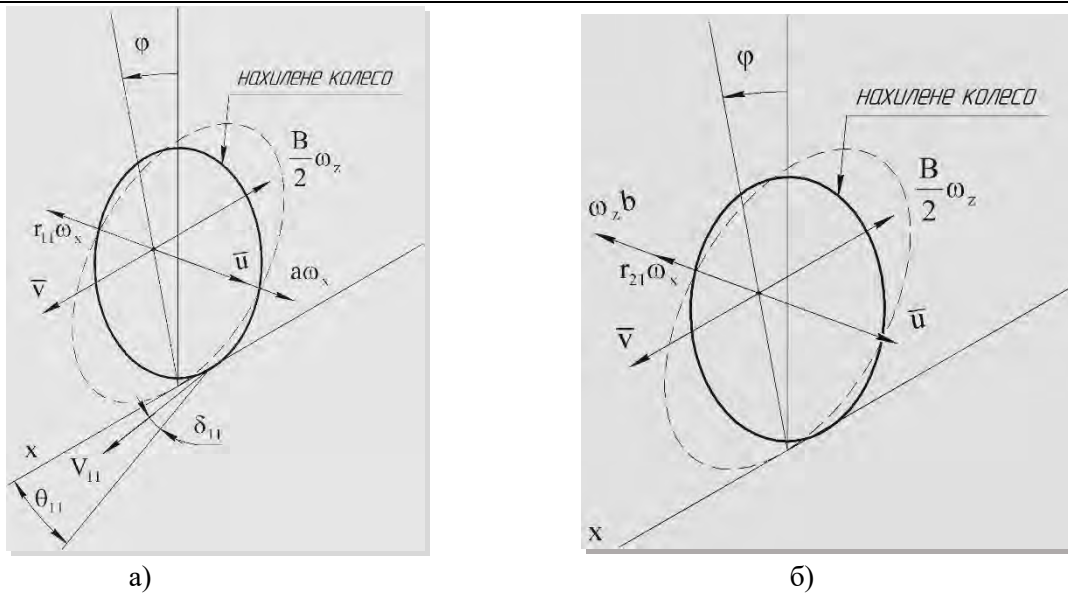


Рисунок 3 – Схема кочення колеса передньої (а) і задньої осі (б) автомобіля і причепа [7]

Використовуючи рис. 2 та рис. 3 маємо

$$V_{21Xa,n} = V_{a,n} - \frac{B_{a,n}}{2} \omega_{Za,n};$$

$$V_{21Ya,n} = \omega_{Za,n} b_{a,n} + r_{21a,n} \omega_{Xa,n} - u_{a,n}.$$

Визначимо кути відведення коліс задньої осі автомобіля і причепа:

$$\delta_{21a,n} = \frac{V_{21Ya,n}}{V_{21Xa,n}} = \frac{\omega_{Za,n} b_{a,n} + r_{21a,n} \omega_{Xa,n} - u_{a,n}}{V_{a,n} - \frac{B_{a,n}}{2} \omega_{Za,n}};$$

$$\delta_{22a,n} = \frac{V_{22Ya,n}}{V_{22Xa,n}} = \frac{\omega_{Za,n} b_{a,n} + r_{22a,n} \omega_{Xa,n} - u_{a,n}}{V_{a,n} + \frac{B_{a,n}}{2} \omega_{Za,n}}$$

Аналогічно визначаються кути відведення для переднього колеса автомобіля:

$$\delta_{11a} = \theta - \frac{V_{11Ya}}{V_{11Xa}} = \theta - \frac{\omega_{Za} b_a - r_{11a} \omega_{Xa} + u_a}{V_a - \frac{B_a}{2} \omega_{Za}};$$

$$\delta_{12a} = \theta - \frac{V_{12Ya}}{V_{12Xa}} = \theta - \frac{\omega_{Za} b_a - r_{12a} \omega_{Xa} + u_a}{V_a + \frac{B_a}{2} \omega_{Za}}.$$

Сили відведення визначаються за рівнянням

$$Y_{ij} = k_{ij} \delta_{ij} + \gamma_{ij} \varphi_{ij},$$

де k_{ij} – коефіцієнти опору відведенню коліс автомобіля і причепа;

γ_{ij} - коефіцієнт пропорційності, що залежить від конструкції шини, тиску повітря в ній, нормального навантаження і властивостей опорної поверхні, по якій котиться колесо [8].

Розглянута просторова модель автомобільного поїзда при відсутності нахилу коліс автомобіля і причепа $(\gamma_{ij}, \varphi_{ij}) = 0$ має таку ж характеристику дивергентної втрати стійкості, що й для плоскої одномасової велосипедної схеми автопоїзда. Аналіз стійкості в загальному випадку просторової

моделі потребує подальшого дослідження, наприклад, можлива флатерна втрата стійкості, що буде відбуватись раніше дивергентної стійкості. Складність аналізу буде пов'язана із визначенням необхідних параметрів, що характеризують підвіску, шини, відцентрові моменти інерції.

ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ.

Показано, що просторова модель автомобільного поїзда при відсутності нахилу коліс автомобіля і причепа має таку ж характеристику дивергентної втрати стійкості, що й для плоскої одномасової велосипедної схеми автопоїзда. Аналіз стійкості в загальному випадку просторової моделі потребує подальшого дослідження, наприклад, можлива флатерна втрата стійкості, що буде відбуватись раніше дивергентної стійкості. Складність аналізу буде пов'язана із визначенням необхідних параметрів, що характеризують підвіску, шини, відцентрові моменти інерції, що діють як на автомобіль, так і причіп.

ВИСНОВКИ

На основі проведених досліджень можна зробити такі висновки:

- удосконалена система рівнянь плоскопаралельного руху автопоїзда з одновісним причепом категоріє O_1 ;

- визначені бічні реакції на колесах автомобіля і причепа при крені кузова;

- визначені кути відведення коліс автомобіля і причепа, обумовлені їх креном кузова;

- розроблено просторову математичну модель автомобільного поїзда у поперечній площині.

Така модель може використовуватись для дослідження курсової стійкості руху автомобільних поїздів, зокрема з причепами категорії O_1 . З її використанням можна уточнити параметри курсової такого автопоїзда;

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Стельмашук В.В. До питання комплектації автопоїзда з причепом категорії O_2 / В.В.Стельмашук, Р.В.Пазін // Науковий журнал // Вісник Машинобудування та транспорту. Вінниця, 2016 - № 2. – С. 97-105.

2. Литвинов Л.С. Управляемость и устойчивость автомобиля.– М.: Машиностроение, 1971. – 416 с. 3. Трехзвенные автопоезда / Я.Е.Фаробин, А.М.Якобашвили, А.М.Иванов и др. Под общ. ред. Я.Е.Фаробина – Машиностроение, 1993. – 224 с.: ил.

4. Автомобили. Устойчивость: Монография / В.Г.Вербицкий, В.П.Сахно, А.П. Кравченко, А.В.Костенко, А.Э.Даниленко.–Луганск: Изд-во «Ноулидж», 2013.–176 с.: ил.

5. Сахно В.П. До визначення показників маневреності і стійкості автопоїзда категорії $M1$ / В.П.Сахно, Р.М.Кузнецов, В.В.Стельмашук, Л.С.Козачук // Вісник СевНТУ. Збірник наукових праць. Серія Машиноприладобудування та транспорт. – Випуск 152/2014. – С. 48-51.

6. Сахно В.П. Вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на стійкість руху автопоїздів категорії $M1$ / В.П.Сахно, В.В.Стельмашук, Л.С.Козачук // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. – №2-3. – 2014. – С.83-92.

7. До питання про розробку математичної моделі легкового автомобіля з урахуванням крену / В.П. Сахно, В.Г. Вербицький, А.В. Костенко, О.С. Волохов, Д.М. Яценко // Управління проектами, системний аналіз і логістика. Науковий журнал. – 2011. – №8. – С. 166 – 171.

8. Эллис Д.Р. Управляемость автомобиля: Пер. с англ.–М.: Машиностроение, 1975 – 216 с.

REFERENCES

1. Stelmashchuk V.V. On the issue of completing a road train with a trailer of category $O2$ / V.V. Stelmashchuk, R.V. Pazin // Scientific journal // Bulletin of Mechanical Engineering and Transport. Vinnytsia, 2016 - № 2. - P. 97-105.

2. Litvinov L.S. Controllability and stability of the car.– М.: Mechanical engineering, 1971. - 416 p.

3. Three-link road trains / J.E. Farobin, A.M. Yakobashvili, A.M. Ivanov, etc. Under LS. ed. Ya.E.Farobina - Mechanical Engineering, 1993. - 224 p.: ill.

4. Cars. Stability: Monograph / V.G. Verbitsky, V.P. Sakhno, A. P. Kravchenko, A.V. Kostenko, A.E. Danilenko. – Lugansk: Knowledge Publishing House, 2013. – 176 p.: ill.

5. Sakhno V.P. To determine the indicators of maneuverability and stability of the road train category $M1$ / V.P. Sakhno, R.M. Kuznetsov, V.V. Stelmashchuk, L. S. Kozachuk // Bulletin of SevNTU. Collection of scientific works. Mechanical engineering and transport series. - Issue 152/2014. - P. 48-51.

6. Sakhno V.P. Influence of constructive and operational factors on stability of movement of auto-trains of category M1 / V. P. Sakhno, V.V. Stelmashchuk, L.S. Kozachuk // Bulletin of Donetsk academy of motor transport. - №2-3. - 2014. - P.83-92.

7. On the question of developing a mathematical model of a car taking into account the roll / V.P. Sakhno, V.G. Verbytsky, A.V. Kostenko, O.S. Volokhov, D.M. Yashchenko // Project Management, Systems Analysis and Logistics. Scientific journal. - 2011. - №8. – P. 166 - 171.

8. Ellis D.R. Car handling: Lane. с англ. – М.: Машиностроение, 1975 - 216 с.

V. Sakhno, S. Sharai, I. Murovaniy, I. Chovcha. To the development of a mathematical model of a road train with a category O1 trailer in the transverse plane.

Stability and handling are the most important indicators of quality among the performance properties of vehicles stored in all modes. The choice of design parameters of vehicles that provide these properties increases the active safety of operation and reduces the likelihood of accidents in transport operations. Stability and controllability of vehicles together must ensure the driver's confidence in the implementation of the specified driving mode, eliminate the involuntary occurrence of dangerous deviations from the mode and maintain the possibility of rapid adjustment with subsequent stabilization.

The curvilinear or close to it mode of movement is the main among possible in work of the M1 category road trains. Today, the current intensive flows of vehicles stored traffic on public roads with their constant forced "permutations" cause the problem of the possibility of rapid adjustment of the straight course after moving to the adjacent lane and ensuring stability at the same time.

In the study of the stability of the road train consider a plane-parallel motion of its links. It is believed that the normal reactions of the support surface on the wheels of the starboard and port sides are the same. However, with a high location of the center of mass of the trailer, a significant change in the reactions of the support surface on its wheels is possible. Therefore, the movement of the road train was considered both in the horizontal and in the longitudinal vertical and transverse planes.

As a result of the conducted researches the equations system of plane-parallel motion of a road train with uniaxial trailer of category O1 is improved, lateral reactions on wheels of the car and the trailer at a body roll, wheel angles of the car and the trailer are defined.

Key words: road train, course stability, controllability, plane-parallel motion, mathematical model, speed of movement, transverse plane.

САХНО Володимир Прохорович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри автомобілів Національного транспортного університету, e-mail: sakhno@ntu.edu.ua. <https://orcid.org/0000-0002-5144-7131>

ШАРАЙ Світлана Михайлівна, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри міжнародних перевезень та митного контролю Національного транспортного університету, e-mail: Svetasharai@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0001-6568-4990>

МУРОВАНИЙ Ігор Сергійович, кандидат технічних наук, доцент, декан факультету транспорту та механічної інженерії Луцького національного технічного університету, e-mail: igor_lntu@ukr.net. <https://orcid.org/0000-0002-9749-980X>

ЧОВЧА Ірина Василівна, аспірант кафедри автомобілів, Національний транспортний університет, e-mail: sakhno@ntu.edu.ua

Volodymyr SAKHNO, Doctor of Science in Engineering, Professor, Head of Automobiles Department, National Transport University, e-mail: sakhno@ntu.edu.ua. <https://orcid.org/0000-0002-5144-7131>

Svitlana SHARAI, PhD. in Engineering, Associate Professor, Professor, Department of International Transport and Customs Control, National Transport University, e-mail: Svetasharai@gmail.com <http://orcid.org/0000-0001-6568-4990>

Igor MUROVANYI, PhD. in Engineering, Assoc. Professor, Dean of the Faculty of Transport and Mechanical Engineering, Lutsk National Technical University, e-mail: igor_lntu@ukr.net. <https://orcid.org/0000-0002-9749-980X>

Irina CHOVCHA, graduate student of the Department of Automobiles, National Transport University, e-mail: sakhno@ntu.edu.ua.

DOI 10.36910/automash.v2i17.645