УДК 514.742.2:512.623.2

Б. И. Стрикица

Уточнение некоторых положений теории электромагнитных полей

(Представлено академиком НАН Украины В. И. Махненко)

Відзначено деякі некоректності в теорії електромагнітних полів. Для їх усунення застосовано розроблений автором математичний апарат — алгебра кватерніонних векторів. З використанням цього апарату одержаний чотиривимірний векторний потенціал, що складається з суми двох векторних потенціалів (один з них формується зі швидкістю світла, а другий — зі швидкістю, що дорівнює швидкості руху однієї інерціальної системи відліку відносно іншої). На базі цих потенціалів одержано залежності для напруженості електричного поля і для магнітної індукції, що складаються з двох компонент (часової і просторової). Ці залежності дозволяють внести корективи в основні залежності теорії електромагнітних полів.

В работе приняты обозначения: $\vec{K}_t$, $\vec{K}_c$, $\vec{K}_\theta$ — кватернионные векторы "длины", скорости, потока; $\vec{A}_c$, $\vec{E}_c$, $\vec{B}_c$; $\vec{A}_v$, $\vec{E}_v$, $\vec{B}_v$; $\vec{A}_\mu$, $\vec{E}_\mu$, $\vec{B}_\mu$ — компоненты потенциала, электрического напряжения, магнитной индукции, формирующиеся соответственно со скоростью света и со скоростью, равной скорости движения одной инерциальной системы относительно другой, и их 4-мерные результирующие.

В теории электромагнитных полей существует ряд некорректных положений, которые рассмотрим на примере работы [1]. Так, в ней констатируется: "Короче говоря, величина $\vec{A}_\mu = (\varphi, \vec{A})$ есть четырехвектор. То, что мы называли скалярным и векторным потенциалами, оказывается только разными частями от одной и той же физической величины. Они неотделимы друг от друга". Однако с математической точки зрения объединение путем суммирования двух принципиально разных величин (скалярной и векторной) является логически не строгим. Далее в работе [1] обращается внимание на то, что "в вектор-потенциальной функции есть некоторый произвол. Две разные вектор-потенциальные функции $\vec{A}$ и $\vec{A}'$, отличающиеся на градиент $\bigtriangledown\psi$ некоторой скалярной функции, представляют одно и то же магнитное поле (потому что ротор градиента равен нулю)". Однако, как показано ниже, существует два вида градиента потенциала (временной и пространственный), а ротор временного градиента потенциала не равен нулю. Затем в работе [1] утверждается: "чтобы не влиять на поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ (т. е. не меняя физики), ... будем всегда изменять $\vec{A}$ и φ вместе по правилам

$$\vec{A}' = \vec{A} + \bigtriangledown\psi, \qquad \varphi' = \varphi - \frac{\partial\psi}{\partial t}.$$

Это ограничение искусственно.

Постановка задачи. Выявить причины возникновения этих некорректностей и наметить пути их устранения.

Из анализа работ по теории электромагнитных полей мы пришли к выводу, что основная причина возникновения их связана с тем, что описание магнитной индукции вследствие ее недостаточной изученности представлено, в отличие от напряженности электрического поля, в виде одной компоненты. При этом для описания электромагнитного поля подошел аппарат "четырех векторов". Однако он не обладает свойством замкнутости по отношению к действиям дифференциальных операторов. На базе алгебры кватернионных векторов [2] проведены выкладки, устраняющие отмеченные некорректности. Вводим кватернионный вектор

$$\vec{K}_t = c \cdot t \cdot \sqrt{3}\vec{e}_0 + (y_1 \cdot i \cdot \vec{e}_{y_1} + z_1 \cdot j \cdot \vec{e}_{z_1} + x_1 \cdot k \cdot \vec{e}_{x_1}), \tag{1}$$

где c — скорость света; t — время; $\sqrt{3}\vec{e}_0 = \vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z$; i, j, k — мнимые числа; x_1, y_1, z_1 — координаты.

Продифференцируем $\vec{K}_t$ по времени и в результате получим кватернионный вектор скорости

$$\vec{K}_c = \frac{\partial \vec{K}_t}{\partial t} = c \cdot \sqrt{3} \cdot \vec{e}_0 + \sqrt{3} \cdot i_0 \cdot \vec{v}, \tag{2}$$

где $\sqrt{3} \cdot i_0 = \sqrt{(i^2 + j^2 + k^2)} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1}$; $\vec{v} = v_{y_1} \cdot \vec{e}_{y_1} + v_{z_1} \cdot \vec{e}_{z_1} + v_{x_1} \cdot \vec{e}_{x_1}$. Умножим $\vec{K}_c$ скалярно на любой локальный физический параметр θ_1 и в результате, согласно [3], получим поток соответствующего ему параметра

$$\vec{K}_\theta = \sqrt{3} \cdot \theta_1 \cdot (c \cdot \vec{e}_0 + i_0 \cdot \vec{v}). \tag{3}$$

Принимаем $\sqrt{3} \cdot \theta_1 = \theta$. В случае $\theta = \varphi/c^2$ получим

$$\vec{K}_{\varphi c} = \vec{K}_c \cdot \frac{\varphi}{c^2} = c \cdot \frac{\varphi}{c^2} \cdot \vec{e}_0 + i_0 \cdot \frac{\varphi}{c^2} \cdot \vec{v} = \vec{A}_c + i_0 \cdot \vec{A}_v = \vec{A}_\mu, \tag{4}$$

где $\vec{A}_c$, $\vec{A}_v$, $\vec{A}_\mu$ — векторные потенциалы, формирующиеся со скоростью света, со скоростью $\vec{v}$, 4-мерный потенциал.

Запишем оператор Гамильтона в виде $\bigtriangledown_\mu = \bigtriangledown_c + i_0 \cdot \bigtriangledown_v$:

$$\bigtriangledown_c = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \vec{e}_z = \frac{\partial}{\partial (ct)} \cdot \vec{e}_0 \cdot \sqrt{3}, \tag{5}$$

где $x = y = z = ct$ (см. [2]), и

$$\bigtriangledown_v = \frac{\partial}{\partial x_1} \cdot \vec{e}_{x_1} + \frac{\partial}{\partial y_1} \cdot \vec{e}_{y_1} + \frac{\partial}{\partial z_1} \cdot \vec{e}_{z_1}. \tag{6}$$

Применим операторы дифференцирования к кватернионному вектору с учетом того, что $\vec{K}_c$ — постоянный вектор:

$$\frac{\partial \vec{K}_\theta}{\partial t} = \frac{\partial(\vec{K}_c \cdot \theta)}{\partial t} = \vec{K}_c \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} + \theta \cdot \frac{\partial \vec{K}_c}{\partial t} = c \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot \vec{e}_0 + i_0 \cdot \vec{v} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t}, \tag{7}$$

$$\bigtriangledown \times \vec{K}_\theta = \bigtriangledown \times (\vec{K}_c \cdot \theta) = \bigtriangledown \times (c \cdot \theta \cdot \vec{e}_0 + i_0 \cdot \vec{v} \cdot \theta) = c \cdot \bigtriangledown \times (\theta \cdot \vec{e}_0) + i_0 \cdot \bigtriangledown \times (\vec{v} \cdot \theta). \tag{8}$$

В случае $\theta = \varphi/c^2$ из зависимости (7) получим

$$\frac{\partial \vec{K}_{\varphi c}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(c \cdot \frac{\varphi}{c^2} \cdot \vec{e}_0 + i_0 \cdot \frac{\varphi}{c^2} \cdot \vec{v}\right), \tag{9}$$

т. е. получаем напряженность электрического поля

$$\vec{E}_\mu = -\frac{\partial \vec{A}_\mu}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{A}_c}{\partial t} - i_0 \cdot \frac{\partial \vec{A}_v}{\partial t} = -\frac{\partial(\varphi \cdot \vec{e}_0)}{\partial(ct)} - i_0 \cdot \frac{\partial \vec{A}_v}{\partial t} = -\bigtriangledown_c \varphi - i_0 \cdot \frac{\partial \vec{A}_v}{\partial t} =$$
$$= \vec{E}_c + i_0 \cdot \vec{E}_v, \tag{10}$$

где $\vec{E}_c$, $\vec{E}_v$, $\vec{E}_\mu$ — компоненты электрического напряжения, формирующиеся со скоростью света, со скоростью $\vec{v}$, 4-мерное электрическое напряжение; $\bigtriangledown_c\varphi$ — "временной" градиент потенциала, который не тождественен "пространственному" градиенту. Для "временного" градиента потенциала имеем

$$\bigtriangledown \times \frac{\partial(\varphi \cdot \vec{e}_0)}{\partial(ct)} = \frac{\partial}{\partial(ct)}(\varphi \cdot (\bigtriangledown \times \vec{e}_0) + \bigtriangledown\varphi \times \vec{e}_0) = \frac{\partial}{\partial(ct)}(\bigtriangledown\varphi \times \vec{e}_0) =$$
$$= \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\bigtriangledown\varphi \times \vec{e}_0) \neq 0. \tag{11}$$

Для $\theta = \varphi/c^2$ из зависимостей (4) и (8) получим

$$\bigtriangledown \times \vec{K}_{\varphi c} = \bigtriangledown \times \left(\vec{K}_c \cdot \frac{\varphi}{c^2}\right) = \bigtriangledown \times \left(c \cdot \frac{\varphi}{c^2} \cdot \vec{e}_0 + i_0 \cdot \frac{\varphi}{c^2} \cdot \vec{v}\right). \tag{12}$$

Отсюда имеем определение магнитной индукции

$$\vec{B}_\mu = \bigtriangledown \times \vec{A}_c + i_0 \cdot \bigtriangledown \times \vec{A}_v = \vec{B}_c + i_0 \cdot \vec{B}_v, \tag{13}$$

где $\vec{B}_c$, $\vec{B}_v$, $\vec{B}_\mu$ — компоненты магнитной индукции, формирующиеся со скоростью света, со скоростью $\vec{v}$, 4-мерная магнитная индукция.

Из опытных данных известно, что малые значения скорости упорядоченного движения свободных зарядов в проводниках не приводят к запаздыванию зажигания электроламп, включения электромоторов и т. п. При включении электрической цепи вдоль проводов со скоростью света распространяется электромагнитное поле с компонентами электрической напряженности $\vec{E}_c$, а также магнитной индукции $\vec{B}_c$. Это поле приводит в движение свободные электрические заряды одновременно во всех проводниках электрической цепи, в результате чего появляются компоненты электрической напряженности $\vec{E}_v$ и магнитной индукции $\vec{B}_v$. Это подтверждает новое определение магнитной индукции.

Полученные результаты позволяют внести соответствующие коррективы в уравнения Максвелла.

1. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. – Москва: Мир, 1965. – 343 с.
2. *Стрикица Б. И.* Комплексные и кватернионные векторы, матрицы, изоморфные комплексным числам и векторам, кватернионам и кватернионным векторам. – Одесса: Печатный дом, 2006. – 75 с.
3. *Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д.* Элементы математической физики. – Москва: Наука, 1973. – 351 с.

Одесский национальный морской университет
Поступило в редакцию 01.08.2008

Strikitsa B. I.

A correction of some positions of the theory of electromagnetic fields

Some inaccuracies in the theory of electromagnetic fields are indicated. The mathematical apparatus (the algebra of quaternion vectors) developed by the author is applied to remove them. The vector potential in four dimensions is the sum of two vector potentials (one of them is formed with the velocity of light, and the second — with the velocity which is equal to the velocity of motion of one inertial system relatively to another one). The dependences of the strength of the electric field and the magnetic induction are obtained on basis of these potentials. They consist of two components ("temporal" and "spatial"). These dependences correct the basic dependences of the theory of electromagnetic fields.