

Н. Л. Миронцов

## Оценка влияния погрешности на решение обратной задачи индукционного каротажа

*(Представлено академиком НАН Украины В. И. Старостенко)*

*Розглянуто питання впливу похибки індукційного каротажу на величину похибки розв'язку оберненої задачі для пластів обмеженої потужності. Показано, що розв'язок, представлений рядом Фур'є обмеженої кількості членів, стійкий для дозволених на практиці величин похибки. Висновки ґрунтуються на моделюванні індукційного каротажу різноманітними зондами в умовах Дніпровсько-Донецької западини та Західного Сибіру.*

Решение значительной части обратных задач геофизики сводится к уравнению Фредгольма первого рода типа свертки (УФ) [1, 2]. Такая задача некорректно поставлена по Адамару и соответственно ее решение требует применения регуляризационных методов [3]. Однако так как результат любого измерения — совокупность величины непосредственно измерения и величины погрешности (соответствующей этому измерению), то начальным условием решения УФ будет не значение измеряемой функции, а некий доверительный интервал, относящийся к каждому значению измерения [4]. И если для теоретических исследований некоторых аспектов методологии решения УФ или сравнения эффективности различных подходов можно считать, что начальные данные заданы без погрешности, то для практического применения алгоритма решения УФ вопрос влияния погрешности измерения на окончательный результат является определяющим при оценке эффективности любого метода в целом.

Рассмотрим один из основных методов геофизического исследования скважин — индукционный каротаж (ИК) [5]. Решение его обратной задачи сводится к решению УФ:

$$\tilde{\sigma}(z) = \int_L g(z')\sigma(z - z') dz, \quad (1)$$

где  $z$  — координата в цилиндрической системе координат,  $g$  — вертикальный геометрический фактор зонда,  $\tilde{\sigma}$  — измеряемая кажущаяся проводимость (КП),  $\sigma$  — искомая удельная электрическая проводимость (УЭП) [5, 6]. Формула, связывающая коэффициенты ряда Фурье  $\sigma_n$ ,  $\tilde{\sigma}_n$ ,  $g_n$  функций, входящих в уравнение (1):

$$\sigma_n = \frac{\tilde{\sigma}_n}{g_n^*}, \quad (2)$$

прямо следует из теоремы о свертке [7, 8]. Таким образом, решение (1) можно представить в виде ряда Фурье с коэффициентами, рассчитанными по уравнению (2). Функцию, представленную таким рядом конечного числа членов (от  $-n$  до  $n$ ), рассчитанных по фор-

муле (2), будем обозначать  $\sigma'_n$ . Число членов ряда можно выбрать из условия минимума функционала [9]:

$$F_{L2}(n) = \sqrt{\int_L \left| \sigma(z) - \int_L g(z' - z) \tilde{\sigma}_n(z') dz' \right|^2 dz} \quad (3)$$

или в другом нормированном пространстве на усмотрение интерпретатора [8].

Этот метод оказался эффективным для решения задачи УФ при отсутствии погрешности, соответствующей реальным условиям каротажа (присутствовала только незначительная погрешность численного интегрирования и дискретного представления функции КП). Добавим теперь в левую часть уравнения (1) функцию  $\delta(z)$ , которая и будет соответствовать реальной погрешности каротажа.

Вид функции  $\delta$  определяется типом моделируемой погрешности (случайная, систематическая, измерения и т. п.). Основным ограничением на такой вид будет принятое в промысловой геофизике для метода ИК ограничение на допустимую величину погрешности измерения (соотношение “шум/сигнал”) [10]:

$$|\delta(z)| \leq \alpha \cdot \tilde{\sigma}(z), \quad \alpha = 0,1. \quad (4)$$

Это ограничение может соответствовать бесконечному числу функций  $\delta$ . Рассмотрим три их типа.

Во-первых, рассмотрим вид случайной погрешности, когда функция погрешности задается для каждого измерения с помощью “генератора случайных чисел”.

Во-вторых, представим доверительный интервал решения УФ (соответствующий выбранному значению  $\alpha$ ) в виде интервала между решениями двух уравнений:

$$(1 + \alpha) \tilde{\sigma}(z) = \int_L K(z' - z) \sigma(z') dz', \quad (5)$$

$$(1 - \alpha) \tilde{\sigma}(z) = \int_L K(z' - z) \sigma(z') dz'. \quad (6)$$

В-третьих, рассмотрим вид погрешности в виде некоей периодической функции, период которой превышает шаг измерения (случай, когда период такой функции меньше шага записи, соответствует первому типу). Этот тип можно сопоставить с любым видом функции погрешности, удовлетворяющей уравнению (1), так как любая функция может быть представлена в виде ряда периодических функций.

На рис. 1 представлены результаты для первого типа задания погрешности для зонда И2,05 (длина зонда равна 2,05 м, шаг измерения 0,1 м). Заметим, что при непосредственном решении уравнения (1) при наличии погрешности в виде случайной величины, результат был негативным (решение без учета погрешности и с ее учетом отличалось в сотни раз). Однако оказалось, что применение простой процедуры “сглаживания” [8] для начальных условий позволило устранить случайную составляющую. Таким образом, решение УФ для такого типа погрешности никак не отличается для решения без погрешности. Задача в этом случае сводится к фильтрации входного сигнала.

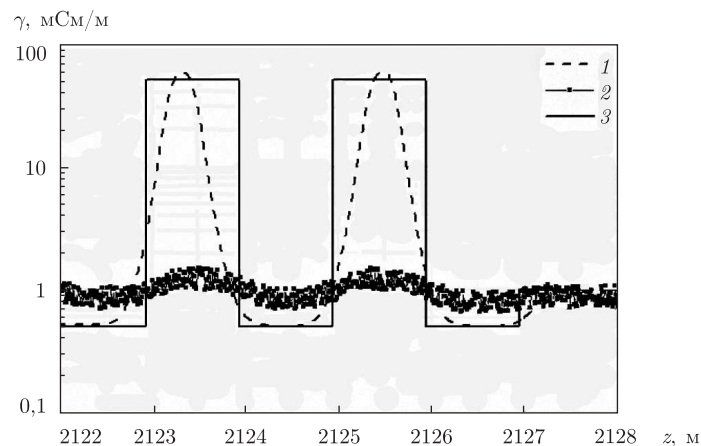


Рис. 1. Диаграмма проводимости для зонда И2,05: 1 — рассчитанная проводимость  $\sigma'_n$ ; 2 — КП (с учетом заданной случайной погрешности)  $\tilde{\sigma}$ ; 3 — искомая УЭП  $\sigma$

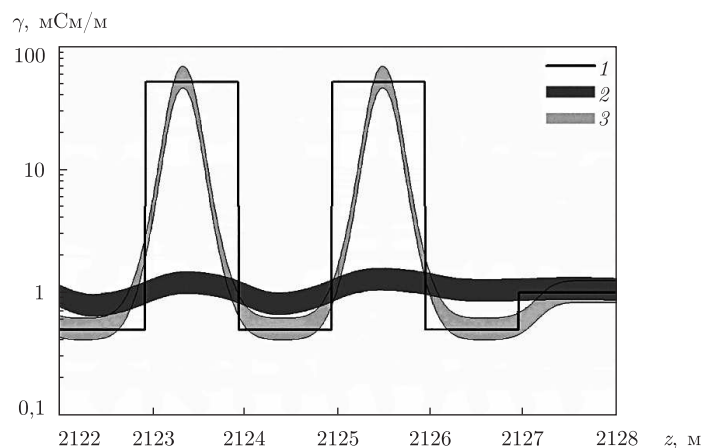


Рис. 2. Диаграмма проводимости для зонда И2,05: 1 — искомая УЭП  $\sigma$ ; 2 — доверительный интервал КП  $\tilde{\sigma}$ ; 3 — доверительный интервал рассчитанной проводимости  $\sigma'_n$

На рис. 2 представлены результаты для второго типа задания погрешности для зонда И2,05. Очевидно, что для рассматриваемого примера величина доверительного интервала решения УФ количественно соответствует доверительному интервалу заданных начальных условий.

Как показало моделирование, результат решения для третьего типа погрешности оказался сопоставимым по величине с результатом второго типа погрешности. Для подтверждения этого результата выполнено также моделирование для различных типов разрезов, соответствующих условиям Днепровско-Донецкой впадины и Западной Сибири. При этом величина  $\alpha$  варьировалась от 0,1 до 1,0 для различных длин зондов (0,5; 0,75; 1,25; 2,05 м [11]).

На основании проведенных расчетов были сделаны следующие выводы: метод решения УФ, основанный на представлении результата в виде ряда Фурье, эффективен при решении практических задач ИК в условиях Днепровско-Донецкой впадины и Западной Сибири при величине погрешности, соответствующей максимально допустимой при геофизическом исследовании скважин.

Автор выражает глубокую признательность акад. НАН Украины В. И. Старостенко, д-ру физ.-мат. наук В. Н. Шуману и канд. техн. наук Р. С. Челокьяну за высказанные замечания и внимание к работе.

1. Старостенко В. И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – Киев: Наук. думка, 1973. – 111 с.
2. Страхов В. Н. О решении некорректных задач магнито- и гравиметрии, представляемых интегральным уравнением типа свертки. 1 // Физика Земли. – 1967. – № 4. – С. 36–54.
3. Старостенко В. И., Оганесян С. М. Некорректно поставленные задачи по Адамару и их приближенное решение методом регуляризации А. Н. Тихонова // Геофиз. журн. – 2001. – **23**. – С. 3–20.
4. Измерение: Физический энциклопедический словарь / Под. ред. А. М. Прохорова. – Москва: Сов. энциклопедия, 1984. – 208 с.
5. Доль Г. Г. Теория индукционного метода исследования разрезов скважин и его применение в скважинах, пробуренных с глинистым раствором на нефти // Вопросы промышленной геофизики. – Москва: Гостоптехиздат, 1957. – 252–274 с.
6. Кауфман А. А. Теория индукционного каротажа. – Москва: Наука, 1965. – 236 с.
7. Свертка: Математическая энциклопедия. Т. 4 / Под. ред. И. М. Виноградова. – Москва: Сов. энциклопедия, 1984. – 1216 с.
8. Миронцов Н. Л. Решение уравнения Фредгольма первого рода типа свертки для задач индукционного каротажа // Геофиз. журн. – 2009. – **31**, № 3. – С. 116–120.
9. Миронцов Н. Л. Способ решения 2D обратной задачи индукционного каротажа // Там же. – 2009. – **31**, № 4. – С. 196–203.
10. Техническая инструкция по проведению геофизических исследований и работ приборами на кабеле в нефтяных и газовых скважинах / Под. ред. Р. Т. Хаматдинова. – Москва: Мин-во энергетики: “ГЕРС”, 2002. – 270 с.
11. Миронцов М. Л. Метод швидкого розв’язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Геофиз. журн. – 2007. – **29**, № 5. – С. 212–214.

Институт геофизики им. С. И. Субботина  
НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 23.06.2010

**M. L. Myrontsov**

### **Analysis of the error effect on a solution of the inverse problem of induction logging**

*The question of an influence of errors of the induction logging on the error of the inverse problem solution for strata with restricted thicknesses is considered. It is shown that the solution represented in the form of a Fourier series with limited number of terms is stable for errors allowable in practice. The conclusions are based on the modeling of a logging executed with various probes under conditions of the Dnieper-Donets depression and the Western Siberia.*