

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ НЕОДНОРІДНОГО СТРАХОВОГО ПОРТФЕЛЯ

Розглянуто та проаналізовано складні та специфічні випадки структури страхового портфеля. Визначено функції розподілу, що характеризують дійсні значення показників діяльності страхової компанії та ризику найбільш точно. Розроблено рекомендації для апроксимації суб'єктивної функції розподілу. Аналіз проведено на основі реальних показників діяльності страхової компанії.

Ключові слова: страховий портфель, функція розподілу, ймовірність, ризик у страхуванні, математичне сподівання, дисперсія, асиметрія, ексцес.

Динамічність економічної системи загалом та сфери страхування зокрема обумовлюють необхідність у розробленні методологічної бази аналізу цього виду діяльності. На сучасному етапі провідні страхові компанії України для дослідження своєї діяльності користуються послугами європейських компаній, оскільки в нашій країні ще не розроблено дієвої методики актуарного аналізу всіх напрямів страхування, яка б могла на рівних конкурувати із західними аналогами. Та кожна система характеризується власною специфікою, тому варто зосередитись на аналізі та розробці релевантних методів аналізу страхового бізнесу України.

В умовах непередбачуваної динамічної економіки, що склалася в нашій країні, страхування несе надзвичайно велику суспільну функцію, а саме: робить нас менш беспорядними перед надзвичайними ситуаціями. У зв'язку з тим, що страхові компанії беруть на себе більшість як економічних, так і природних ризиків, яким піддаються юридичні та фізичні особи, виникає необхідність постійної оцінки загального ризику діяльності страхової компанії, адже від успішності страхової компанії залежить кожен її клієнт.

Предмет дослідження: економіко-математичні моделі розрахунку ймовірності банкрутства страхової компанії, імітаційні моделі.

Об'єкт дослідження: ймовірність краху та характеристики портфелю страхової компанії. Загалом же в широкому розумінні об'єктом дослідження є страхування в цілому, як діяльність, що пов'язана з ризиком.

Більшість фахівців з економіко-математичного моделювання зробили вагомий внесок у розвиток вітчизняних розробок у сфері актуарної математики. Серед них можна назвати таких, як Вітлінський В. В. (вдосконалює методи міри ризиків у страхуванні) [4], Карташов М. (аналіз процесів Маркова в страхуванні) [7], Мішура Ю. (застосування стохастичного моделювання) [8], Черняк О. І. (апроксимація ймовірності банкрутства компанії) [14].

Але переважна більшість вітчизняних робіт орієнтується на апроксимацію праць зарубіжних вчених. Широкий спектр проблем страхування вже досліджено за кордоном, найбільша увага звертається на обґрунтуванню вибору функції розподілу ймовірностей для моделювання страхової діяльності. Значний внесок у розвиток актуарної науки та моделювання загалом

зробили І. Т. Балабанов [1], Н. Бауерс [2], К. Бурнецькі [3], Х. Гербер [5], Д. Гренделл [6], Т. Рольські [10], Е. Слад [11], Г. І. Фалін [12] та інші.

Метою роботи є дослідження властивостей портфеля страхової компанії, що фокусується на двох і більше нішах ринку, та вибір оптимальних розподілів для моделювання ризиків у страхуванні, вироблення методології апроксимації функції, що забезпечує найбільшу точність при моделюванні ризиків страхової компанії.

Кожна фінансова страхова величина генерується за певним розподілом, і саме вибір адекватного розподілу є центральною проблемою будь-якої моделі страхової компанії.

Більшість іноземних дослідників у своїх роботах зупиняють свою увагу на наступні розподіли:

- Лог-Нормальний розподіл
- розподіл Паретто
- Гамма-розподіл
- розподіл Кокса
- розподіл Вейбулла
- Розподіл Бурра

Переважає більшість дослідників використовує один з перелічених вище розподілів, хоча, як доведено, їхнє застосування не завжди буде виправданим. Тому постає необхідність у виробленні методики побудови власного розподілу для кожного окремо взятого випадку. Тобто, ми маємо загальні умови для функцій розподілу ймовірностей:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1, \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x) dx = m, \int_{-\infty}^{\infty} x^2 * f(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \right)^2 = \sigma^2, \quad (1)$$

де m – математичне сподівання, σ^2 – дисперсія.

Беремо певну функція, що відповідає умовам форми розподілу, наприклад:

$$f(x) = x^2 e^{-x}. \quad (2)$$

Тепер вводимо у функцію параметри та підбираємо їх таким чином, щоб виконувались усі умови та сума квадратів похибок між значеннями отриманими з-за допомогою даного розподілу і дійсними даними були найменшими. Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо виведену суб'єктивну функцію розподілу, релевантну саме для портфеля нашої компанії.

Але це ж звичайно не межа точності. Розглянемо наступну ілюстрацію:

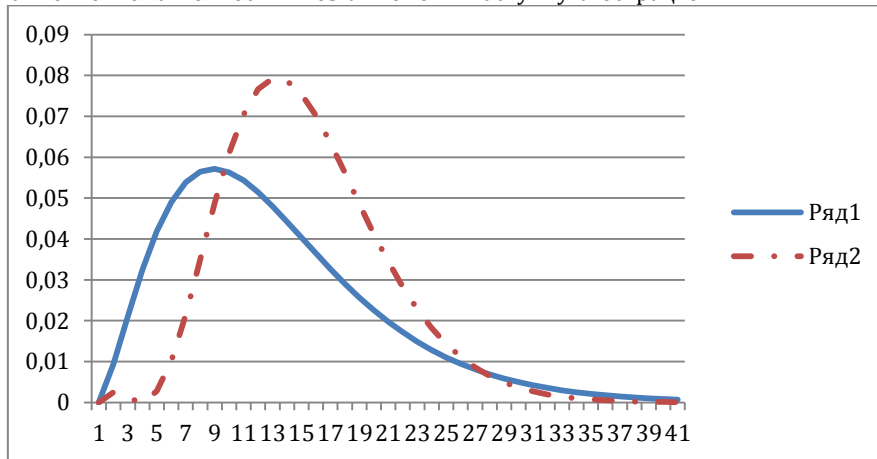


Рис. 1. Співвідношення двох щільностей функцій розподілу

Отже, наведено наступні дві щільності функцій розподілу:

$$\text{Ряд 1} - f(x) = x * (x + a) * e^{\left(\frac{-x}{b}\right)}, \quad (3)$$

$$\text{Ряд 2} - f(x) = x * \ln(x + \alpha)^2 * (x - \beta)^2 * e^{\frac{x \cdot \gamma}{\delta}}, \quad (4)$$

де $a, b, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ - параметри.

Ці функції характеризуються однаковими математичними сподіваннями та дисперсіями, тобто задовольняють раніше висунуті умови. Спираючись на це можна зробити висновок, що обидві функції чудово підходять для моделювання страхової діяльності. Водночас очевидно, що одна з двох зазначених функцій розподілу забезпечить меншу похибку при моделюванні окремо взятої страхової компанії. Цей факт спричинений різним характером форми «хвостів» розподілів. У результаті моделювання, наприклад, страхових премій обома функціями по черзі ми отримаємо відносно однакові загальні суми премій але абсолютно різні частки премій величиною до 1000 грн. і премій більших за 100000 грн.

Тоді орієнтирами при виборі більш відповідної функції розподілу можуть бути наступні способи:

- орієнтація на показники асиметрії та ексцесу
- мінімізація відхилень ймовірностей по стратах

Перший спосіб становить фактичне додавання до умови (1) двох умов рівності показників асиметрії та ексцесу нового розподілу ймовірностей раніше розрахованим аналогічним показникам для історичних

даних компанії. Це дозволяє зробити більш усвідомлений та оптимальний вибір функції розподілу ймовірностей у більшості випадків, але не завжди.

Розглянемо більш детально рис. 1. Бачимо, що функція, проілюстрована рядом 2, має два локальні екстремуми. Таких екстремумів може бути декілька. Яка їхня практична природа? Компанія може зосереджувати свої зусилля на декількох основних стратах споживачів. Це призводить до виникнення таких піків. Наприклад, компанія концентрується на найбільш широкій страті споживачів - середній, а також на преміум-класі. Виникне пік розподілу у «хвості» справа. Це, звичайно ж, також потрібно змодельювати, в іншому разі можливе виникнення катастрофічних похибок, бо саме непередбачені страхові випадки в межах преміум-класу можуть стати катастрофічними для компанії.

Такі проблеми можна вирішити, скориставшись наступним способом мінімізація відхилень ймовірностей по стратах. Весь спектр показника, що моделюється, наприклад, страхових премій, розбивається на страти (проміжки). Найбільш загальною ознакою стратифікування є величина премій. Тоді будемо гістограму страхових премій, де отримаємо показник частоти цієї премії, який можна інтерпретувати як ймовірність надходження середньої по вказаній страті премії.

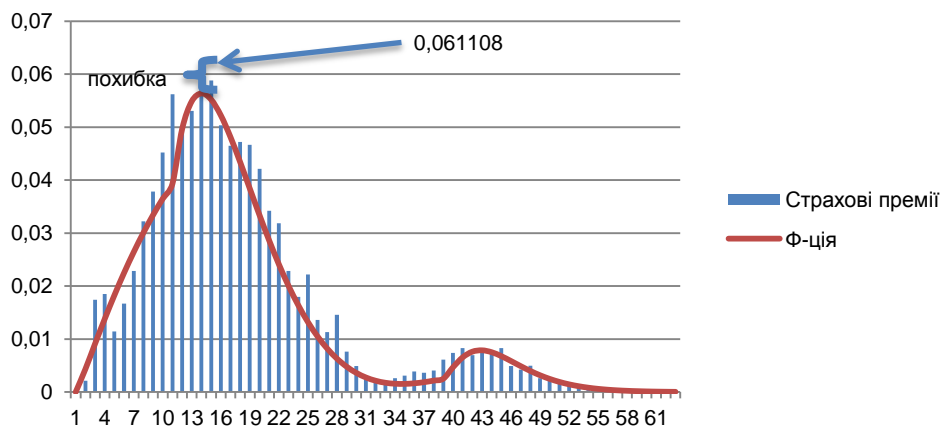


Рис. 2. Побудова щільності функції розподілу та гістограми для страхових премій

На рис. 2. зображено гістограму для дійсних страхових премій – ряд 1, та щільність функції розподілу, описаній співвідношенням (4) – ряд 2. Можемо побачити, що для страхових премій даної компанії є характерним локальний екстремум з права.

Страта №14 має частоту рівну 6,1%, а відповідна ймовірність середньої премії по страті є рівною 5,64%. Отже, похибка для даної страти склала 0,46%. Можна поставити додаткові до (1) умови по кожній страті, що квадрат похибки є меншим ϵ ($\epsilon=0,0001$ як приклад). Але це значно збільшує розмірність такої системи умов і не завжди можна знайти розв'язок такої системи. Як показує практика, так можна чинити при існуванні двох-трьох найважливіших страт, для них і додаються такі умови. Якщо ж таких страт більше, то доцільно

мінімізувати суму квадратів похибок по стратах.

Якщо на гістограмі показника локальний екстремум один, то перший та другий спосіб абсолютно не суперечать, а доповнюють один одного. Тому можна користатись ними і одночасно для більшої достовірності інформації.

Альтернативним шляхом є розбиття портфелю при моделюванні на два окремих. Тобто, якщо розглядаємо автостраховання, то на звичайне страхування і страхування преміум-авто. Страхові випадки з авто елітного класу несуть у собі завищений ризик ліквідності, а тому контракти в преміум-класі характеризуються вищим тарифом. Саме через зміну тарифів і виникає другий екстремум.

У результаті розбиття отримаємо:

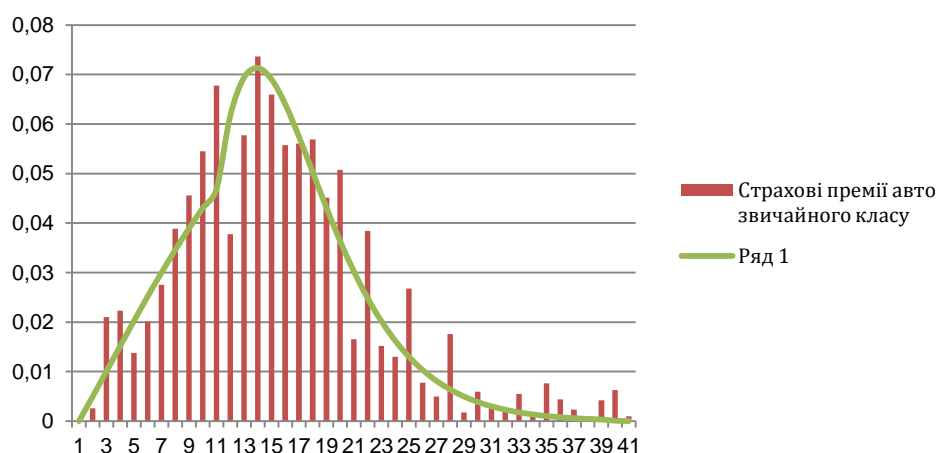


Рис. 3. Щільність функції розподілу та гістограма для страхових премій по авто звичайного класу

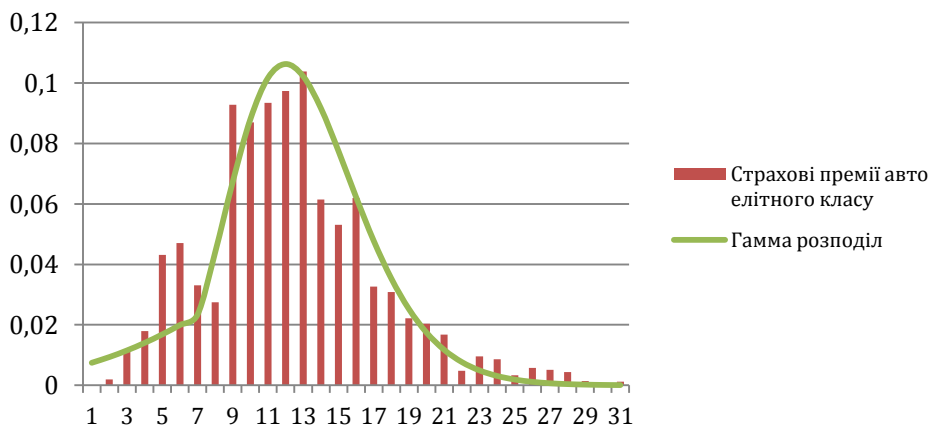


Рис. 4. Щільність функції розподілу та гістограма для страхових премій по авто елітного класу

У випадку, коли розглядається окремо портфель страхування авто звичайного класу (рис. 3), то для моделювання використовується функція (3). Для моделювання портфеля страхування преміум-авто (рис.

4) використано Гамма-розподіл.

Розрахуємо суму квадратів похибок для кожного випадку (моделювання неоднорідного загального портфелю і розділених портфелів).

Таблиця 1. Похибки моделювання страхових портфелів

Портфель	Сума квадратів похибок
Неоднорідний загальний	0,001101
Звичайне авто	0,002806
Елітне авто	0,004646

Як бачимо, розбиття портфеля абсолютно не знизило похибку моделювання, а навпаки сума похибок

моделювання окремих портфелів значно перевищує похибку моделювання загального неоднорідного

портфелю.

Враховуючи і вищу складність аналізу та моделювання окремих портфелів, отримуємо обґрунтований результат переваги моделювання загального неоднорідного портфеля введеною суб'єктивною функцією розподілу ймовірностей.

Результати роботи несуть в собі значну практичну та наукову новизну. Наукова полягає в отриманні нових моделей аналізу страхового бізнесу. А практична - у отриманих результатах, що можуть прямо використовуватись при розробленні управлінських рішень.

Список літератури

1. Балабанов І. Т. Ризик-менеджмент [Текст] / І. Т. Балабанов – М: Фінанси і статистика, 1996. – 192с.
2. Bowers N. Actuarial Mathematics Society of Actuaries [Текст] / N. Bowers, H. Gerber, J. Hickman, D. Jones C. Nesbitt//Itasca – 1986. - №3 – р. 31-38.
3. Krzysztof B. An Introduction to Simulation of Risk Processes[Текст] / K. Burnecki, W. Hurdle, R. Weron – Hugo Stein haus Center, Wroclaw University of Technology, 2001 – 95р.
4. Вітлінський В. В. Ризикологія в економіці та підприємстві [Текст]{Монографія} / В. В. Вітлінський — К. : КНЕУ, 2004. — 480 с.
5. Gerber. H. Life Insurance Mathematics [Текст] / Gerber. H. //Springer-Verlag – NewYork, 1997. –№3 – р. 84-89.
6. Grandell J. Calculation of Ruin Probabilities when the Premium Dependson Current Reserve[Текст] / J. Grandell, R. Norberg, H. Ramlau-Hansen //ScandinavianActuarialJournal. – 1989. -№ 3. – р. 147 – 159.
7. Карташов М. В. Процеси Маркова в актуарній математиці [Текст] / М. В. Карташов – К. : ВПЦ «Київський університет», 2008. – 110с.
8. Мішура Ю. С. Наближене розв'язування нескінченно-вимірних стохастичних диференціальних рівнянь[Текст] / Ю. С. Мішура, Г. М. Шевченко – К. : ВПЦ «Київський університет», 2006. – 320с.
9. Рибальченко С. А. Функції розподілу параметрів діяльності страховиків [Текст]/ С. А. Рибальченко // Культура народів Причорномор'я. –2010. – №178 – ст. 176–181.
10. Rolski T. Stochastic Processes for Insurance and Finance[Текст] / T. Rolski, H. Schmidli, V. Schmidt, J. L. Teugels – Wiley, Chichester, 1999. – 550р.
11. Eric V. SludStatisticsProgram[Текст] / Eric V. Slud – MathematicsDepartmentUniversityofMaryland, CollegePark, MD 20742, 2001. – 80 р.
12. Фалин Г. И. Введение в актуарную математику [Текст] / Г. И. Фалин, А. И. Фалин – М., МГУ, 1994. – 130с.
13. P. Cizek Statistical Tools for Finance and Insurance[Текст] / P. Cizek, W. Hardle, R. Weron – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. – 527р.
14. Черняк О. І Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній методом послідовних наближень в марківському середовищі [Текст] / О. І. Черняк, В. В. Шпирко, Д. О. Щур // Вісник Львівської державної фінансової академії. - 2006. - №10. - С. 358-365.

РЕЗЮМЕ

Рыбальченко Сергей

Особенности моделирования неоднородного страхового портфеля

Рассмотрены и проанализированы сложные и специфические случаи структуры страхового портфеля. Определены функции распределения, которые характеризуют действительные значения показателей деятельности страховой компании и риска наиболее точно. Разработаны рекомендации для аппроксимации субъективной функции распределения. Анализ проведен на основе реальных показателей деятельности страховой компании.

RESUME

Rybalchenko Sergiy

Features Of Heterogeneous Insurance Portfolio Modeling

Sophisticated and special cases of insurance portfolio structure are considered and analysed. Distribution of functions which describe the actual values of insurance company performance and risk indicators are defined. Recommendations for approximation of subjective distribution function are developed. The analysis is carried out on the bases of the real performance of insurance company indicators.

Стаття надійшла до редакції 28.02.2013 р.