МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 622.831.3: 531.36

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОТЯЖЕННОЙ ВЫРАБОТКИ С УЧЕТОМ РЕГУЛЯРНО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ЗАТРАТ

А.Г. Вагонова, доктор экономических наук. А.В. Солодянкин, доктор технических наук.
Т.А. Ерохондина, кандидат технических наук. Е.А. Шашенко.
Днепропетровский национальный горный университет.

The paper considers a probabilistic model of stability of an extended production, taking into account the cost of its implementation and subsequent maintenance. It is also taken into consideration performing periodic maintenance to achieve the minimum total cost for the entire period of operation. The solution of the problem may be the basis for optimal design of underground workings including the cost of maintenance.

Повышение глубины разработки месторождений полезных ископаемых, увеличение площади поперечного сечения выработок и их протяженности, отработка пластов, находящихся в сложных горно-геологических условиях, существенно ухудшили геомеханическую ситуацию при ведении горных работ. Проявления горного давления в выработках становятся все более интенсивными и опасными: увеличиваются области разрушенных пород вокруг выработок, существенно возрастают смещения контура выработок, учащаются случаи внезапных выбросов угля, породы и газа, горных ударов, проявления и последствия пучения часто носят катастрофический характер. По всем вышеперечисленным причинам при проведении протяженных выработок очень большой объем ремонтных работ

В настоящее время протяженность перекрепляемых выработок составляет около 50% по отношению к пройденным, а отремонтированных – в 1,7 раза превышает протяженность пройденных выработок. При этом более 40% протяженных выработок ремонтируется еще до сдачи в эксплуатацию, 52% действующих выработок деформировано. Ухудшение состояния выработок из-за процесса пучения составляет 45% от общего объема деформированных выработок [1].

В Донбассе ежегодно ремонтируется свыше 30% выработок от их общей протяженности. Расходы на ремонт и поддержание подготовительных выработок на угольных предприятиях Украины составляют около 15% суммарных затрат на добычу угля, при этом задействовано до 10-15% штата подземных рабочих [2].

Изучение состояния протяженных выработок шахт Украины, анализ затрат на поддержание и ремонт показывают, что наиболее трудоемкими являются мероприятия по борьбе с пучением пород почвы. 90% всех почвоподдирочных работ ведется как вручную, так и с применением БВР или отбойных молотков с последующей погрузкой породы при производительности труда 1,5-2,0 $м^3$/чел-см. Средний объем поддирки, приходящийся на шахту, составляет около 9-10 км в год [2], или, в целом по Украине – до 2500 км в год. Уровень механизации работ по подрывке составляет незначительную величину (6,3%), а перекрепление выработок проводится вручную и представляет, к тому же, высокую степень опасности для рабочих. Очевидно, что вопросам проектирования безремонтного поддержания выработок или минимизации их объемов должно уделяться повышенное внимание, особенно в сложных горно-геологических условиях.

Эксплуатационные затраты за весь период функционирования протяженной выработки составляют значительную часть суммарных финансовых расходов предприятия. Так, например, этот показатель для всех шахт ПАО «ДТЭК-Павлоградуголь» составляет по разным оценкам 500-600 млн. грн. в год. Руководство компании принимает серьезные меры по снижению этих затрат, что эквивалентно повышению конкурентоспособности товарного угля, добываемого в Западном Донбассе.

Таким образом, разработка и исследование экономико-математических моделей применительно к протяженным выработкам с учетом эксплуатационных затрат, которые рассматриваются как функция капитальных вложений в системы крепи, является актуальной научно-технической задачей, имеющей важное народно-хозяйственное значение.

Вопросы проектирования крепи с минимальными затратами на поддержание занимали важное место среди актуальных научно-технических задач и часто были предметом серьезных исследований и обсуждений [3-7 и др.]. Ряд аспектов при проектировании подземных сооружений поднимался К.А. Ардашевым [3]. В числе основных недостатков он указывает на низкую надежность и малый объем горно-геологических сведений о породном массиве; недостаточную разработанность новых прогрессивных способов проведения выработок, крепей и др. Наряду с этим, по его мнению, необходимо изменение самой организации проектных работ путем перехода к двухстадийному проектированию, включающему обязательное уточнение проектных решений при строительстве, что обеспечит надежное рабочее состояние выработок с минимальными затратами на их проведение и крепление в сложных горно-геологических условиях и на больших глубинах.

Вопрос правильной оценки стоимости строительства выработок неоднократно поднимался ведущими специалистами в области поддержания выработок К.В. Кошелевым, Ю.А. Петренко и др. [7]. В частности, ошибочно, по их мнению считается проектирование и строительство выработок с учетом только начальных затрат, когда последующие затраты на поддержание ее в эксплуатационном состоянии обычно не учитываются. Правильно говорить о снижении затрат на последующее поддержание выработки в эксплуатационном состоянии в течение всего периода ее использования или о достижении их наименьших величин.

В работе [8] решена задача оптимального проектирования протяженных выработок с учетом затрат при сооружении выработки и ее последующем поддержании. Суть решения заключается в определении таких параметров крепи выработки для конкретных горно-геологических условий, при которых соотношение затрат капитальных – на сооружение выработки, и эксплуатационных – на последующий ее ремонт – в запланированных объемах, является оптимальным. При этом следует учесть, что горная выработка как физический объект сооружается в крайне неоднородной среде с высокой степенью неопределенности определения ее исходных параметров. В этой связи моделирование таких объектов, в том числе и все экономические исследования, должны вестись с привлечение вероятностно-статистических моделей.

В настоящее время, в связи с ростом глубин разработки месторождений, и существенном ухудшении геомеханических условий, часто возникает необходимость проведения многократных ремонтов для обеспечения устойчивости выработок главных направлений. Как указывается в [5], в условиях глубоких шахт Донбасса при столбовой системе разработки угольных пластов, кратность ремонта в подготовительных выработках составляет 3 и более, а в других не менее 2.

Примером такой вынужденной практики могут служить случаи, приведенные в [8]. Для обеспечения требуемой площади сечения выработки возникала необходимость периодической подрывки пучащих пород, при этом изменения поперечного сечения выработки носили цикличный характер (рис. 1).

С учетом вышесказанного, важной задачей является оптимизация затрат на сооружение выработки или группы выработок (капитальные затраты), и последующее ее поддержание (эксплуатационные затраты), с учетом многократного выполнения ремонтных работ, чтобы общая стоимость затрат за весь период строительства и эксплуатации была минимальной.

Обоснование вероятностной модели устойчивости протяженной выработки будем проводить, исходя из следующих базовых предпосылок:

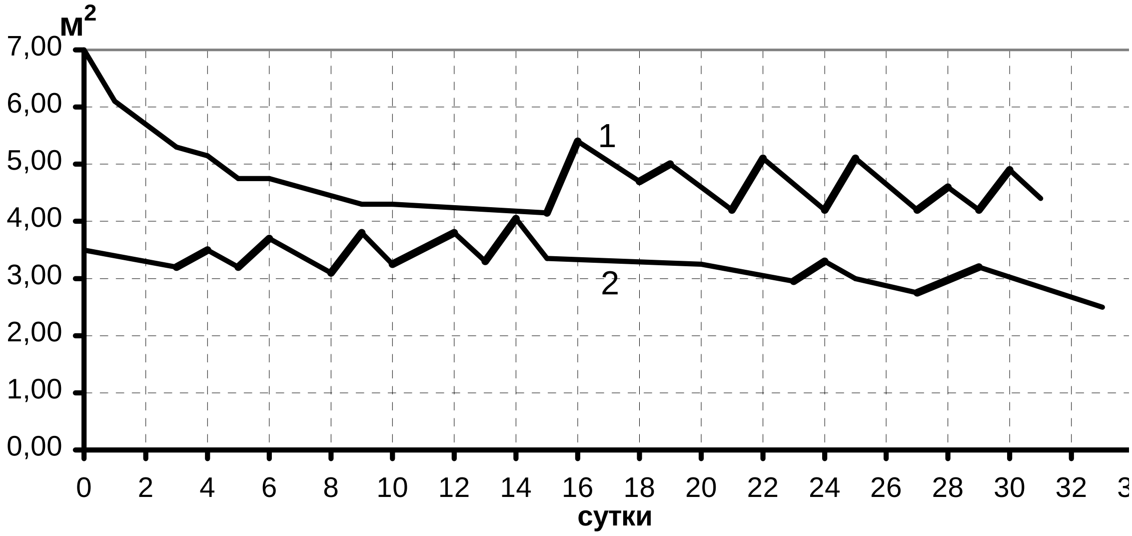

Рис. 1. Графики изменения поперечного сечения выработок при эксплуатации с выполнением работ по подрывке почвы [8]:
1 – 7-й северный штрек шахты им. Титова;
2 – 6-й южный штрек шахты им. Рухимовича

- затраты, связанные с содержанием протяженных выработок, состоят, как отмечалось выше, из двух частей: капитальных и эксплуатационных, которые формируются в течение, соответственно, времени строительства и эксплуатации рассматриваемых объектов;
- состояние выработок на различных участках зависит от множества случайно воздействующих факторов, определяющими из которых являются горно-геологические условия и параметры крепи;
- процесс поддержания выработок в рабочем состоянии носит ярко выраженный временной характер с объемами ремонтных работ, в достаточной степени случайно распределенными по длине выработки.

Устойчивость выработки можно оценить показателем устойчивости $\omega = \overline{L_y} / L$, где $\overline{L_y}$ – длина устойчивых участков выработки, L – вся длина протяженной выработки. Величина ω изменяется в пределах от 0 до 1. Выработка обладает полной устойчивостью при $\omega = 1$ или полностью разрушена при $\omega = 0$.

Важным вопросом в создании оптимизационной модели является отслеживание динамики процесса разрушения-восстановления выработки в течение всего периода строительства и эксплуатации. Статистический материал при этом набирается на ряде сходных объектов эксплуатации с обязательным проведением замеров в равные моменты времени. Такой путь трудоемок, но дает достоверные результаты.

Снижение величины ω с течением времени может в реальных условиях происходить только до некоторой величины, когда параметры выработки удовлетворяют функциональному назначению выработки и требованиям правил безопасности. Затем следует выполнять восстановительный ремонт выработки. Если схематически изобразить зависимость $\omega(t)$ за достаточно большой (или весь) период T эксплуатации выработки, то это будет выглядеть примерно так, как показано на рис. 2.

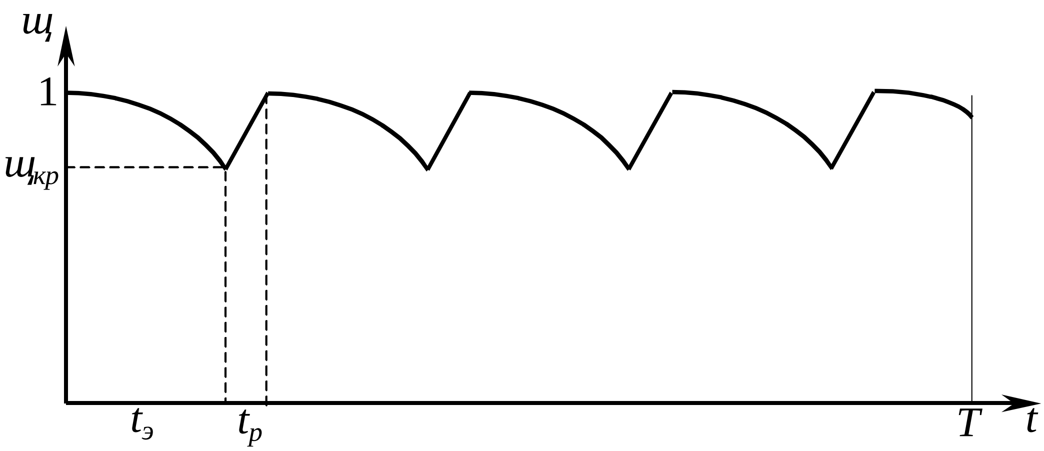

Рис. 2. Изменение показателя устойчивости ремонтируемой выработки в процессе эксплуатации

В течение начального периода времени эксплуатация ведется без ремонта. Выработка постепенно местами разрушается до какого-то критического значения параметра $\omega_{кр}$. Затем за относительно короткий промежуток времени ($t_р << t_э$) производится текущий ремонт и выработка восстанавливается до исходного состояния. В дальнейшем процесс периодически повторяется. График имеет пилообразный и достаточно регулярный вид (см. рис. 2) и близок по форме к реальным технологическим процессам при циклическом проведении ремонтных работ (см. рис. 1).

Рассмотрим отдельно один цикл (рис. 3). Процесс снижения параметра $\omega_{кр}$ в течение промежутка времени объективен и неуправляем. Зависимость $\omega(t)$ в усредненном виде может быть получена как по данным статистического анализа данных, так и на основе регрессионного анализа. В каком-то смысле можно повлиять на продолжительность ремонтного периода t за счет интенсификации восстановительных работ, но так как $t_р << t_э$. то существенного влияния на процесс в целом таким образом не добиться. Можно поступить иначе: сократить время безремонтной эксплуатации, т.е. взять $t'_э < t_э$. (сравним рис. 3, *а* и 3, *б).*

За время $t'_э$, разрушения выработки будут меньше, чем за время $t_э$. Соответствующим неравенством связаны и значения параметра $\omega_{кр}$ ($\omega'_{кр} > \omega_{кр}$). Объем ремонтных работ во втором случае будет меньше и, следовательно, меньше и материальные затраты.

Увеличением $\omega'_{кр}$ можно добиться снижения стоимости разового ремонта, но при этом сокращается продолжительность t' одного цикла. Поэтому за весь период эксплуатации T количество циклов увеличивается, а значит, растет количество ремонтов. Возникает задача оптимизации, которая может быть сформулирована следующим образом: подобрать оптимальные значения параметров $\omega_{кр}$ и τ, при которых затраты на восстановительный ремонт будут минимальны.

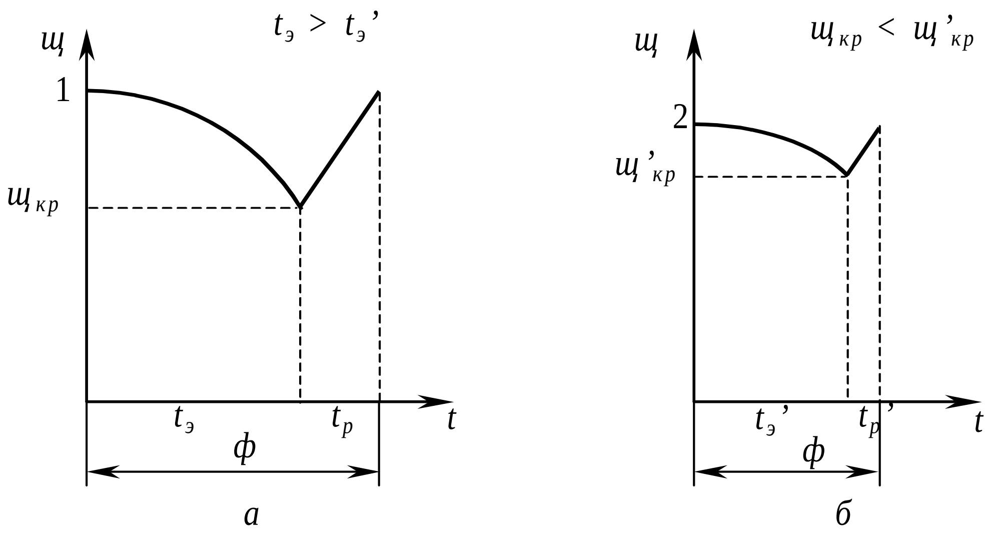

Рис. 3. Варианты выполнения циклов ремонтных работ

Так как стоимость ремонта зависит от степени разрушения, то минимизироваться должна некоторая функция цели:

$$\Phi(\omega)=\Phi[\omega(t)]. \tag{1}$$

Для получения замкнутого решения задачи потребуется аналитическое представление изображенной на рис. 2 функции $\omega(t)$.

Так как эта функция имеет периодический характер, то ее удобно аппроксимировать рядом Фурье:

$$\omega(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos k\frac{\pi}{\tau}t+b_k\sin k\frac{\pi}{\tau}t\right). \tag{2}$$

Здесь τ – период функции, связанный с общим временем эксплуатации следующим образом:

$$\tau = T/n, \tag{3}$$

где n – число ремонтов.

Анализ графика функции $\omega(t)$ (кусочная монотонность, наличие конечного числа особых точек) подтверждает выполнимость условий Дирихле.

Полагаем, что в результате статистического анализа определена аналитическая зависимость $\omega(t)$. Коэффициенты ряда Фурье определяются так:

$$a_0=\frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\omega(t)dt;$$

$$a_k=\frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\omega(t)\cos\frac{k\pi}{\tau}tdt; \tag{4}$$

$$b_k=\frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\omega(t)\sin\frac{k\pi}{\tau}tdt.$$

Обычно ряды Фурье для сравнительно гладких функций достаточно быстро сходятся. Поэтому в выражении (2) можно ограничиться относительно небольшим количеством членов ряда. Формула становится конечной, удобной для реализации задачи минимизации.

Используем в качестве примера параболическую аппроксимацию функции $\omega(t)$ на участке $t_э$. Участок $t_р$ полагаем равным нулю. Тогда $t_э = \tau$. График такой функции изображен на рис. 4.

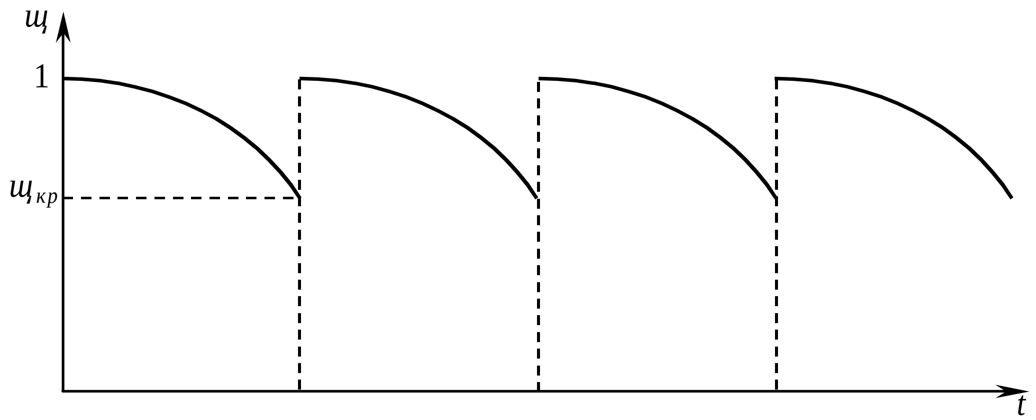

Рис. 4. Аппроксимация функции параболическогй функцией при $t_p = 0$

Пусть:

$$\omega(t) = 1 - Pt^2. \quad (5)$$

Параметр P определим из условия:

$$\omega(\tau) = 1 - P\tau^2 = \omega_{кр}, \quad (6)$$

откуда следует, что:

$$P = \frac{(1 - \omega_{кр})}{\tau^2}. \quad (7)$$

Определим коэффициенты ряда Фурье:

$$a_0 = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\omega(t)dt = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}(1 - Pt^2)dt = 2\left(1 - P\frac{\tau^3}{3}\right); \quad (8)$$

$$a_k = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\omega(t)\cos\frac{k\pi}{\tau}tdt = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}(1 - Pt^2)\cos\frac{k\pi}{\tau}tdt = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\cos\frac{k\pi}{\tau}tdt - \frac{P}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}t^2\cos\frac{k\pi}{\tau}tdt.$$

Первое слагаемое в последнем выражении:

$$\frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\cos\frac{k\pi}{\tau}tdt = \frac{1}{\tau}\frac{\tau}{k\pi}\sin\frac{k\pi}{\tau}t\Big|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

Второе слагаемое с введением обозначения $m = \frac{k\pi}{\tau}$ интегрируем по частям дважды. Получим:

$$\int_{-\tau}^{\tau}t^2\cos mtdt = t^2\frac{\sin mt}{m}\Bigg|_{-\tau}^{\tau} + \frac{2}{m}\left[t\frac{\cos mt}{m} + \frac{\sin mt}{m^2}\right]\Bigg|_{-\tau}^{\tau} =$$

$$= 2\tau^2\frac{\sin m\tau}{m} + \frac{4}{m^2}\tau\cos m\tau + \frac{4}{m^3}\sin m\tau =$$

$$= \frac{2\tau^3}{k\pi}\sin k\pi + \frac{4\tau^3}{k^2\pi^2}\cos k\pi + \frac{4\tau^3}{k^3\pi^3}\sin k\pi = (-1)^k\frac{4\tau^3}{k^3\pi^2}.$$

Итак, окончательное выражение для a_k имеет вид:

$$a_k = (-1)^{k+1}\frac{4P\tau^2}{k^2\pi^2}. \quad (9)$$

Далее,

$$b_k = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\left(1 - Pt^2\right)\sin\frac{k\pi}{\tau}tdt = \frac{1}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}\sin\frac{k\pi}{\tau}dt - \frac{P}{\tau}\int_{-\tau}^{\tau}t^2\sin\frac{k\pi}{\tau}tdt \cdot \qquad (10)$$

Первое слагаемое равно нулю. Второе слагаемое с введением обозначения $m = \frac{k\pi}{\tau}$ интегрируем по частям. Получим:

$$\int_{-\tau}^{\tau}t^2\sin mtdt = \frac{2}{m}\left[\tau\frac{\sin mt}{m}\Bigg|_{-\tau}^{\tau} + \frac{1}{m^2}\cos mt\Bigg|_{-\tau}^{\tau}\right] = 0 \quad . (11)$$

Таким образом, все выражение (7) обращается в нуль:

$$b_k = 0 \cdot \qquad (12)$$

Разложение Фурье приобретает вид:

$$\omega(t) = \left(1 - P\frac{\tau^3}{3}\right) + \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\frac{4P\tau^2}{k^2\pi^2}\cos k\frac{\pi}{\tau}t \cdot \qquad (13)$$

Если разложение (13) известно, то его можно проинтегрировать по всему промежутку времени эксплуатации выработки *T:*

$$\omega_{сум} = \int_0^T \omega(t)dt \cdot \qquad (14)$$

Эта величина характеризует суммарную степень разрушения выработки за все время эксплуатации. Очевидно, что существует некоторая функциональная зависимость стоимости ремонтных работ Ф от параметра $\omega_{сум}$:

$$\Phi\left(\omega_{сум}\right). \qquad (15)$$

Согласно изложенной расчетной схеме параметр $\omega_{сум}$ в свою очередь зависит от двух введенных ранее критериальных параметров $\omega_{кр}$ и τ. Таким образом, соотношение (15) приобретает вид:

$$\Phi\left(\omega_{сум}\right) = \overline{\Phi}\left(\omega_{кр}, \tau\right). \qquad (16)$$

Минимизация функции $\Phi\left(\omega_{кр}, \tau\right)$ позволяет установить оптимальные значения межремонтного периода эксплуатации τ и допустимой степени разрушения выработки $\omega_{кр}$.

Предложенная методика допускает различные обобщения. В частности, можно учесть то обстоятельство, что при проведении ремонтных работ происходит неполное восстановление выработки, а лишь до определенной требуемой величины (например, 70-80%). В этом случае зависимость $\omega(t)$ будет выглядеть так, как показано на рис. 5.

Отличие расчетной схемы от изложенной выше заключается в игнорировании периода времени до t_0, когда будет достигнуто снижение параметра ω до необходимой величины ω*.

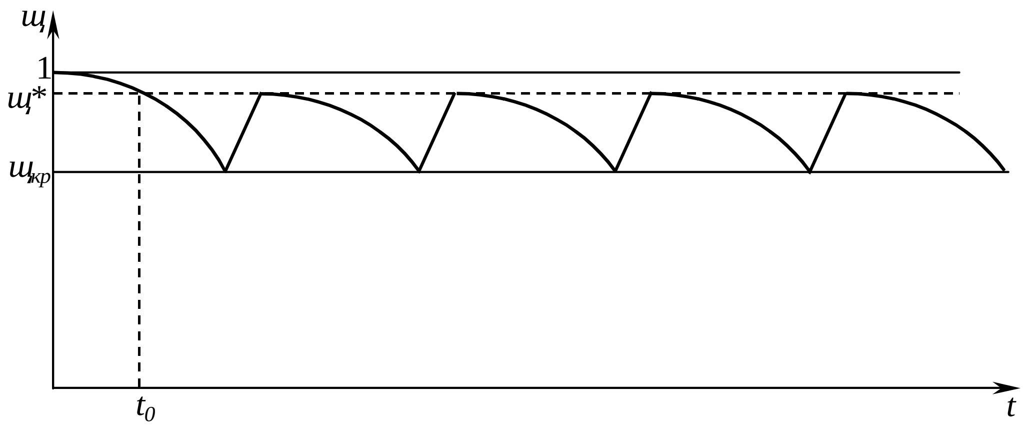

Рис. 5. Динамика изменения показателя устойчивости ремонтируемой выработки при неполном восстановлении (до ω = ω*)

Моделирование процесса начинается с этого момента с учетом его периодичности. В математическом отношении сказанному отвечает параллельный перенос системы координат с размещением начала в точке *t*.

Решение задачи, изложенной выше, является основой для разработки методики оптимального проектирования подземных выработок с учетом затрат на их поддержание.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Кошелев, К. В. Поддержание сопряжений горных выработок / К. В. Кошелев, Н. В. Игнатович, В. И. Полтавец. – К. : Техника, 1991. – 176 с.
2. Мизин, В. А. Творческое сотрудничество института, завода и шахты – залог успеха / В. А. Мизин, А. В. Сытник, А. В. Нагорный // Уголь Украины. – 2003. – № 8. – С. 43-44.
3. Ардашев, К. А. Анализ применения нормативных документов по проектированию крепей капитальных выработок / К. А. Ардашев // Шахтное строительство. – 1987. – № 3. – С. 9-12.
4. Кошелев, К. В. Поддержание, ремонт и восстановление горных выработок / К. В. Кошелев, А. Г. Томасов. – М. : Недра, 1985. – 215 с.
5. Кошелев, К. В. Охрана и ремонт горных выработок / К. В. Кошелев, Ю. А. Петренко, А. О. Новиков. – М. : Недра. – 1990. – 218 с.
6. Шашенко, А. Н. Устойчивость подземных выработок в неоднородном породном массиве : дисс. … доктора техн. наук : 05.15.04, 05.15.11 / А. Н. Шашенко. – Днепропетровск, 1988. – 507 с.
7. Друцко, В. П. Технология проведения горных выработок с поэтапным возведением крепи / В. П. Друцко, Ю. С. Шаповал, В. Г. Гнездилов // Технология и проектирование подземного строительства. – Х. : Оригинал, 2000. – С. 25-30.
8. Гурдус, А. В. Изучение причин вспучивания горных пород каменноугольной формации Донбасса и меры борьбы с этим явлением / А. В. Гурдус. – Х. : Государственное научно-техническое издательство, 1933. – 85 с.

УДК 622.831.3: 531.36

Вагонова Олександра Григорівна, доктор економічних наук, професор. **Солодянкін Олександр Вікторович,** доктор технічних наук, професор. **Єрохондіна Тетяна Олександрівна,** кандидат технічних наук, доцент. **Шашенко Олена Олександрівна,** асистент. Національний гірничий університет. **Економіко-математична модель протяжної виробки з урахуванням витрат, що змінюються регулярно у часі.** У статті розглядається імовірнісна модель стійкості протяжної виробки з урахуванням витрат на її проведення і подальше підтримання при необхідності виконання періодичних ремонтів з метою досягнення мінімальних сумарних витрат за весь період експлуатації. Рішення поставленої задачі може бути основою методики оптимального проектування підземних виробок з урахуванням витрат на їх підтримку.

Ключові слова: економіко-математична модель, протяжні виробки, експлуатаційні витрати, вугільні шахти

УДК 622.831.3: 531.36

Вагонова Александра Григорьевна, доктор экономических наук, профессор. **Солодянкин Александр Викторович**, доктор технических наук, профессор. **Ерохондина Татьяна Александровна**, кандидат технических наук, доцент. **Шашенко Елена Александровна**, ассистент. Национальный горный университет. **Экономико-математическая модель протяженной выработки с учетом регулярно изменяющихся во времени эксплуатационных затрат.** Рассматривается вероятностная модель устойчивости протяженной выработки с учетом затрат на ее проведение и последующее поддержание при необходимости выполнения периодических ремонтов с целью достижения минимальных суммарных затрат за весь период эксплуатации. Решение поставленной задачи может быть основой методики оптимального проектирования подземных выработок с учетом затрат на их поддержание.

Ключевые слова: экономико-математическая модель, протяженные выработки, эксплуатационные затраты, угольные шахты.

UDC 622.831.3: 531.36

Vagonova Alexandra Grigor'evna, doctor of economic science, professor. **Solodiankin Alexandr Victorovich,** doctor of technical science, professor. **Yerohondina Tatiana Alexandrovich,** candidate of technical sciences, associate professor. **Shashenko Elena Alexandrivna,** assistant lecturer. National mining university. **Economic and mathematical model of extended generation in view of the regularly changing in time operating expenses.** The paper considers a probabilistic model of stability of an extended production, taking into account the cost of its implementation and subsequent maintenance. It is also taken into consideration performing periodic maintenance to achieve the minimum total cost for the entire period of operation. The solution of the problem may be the basis for optimal design of underground workings including the cost of maintenance.

Keywords: economic and mathematical model, extensive production, operating costs, coal mines.