

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ Й ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.86

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОПИТУ НА ТОВАРИ ТРИВАЛОГО КОРИСТУВАННЯ

С. А. Щербініна. К. М. Дорошина. Д. С. Комлева.  
Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка.

© Щербініна С. А., 2013.

© Дорошина К. М., 2013.

© Комлева Д. С., 2013.

Стаття отримана редакцією 21.08.2013 р.

**Вступ.** У сучасних умовах розвитку ринкових відносин насамперед постає потреба в цілісному вивченні споживчого ринку та попиту, який формує його основу. Не є винятком і ринок автомобілів, котрий посідає вагоме місце у сегменті ринків України. Від ступеня забезпеченості населення України легковими автомобілями залежить стратегія і тактика розвитку автомобільного ринку в цілому та конкретних його складових, а також конкурентоспроможність автомобілів вітчизняних виробників. У зв'язку із цим важливою є необхідність аналітичних досліджень економічних показників, які у взаємодії між собою формують попит на товари цього сегмента. Зважаючи на стохастичний характер навколишнього середовища, тобто його невизначеність та мінливість, прийняття ефективних управлінських рішень потребує прогнозування величини попиту з урахуванням факторів впливу.

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Окремі питання вивчення економічного потенціалу й розвитку автомобілебудування в Україні знайшли відображення в наукових працях Г. Кіндрацької, Н. Мартиненко, М. Мостового, В. Ченцова, І. Ямпольської та інших. Серед вітчизняних і зарубіжних учених, праці яких пов'язані з формуванням споживчого попиту, заслуговують на увагу дослідження Л. Балабанової, О. Войчака, П. Зав'ялова, С. Ілляшенка, Ф. Поклонського, Ф. Котлера, Ж.-Ж. Ламбена, М. Портера та інших.

Однак зміни, що відбуваються в сучасній економіці, дедалі більше потребують вивчення питань, які відповідали б сучасним умовам формування попиту на товари тривалого користування. Ця робота є спробою моделювання споживчого попиту на легкові автомобілі для конкретного регіонального ринку.

**Постановка завдання.** Для прогнозування величини попиту на певний період та визначення оптимальної ціни з метою підвищення товарообігу і прибутку підприємств автомобільного ринку регіону доцільно побудувати економіко-математичні моделі у вигляді

деяких функціональних залежностей попиту від екзогенних та ендогенних факторів, які його визначають.

Завдання прогнозування величини попиту полягає в тому, щоб визначити найбільш імовірну кількість товару, яку можна реалізувати в певний проміжок часу. Отже, метою статті є прогнозування попиту на товари тривалого користування – автомобілі, а також знаходження оптимальної ціни для максимального товарообігу та прибутку. Інформаційна база дослідження сформована на підставі квартальної звітності філії «Полтава-Авто» за 2009 – 2012 рр., а також даних державних статистичних органів у Полтавському регіоні за цей період.

**Основний матеріал та результати.** Діяльність кожного підприємства на ринку спрямована на отримання найбільшого прибутку при максимальному задоволенні смаків споживачів, які формують попит на товар. Споживчий попит відображає потреби суспільства і визначається як сукупність коштів, пропонувананих на ринку фізичними та юридичними особами для придбання товарів споживчого призначення [1]. Попит визначає сукупну, суспільну чи ринкову потребу в товарах (послугах), яка зумовлена платоспроможністю і виражена в грошовій формі. Попит завжди конкретно визначений, має властивість динамічно змінюватися під впливом цілого ряду факторів [2]. Одним з основних чинників зменшення попиту є рівень матеріального статку населення [3].

Для прогнозування попиту на майбутній період використовуємо регресійні моделі. Регресійний аналіз (англ. regression analysis) – це метод визначення відокремленого і спільного впливу факторів на результативну ознаку та кількісної оцінки цього впливу шляхом використання відповідних критеріїв. Він здійснюється на основі побудованого рівняння регресії й визначає внесок кожної незалежної змінної у варіацію досліджуваної (прогнозованої) залежної змінної величини. Рівняння регресії показує, як у середньому змінюється результативна ознака під впливом зміни факторних ознак [4].

При аналізі впливу факторів  $X_i$  на показник  $Y$  у ролі даних змінних можуть виступати будь-які економічні показники, які можуть дещо впливати один на одного: обсяг випущеної продукції, попит, пропозиція, доходи населення, величина кредитів (депозитів), витрати населення, ВНП, ВВП, товарообіг, рентабельність, собівартість одиниці продукції, фондвіддача й ін.

У загальному вигляді функція регресії попиту на товари тривалого користування (автомобілі) має вигляд [5]

$$Y = a_0 \cdot X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \cdot X_3^{a_3}, \quad (1)$$

де  $Y$  – попит на товари тривалого користування, шт.;  $X_1$  – доходи населення, млн. грн.;  $X_2$  – середня ціна на товар тривалого користування, грн.;  $X_3$  – пропозиція товару, шт.

Параметри функції визначаються на підставі даних квартальної звітності філії «Полтава-Авто» за період I кв. 2009 року – II кв. 2012 року включно та статистичних даних по Полтавській області [6] за цей період (табл.1).

Функція регресії попиту на товари тривалого користування приводиться до лінійного вигляду шляхом логарифмування

$$\ln Y_i = \ln a_0 + a_1 \ln X_{1i} + a_2 \ln X_{2i} + a_3 \ln X_{3i}. \quad (2)$$

Таблиця 1. Змінні функції регресії попиту

Періоди	I кв. 2009 р.	II кв. 2009 р.	III кв. 2009 р.	IV кв. 2009 р.	I кв. 2010 р.	II кв. 2010 р.	III кв. 2010 р.	IV кв. 2010 р.	I кв. 2011 р.	II кв. 2011 р.	III кв. 2011 р.	IV кв. 2011 р.	I кв. 2012 р.	II кв. 2012 р.
$X_1$	5834	6603	7561	8241	6599	7833	9053	11063	8195	9448	10857	10612	9279	10664
$X_2$	41714	59900	62020	69600	59840	71200	78560	78560	71680	78560	77755	82620	80960	81620
$X_3$	51	135	151	132	88	178	158	175	155	169	259	233	136	206
$Y$	24	72	118	136	110	170	114	233	213	181	267	255	148	217

Після заміни змінних  $a_{0l}=\ln(a_0)$ ,  $Y_l=\ln(Y)$ ,  $Z_1=\ln(X_1)$ ,  $Z_2=\ln(X_2)$ ,  $Z_3=\ln(X_3)$  отримано лінійну багатofакторну регресійну залежність

$$Y_l = a_{0l} + a_1 Z_1 + a_2 Z_2 + a_3 Z_3 \quad (3)$$

Логарифмічні значення змінних функції за період I кв. 2009 року – II кв. 2012 року включно наведено в табл.2

Таблиця 2. Логарифмічні значення змінних функції

Періоди	I кв. 2009 р.	II кв. 2009 р.	III кв. 2009 р.	IV кв. 2009 р.	I кв. 2010 р.	II кв. 2010 р.	III кв. 2010 р.	IV кв. 2010 р.	I кв. 2011 р.	II кв. 2011 р.	III кв. 2011 р.	IV кв. 2011 р.	I кв. 2012 р.	II кв. 2012 р.
$Z_1$	8,671	8,795	8,931	9,017	8,795	8,966	9,111	9,311	9,011	9,154	9,293	9,270	9,136	9,275
$Z_2$	10,639	11,000	11,035	11,151	10,999	11,173	11,272	11,272	11,180	11,272	11,261	11,322	11,302	11,310
$Z_3$	3,932	4,905	5,017	4,883	4,477	5,182	5,063	5,165	5,043	5,130	5,557	5,451	4,913	5,328
$Y_l$	3,178	4,277	4,771	4,913	4,700	5,136	4,736	5,451	5,361	5,198	5,587	5,541	4,997	5,380

Для обчислення коефіцієнтів при невідомих  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  і вільних членів використовується система нормальних рівнянь (4). Розв’язком системи є такі параметри:

$$a_1=0,173, a_2 = 1,622, a_3 = 0,670.$$

$$\begin{aligned}
 a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n z_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^n z_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^n z_{3i} &= \sum_{i=1}^n y_{li} \\
 a_0 \sum_{i=1}^n z_{1i} + a_1 \sum_{i=1}^n z_{1i} z_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^n z_{1i} z_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^n z_{1i} z_{3i} &= \sum_{i=1}^n z_{1i} y_{li} \\
 a_0 \sum_{i=1}^n z_{2i} + a_1 \sum_{i=1}^n z_{2i} z_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^n z_{2i} z_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^n z_{2i} z_{3i} &= \sum_{i=1}^n z_{2i} y_{li} \\
 a_0 \sum_{i=1}^n z_{3i} + a_1 \sum_{i=1}^n z_{3i} z_{1i} + a_2 \sum_{i=1}^n z_{3i} z_{2i} + a_3 \sum_{i=1}^n z_{3i} z_{3i} &= \sum_{i=1}^n z_{3i} y_{li}
 \end{aligned} \quad (4)$$

За формулою (3) розраховано значення показника приведеної лінійної регресії. Обчислено середнє значення попиту на прогнозований період III кв. 2012 р. За отриманими результатами  $Y_{прог} = 274$  шт., рис.1

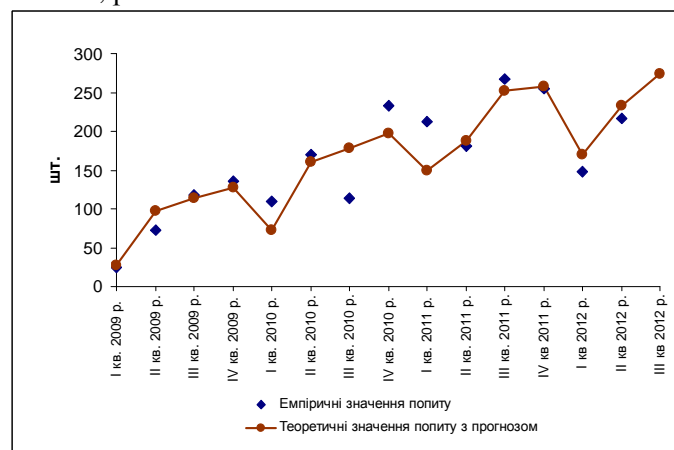


Рис. 1. Регресія попиту моделі (1)

Загальний вплив незалежних факторів на результуючий показник визначається за допомогою коефіцієнта множинної кореляції. Цей коефіцієнт знаходиться у проміжку між 0 і 1. Чим більший вплив факторів, тим більше коефіцієнт множинної кореляції наближається до 1 [7].

Коефіцієнт множинної кореляції  $R$  для економетричної моделі (1) дорівнює 0,9. Це свідчить про значний спільний вплив економічних факторів на споживчий попит.

Для оцінки сили впливу використовується коефіцієнт детермінації, який розраховується як квадрат із коефіцієнта множинної кореляції. Для розробленої економетричної моделі (1) встановлено, що коефіцієнт детермінації дорівнює 0,8. Це свідчить про те, що спільний вплив рівня доходів населення, ціни на товар та пропозиції на 80% обумовлює зміни попиту.

У результаті перевірки визначеної моделі (1) на адекватність встановлено, що  $F$ -критерій Фішера ( $F_{\text{розрах}} = 22,97$ ) більший, ніж його критичне (табличне) значення ( $F_{\text{крит}} = 3,7$ ). Отже, з надійністю  $P=0,95$  можна вважати, що прийнята математична модель попиту на товари тривалого користування  $Y = \exp(-18,074) * X_1^{0,173} * X_2^{1,622} * X_3^{0,67}$  адекватна статистичним даним і її можна використовувати для економічного аналізу і прогнозування.

Параметри  $a_1, a_2, a_3$  є частинними коефіцієнтами еластичності. Між доходами населення та попитом на автомобілі існує пряма залежність: зміна доходів населення на 1% при незмінних факторах  $X_2, X_3$  приводить до зміни попиту в середньому на 0,2%. Між ціною на автомобілі й попитом на цей товар існує пряма залежність: зміна ціни на 1% при незмінних факторах  $X_1, X_3$  викликає зміну попиту на автомобілі в середньому на 1,6%. Між пропозицією і попитом існує пряма залежність: зміна пропозиції на 1% при незмінних  $X_1, X_2$  викликає зміну попиту в середньому на 0,7%.

Для прогнозних значень  $X_{1\text{прог}} = 11000$  млн. грн.,  $X_{2\text{прог}} = 83000$  грн.,  $X_{3\text{прог}} = 250$  шт. середнє значення попиту буде  $Y_{\text{прог}} = 274$  шт. і з імовірністю  $P = 0,95$  воно прийматиме значення в проміжку (262;287).

Темпи приросту попиту на автомобілі лінійно виражаються через темпи приросту факторів

$$e_y = 0,173 e_{x_1} + 1,622 e_{x_2} + 0,67 e_{x_3}. \quad (5)$$

Для проведення подальшого економетричного дослідження введено гіпотезу, що між ціною  $X_2$  та величиною попиту  $Y$  існує стохастична залежність [8]

$$Y = a_0 + a_1 X_2 + a_2 X_2^2. \quad (6)$$

Для регресії у вигляді многочлена другого степеня система нормальних рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{aligned} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n X_{2i} + a_2 \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 &= \sum_{i=1}^n Y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n X_{2i} + a_1 \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 + a_2 \sum_{i=1}^n X_{2i}^3 &= \sum_{i=1}^n X_{2i} Y_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 + a_1 \sum_{i=1}^n X_{2i}^3 + a_2 \sum_{i=1}^n X_{2i}^4 &= \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 Y_i \end{aligned} \quad (7)$$

Розв'язком системи рівнянь є такі параметри:

$$a_0 = -171,8, a_1 = 4,3753, a_2 = 0,0043.$$

Якщо відома регресія попиту на певний вид товару  $Y = f(X_2)$ , товарообіг у грошовому виразі дорівнює добутку реалізованого попиту на ціну товару

$$T = X_2 f(X_2). \quad (8)$$

Виробника цікавлять зміни товарообігу в грошовому виразі залежно від зміни ціни на автомобілі. Проведено дослідження зміни товарообігу  $T$  залежно від значень  $X_2$ , тобто знайдено точку екстремуму товарообігу  $T$ .

Для визначення максимального значення товарообігу потрібно обчислити похідну для рівняння товарообігу, прирівняти її до 0 та вирішити квадратне рівняння

$$X_2 Y = X_2(a_0 + a_1 X_2 + a_2 X_2^2) = a_0 X_2 + a_1 X_2^2 + a_2 X_2^3; \quad (9)$$

$$(X_2 Y)' = a_0 + 2a_1 X_2 + 3a_2 X_2^2 = 0. \quad (10)$$

Значення дискримінанта рівняння визначається як

$$D = b^2 - 4ac = 4a_1^2 - 12a_0 a_2. \quad (11)$$

Знайдено корені рівняння за формулою

$$X_{2_1}, X_{2_2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2a_1 \pm \sqrt{D}}{6a_2}. \quad (12)$$

Значення коренів нереальні, тому за максимальну ціну для товарообігу прийнято максимальне значення ціни за досліджуваний період, а саме 82 620 грн.

Значення прибутку визначається як різниця між загальними постійними  $C = 47359,95$  та змінними витратами  $V = 11839,99$

$$W = X_2 Y - C - VY. \quad (13)$$

Для визначення максимального прибутку потрібно обчислити похідну для рівняння прибутку, прирівняти її до 0 та розв'язати квадратне рівняння

$$W = a_0 X_2 + a_1 X_2^2 + a_2 X_2^3 - C - Va_0 - Va_1 X_2 - Va_2 X_2^2; \quad (14)$$

$$W' = 3a_2 X_2^2 + (2a_1 - 2Va_2) X_2 + a_0 - Va_1 = 0. \quad (15)$$

Значення дискримінанта рівняння визначається як:

$$D_1 = b^2 - 4ac = (2a_1 - 2Va_2)^2 - 12a_2(a_0 - Va_1). \quad (16)$$

Знайдено корені рівняння за формулою:

$$X_{2_3}, X_{2_4} = \frac{-b \pm \sqrt{D_1}}{2a} = \frac{-(2a_1 - 2Va_2) \pm \sqrt{D_1}}{6a_2}. \quad (17)$$

Значення коренів нереальні, тому за максимальну ціну для прибутку прийнято максимальне значення ціни за досліджуваний період, а саме 82 620 грн.

Оцінка максимального товарообігу в грошовому виразі відповідає ціні 82 620 грн. і дорівнює 18 100 122,12 грн.; оцінка максимального прибутку також відповідає ціні 82 620 грн. і дорівнює 5 130 792,54 грн. при попиті на автомобілі 219 шт.

Таким чином, максимальне значення оцінки товарообігу в грошовому виразі та максимальне значення прибутку досягається при одній ціні. Графік рівняння лінії регресії зображено на рис. 2.

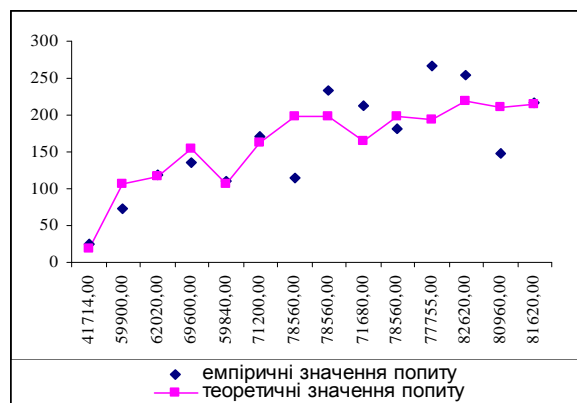


Рис. 2. Регресія попиту моделі (6)

Коефіцієнт кореляції  $r$  для економетричної моделі (6) дорівнює 0,8. Це свідчить про достатньо тісний зв'язок між попитом та ціною.

У результаті перевірки економетричної моделі (6) на адекватність встановлено, що  $F$ -критерій Фішера ( $F_{\text{розр}} = 5,67$ ) більший, ніж його критичне (табличне) значення ( $F_{\text{крит}} = 3,98$ ). Таким чином, з надійністю  $P=0,95$  можна вважати, що прийнята математична модель аналізу індивідуального ринку  $Y = -171,8 + 4,375 \cdot X_2 + 0,0043 \cdot X_2^2$  адекватна експериментальним даним і на її основі можна робити економічні висновки.

**Висновки.** У результаті проведеного дослідження щодо моделювання попиту на автомобілі філії «Полтава-Авто» було розроблено моделі регресії на товари тривалого користування та аналізу індивідуального ринку для розв'язання завдань прогнозування обсягів продажу і планування вартості товару. Потрібно зазначити, що отримані результати демонструють зростання попиту на автомобілі «Полтава-Авто», незважаючи на зростання ціни. Наведену методику дослідження індивідуального ринку можна застосовувати для залежності товарообігу від собівартості, яка має більш складний характер.

*ЛІТЕРАТУРА:*

1. Словник ключових термінів з дисципліни «Маркетинг» / Уклад. М. Г. Гребньов. – К.: КНЕУ, 2003. – 80 с. [Ел. р.] – Режим доступу: <http://buklib.net>.
2. Климко, Г. Н. / Г. Н. Климко, В. П. Нестеренко, Л. О. Каміщенко, А. А. Чухно та ін. Основи економічної теорії: політекономічний аспект: підручник за ред. Г. Н. Климка, В. П. Нестеренка. – К.: Вища шк., 1994. – 559 с.
3. Сміт, А. Добробут нації. Дослідження про природу та причини добробуту нації / А. Сміт. – Port-Royal – К., 2001. – 594 с.
4. Купалова, Г. І. Теорія економічного аналізу: навч. посібник [Ел. р.] – Режим доступу: <http://pidruchniki.ws/13590421/>
5. [ekonomika/osnovni\\_termini\\_teoriya\\_ekonomichnogo\\_analizu](http://ekonomika/osnovni_termini_teoriya_ekonomichnogo_analizu).
6. Толбатов, Ю. А. Економетрика: підручник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів / Ю. А. Толбатов. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 288 с.
7. Головне управління статистики у Полтавській області [Ел. р.] – Режим доступу: <http://poltavastat.gov.ua>.
8. Лещинський, О. Л. Економетрія: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. Л. Лещинський, В. В. Рязанцева, О. О. Юнькова. – К.: МАУП, 2003. – 208 с.
9. Літнарвич, Р. М. Основи наукових досліджень. Аналіз індивідуального ринку. МЕНУ. – Рівне, 2010. – 76 с.

УДК 519.86

**Щербініна Світлана Адамівна**, асистент кафедри економічної кібернетики, **Дорошина Катерина Михайлівна**, **Комлева Дар'я Сергіївна**, студентки. Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка. **Економіко-математичне моделювання попиту на товари тривалого користування.** Побудовано економіко-математичні моделі у вигляді деяких функціональних залежностей попиту від екзогенних та ендогенних факторів, які його визначають. Спрогнозовано попит на автомобілі й визначено оптимальну ціну для максимального товарообігу та прибутку.

**Ключові слова:** економіко-математична модель, споживчий попит, ціна, коефіцієнт кореляції, критерій Фішера.

УДК 519.86

**Щербинина Светлана Адамовна**, ассистент кафедры экономической кибернетики, **Дорошина Екатерина Михайловна**, **Комлева Дарья Сергеевна**, студентки. Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка. **Экономико-математическое моделирование спроса на товары длительного пользования.** Построены экономико-математические модели в виде некоторых функциональных зависимостей спроса от экзогенных и эндогенных факторов, которые его определяют. Спрогнозирован спрос на автомобили и определена оптимальная цена для максимального товарооборота и прибыли.

**Ключевые слова:** экономико-математическая модель, потребительский спрос, цена, коэффициент корреляции, критерий Фишера.

UDC 519.86

**Scherbinina Svitlana Adamivna**, assistant of the Department of Economic Cybernetics, **Doroshina Kateryna Mykhajlivna**, **Komleva Daria Serhijivna**, students. Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University. **Economic-mathematical modeling of demand for goods of long using.** Economic and mathematical models were built as some functional dependences of demand from exogenous and endogenous factors which determine him. Forecasted demand for cars and calculated optimum price for maximal commodity turnover and income.

**Keywords:** economic and mathematical model, consumer demand, price, coefficient of correlation, criterion of Fisher.