УДК 336.713:658.14

И.В. Малюкова

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕДУРОЙ ПОКУПКИ-ПРОДАЖИ ВАЛЮТЫ

В данной статье представлена экономико-математическая модель управления процедурой купли-продажи валюты. Построены множества предпочтительности и найдены оптимальные стратегии сторон.

This paper is about a mathematical model of economic management procedure as for buying and selling currency. It is constructed the set of advantages and found the optimal strategy for the parties.

Ключевые слова: курс национальной валюты, стратегии управления, множества предпочтительности.

Проблема сохранения стабильного курса валюты и разработки процедуры управления валютным курсом является одной из важнейших в экономической и финансовой сферах [1; 2]. Существует много различных инструментов управления валютным курсом, однако не всегда они оказываются эффективными, так как в основном эти инструменты не являются инструментами прямого действия, а влияют на курс опосредственным образом, через те или иные факторы, влияние которых на курс проявляется неявным образом. В предлагаемой ниже модели управления процедурой покупки-продажи валюты процесс управления распределения ресурсами, идущими на покупку и продажу валюты, описан таким образом, что это позволяет управлять валютным курсом «прямым» образом, исходя из задач, стоящих перед субъектами экономического и финансового взаимодействия.

1. Модель управления валютным курсом в процедуре покупки-продажи валюты.

На межбанковском валютном рынке имеются две группы участников – группа покупателей валюты (доллара США) и группа продавцов валюты (покупателей национальной валюты — гривны). Будем считать, что группа покупателей валюты представляет собой одного обобщенного агента по покупке валюты (доллара США) – игрока I, а группа продавцов валюты – другого обобщенного агента по продаже валюты – доллара США (покупке гривны) – игрока II. Кроме того, предполагается, что до начала торгов Национальным банком Украины установлен курс доллара США по отношению к гривне, равный k_{nbu}, т.е. 1$ = k_{nbu} (гривен). К моменту начала торгов игрок I имеет x (грн) для покупки валюты (доллара США), а игрок II имеет y (долларов США) для покупки гривны (продажи долларов США).

Смоделируем процедуру покупки-продажи долларов США и гривны на рынке. К моменту начала торгов (t=0) игроки I и II, пополняют имеющиеся у них объемы гривны и долларов x(0) (грн) и y(0) (дол) и располагают следующими объемами гривны и долларов — α *x(0) и β*y(0), соответственно (α и β – темпы роста объемов гривны и долларов). Затем игроки выделяют, соответственно, u(0)*α*x(0) (0 $\leq$u(0)$\leq$ 1)гривен и v(0)*β*y(0) (0$\leq$v(0)$\leq$ 1) долларов на покупку долларов и гривны. Считается, что в момент проведения торговой сессии курсы покупки и продажи доллара составили k_{pok} и k_{prod}. Тогда объемы гривны и долларов США у игроков I и II в результате проведения торговой сессии составили x(1) и y(1) соответственно, где x(1) и y(1) определяются из соотношений:

$$x(1) = \alpha*x(0) - u(0)*\alpha*x(0)*[1 - (k_{nbu}/ k_{prod})] + v(0)*\beta*y(0)*[k_{nbu}- k_{pok}];$$

$$y(1) =\beta*y(0) - v(0)*\beta*y(0)*[1 - (k_{pok} /k_{nbu})]+u(0)*\alpha*x(0)*[(1/k_{nbu}) - (1/ k_{prod})].$$

Опишем подробнее, что означают данные соотношения. Игрок I, управляющий гривневой массой, выделяет часть гривневой массы u(0)*α*x(0) на покупку долларов. На выделенную величину гривневой массы он покупает величину [u(0)*α*x(0)/ k_{prod}] долларов США, которую ему продает игрок II по курсу продажи долларов k_{prod}, сложившемуся на этой торговой сессии. Это означает, что игрок I, вместо гривневой массы u(0)*α *x(0), которую он выделил на покупку долларов, приобрел доллары США, объем которых оценивается в (k_{nbu}/k_{prod})*u(0)*α*x(0) гривен. И, следовательно, первый игрок после проведения им процедуры покупки доллара США, имеет финансовых ресурсов в гривневом эквиваленте, равном α*x(0) — u(0)*α*x(0)* *[1 – (k_{nbu}/k_{prod})]. Помимо покупки долларов США первым игроком, на торговой сессии происходит продажа долларов США (покупка гривны) вторым игроком. На покупку гривны игрок II выделяет v(0)*β*y(0) долларов США, которые игрок I покупает у игрока II по курсу покупки k_{pok}. Следовательно, после процедуры продажи вторым игроком долларов США в объеме v(0)*β*y(0), у первого игрока добавится финансовых ресурсов на величину v(0)*β*y(0)*[k_{nbu}- k_{pok}], в гривневом эквиваленте. Таким образом, у первого игрока, после проведения торговой сессии, финансовых ресурсов, в гривневом эквиваленте, будет: α*x(0) — u(0)*α*x(0)*[1 – (k_{nbu}/k_{prod})] + +v(0)*β*y(0)*[k_{nbu}- k_{pok}]. Аналогично обстоит дело с финансовыми ресурсами второго игрока. На выделенную на покупку гривны величину v(0)*β*y(0) долларов США, второй игрок покупает гривневую массу в объеме v(0)*β*y(0)*k_{pok}, что приводит к тому, что финансовые ресурсы второго игрока, в долларовом эквиваленте, уменьшатся на величину v(0)*β*y(0)*[1 – (k_{pok}/k_{nbu})]. Кроме того, с учетом того, что первый игрок «самостоятельно» покупал доллары США у второго игрока, долларовый эквивалент финансовых ресурсов увеличится на величину u(0)*α*x(0)*[(1/k_{nbu}) – (1/k_{prod})]. Следовательно, по итогам торговой сессии, у второго игрока останется финансовых ресурсов, в долларовом эквиваленте, в объеме, равном β*y(0) — v(0)*β*y(0)*[1 – –(k_{pok}/k_{nbu})]+u(0)*α *x(0)*[(1/k_{nbu}) – (1/k_{prod})].

Тогда, в момент t = 1 возможны следующие варианты:

1) $x(1) \geq 0,\ y(1) \prec 0$;

2) $x(1) \prec 0,\ y(1) \geq 0$;

3) $x(1) \prec 0$, $y(1) \prec 0$;

4) $x(1) \geq 0$, $y(1) \geq 0$.

Первый вариант соответствует случаю полной продажи долларов США и, следовательно, в рамках сформулированных предположений, процедура покупки-продажи долларов США закончилась. Второй вариант соответствует случаю полной продажи гривны и, следовательно, в рамках сформулированных предположений, процедура покупки-продажи долларов США закончилась. Третий вариант, формально возможный, а фактически нет, соответствует случаю и полной продажи и долларов США и гривны. Процедура покупки-продажи долларов США закончилась. Отметим, что фраза о том, что третий вариант фактически невозможен, означает, что в соотношениях заложен принцип сохранения денежной массы, поэтому одновременное уменьшение «до нуля» финансовых ресурсов невозможно. Четвертый вариант соответствует случаю, когда у игроков остались и гривневая масса и долларовая, и есть возможность продолжения процедуры покупки-продажи долларов США, по аналогии с вышеописанной процедурой.

Инструментарий теории игр [4] позволяет по информации о начальных финансовых ресурсах (как гривневых так и долларовых), темпах их роста, сложившихся курсах доллара США (как НБУ, так и покупки, продажи доллара США на торговой сессии), определить время возможной полной продажи как долларов США, так и гривны, найти оптимальные стратегии управления. Кроме того, он позволяет определить области начальных финансовых ресурсов (гривневых и долларовых) сторон, участвующих в процедуре покупки-продажи доллара США и гривны, обладающих свойством: если процедура покупки-продажи доллара США, гривны началась с объемами долларов США и гривны, принадлежащих данной области финансовых ресурсов, то в один из моментов времени возможна полная продажа или долларов США, или гривны, либо процедуру покупки-продажи долларов США можно продолжать как угодно долго. Для этого решается многошаговая игра качества с двумя терминальными поверхностями [5], решение которой заключается в определении множеств предпочтительности сторон, а также стратегий покупки-продажи (управляющих воздействий), применяя которые возможно получение исходов, предпочтительных для каждой стороны. Под множеством предпочтительности любой из сторон процедуры покупки-продажи долларов США, гривны, подразумевается множество полной продажи валюты (доллара США, гривны) противоположной стороной данного процесса.

2. Процесс решения задачи на основе представленной модели.

В данной работе приводится и решение отмеченой многошаговой игры. Наряду с этим решается оптимизационная задача по нахождению стратегий покупки-продажи долларов США, позволяющих оптимизировать соотношение гривны к доллару США. Предложенный подход может быть полезным при поддержании стабильности национальной валюты — гривны.

Постановка задачи. Приведенную выше процедуру покупки-продажи доллара-гривны будем рассматривать в рамках схемы позиционной многошаговой игры с полной информацией [6]. В рамках этой схемы данная процедура «порождает» две задачи — с точки зрения первого игрока-союзника и с точки зрения второго игрока-союзника [4]. Вследствие симметричности достаточно ограничиться одной из них, например, с точки зрения первого игрока-союзника. Для этого определим стратегии первого игрока-союзника. Обозначим через $T = \{0, 1, \ldots\}$ дискретное множество, характеризующее изменение временного параметра. Отметим, что временной шаг может соответствовать дню проведения торговой сессии.

Определение. Чистой стратегией первого игрока-союзника называется функция u: *T*[0,1]*[0,1] a[0,1]*, ставящая состоянию информации (позиции) *(t,(x(0),y(0)))* значение *u(t,(x(0),y(0)): 07u(t,(x(0),y(0)))71.*

Другими словами, чистой стратегией первого игрока-союзника является функция, ставящая состоянию информации в момент t величину *u(t,(x(0),y(0))*, определяющую объем гривневой массы, которую он выделил для покупки долларов США на торговой сессии. В отношении информированности игрока-противника (в рамках схемы позиционной игры) никаких предположений не делается, что эквивалентно тому, что игрок-противник выбирает свое управляющее воздействие *v(t)* на основании любой информации. Множество предпочтительности первого игрока W_1 будет определяться следующим образом.

W_1 — это множество начальных финансовых ресурсов *(x(0),y(0))* игроков, обладающих свойством: для таких начальных финансовых ресурсов существует стратегия первого игрока, которая для любых реализаций стратегии второго игрока «приводит» в один из моментов времени $t=k+1$ состояние системы *(x(t), y(t))* в такое, при котором будет выполняться условие (1). При этом у второго игрока не существует стратегии, которая может «привести» к выполнению условий (2) или (3) в один из предшествующих моментов времени. Стратегия первого игрока, обладающая указанным свойством, называется оптимальной.

Решение *задачи 1* заключается в нахождении множества предпочтительности первого игрока и его оптимальных стратегий.

Введем обозначения: $s_1 = 1 - (K_{pok}/K_{nbu})$; $s_2 = (1/K_{nbu}) - (1/K_{prod})$;

$s_1^{'} = s_1 * K_{nbu}$; $s_2^{'} = s_2 * K_{nbu}$.

Возможны (потенциально) четыре случая:

а) $s_1 \succ 0$, $s_2 \leq 0$;

б) $s_1 \leq 0$, $s_2 \succ 0$;

в) $s_1 \succ 0$, $s_2 \succ 0$;

с) $s_1 \leq 0$, $s_2 \leq 0$.

В случае а) и $(\beta / \alpha + s_2^{'} - 1) \succ 0$ существует бесконечное (счетное) число множеств предпочтительности W_1^i первого игрока-союзника, обладающих свойством, что если $(x(0),y(0)) \in W_1^i$, то первый игрок за i шагов сможет получить выполнение условия (1), как бы ни действовал второй игрок. Причем у второго игрока существует стратегия, которая не позволяет первому игроку получить выполнение условия (1) за меньшее число шагов. Множество W_1^i записывается таким образом:

$$W_1^i = \{ (x(0),y(0)) : k(i-1)*x(0) \leq y(0) \prec k(i)*x(0)\},$$

где $k(i) = (\alpha / \beta)*[- s_2 - s_2^{'} *k(i-1) + k(i-1)],\ k(0)=0.$

Объединение множеств W_1^i определяет множество предпочтительности первого игрока W_1, которое записывается следующим образом:

$$W_1 = \{ (x(0),y(0)) : y(0) \prec q*x(0) \},$$

где $q = (-s_2) / [\beta / \alpha + s_2^{'} - 1]$; причем из любого состояния *(x(0),y(0))* этого множества первый игрок за конечное число шагов может достигнуть выполнение условия (1).

В случае а) и ($\beta/\alpha + s_2^{'}$ − 1) ≤ 0 существует конечное число множеств предпочтительности W_1^i первого игрока-союзника, обладающих свойством, что если $(x(0),y(0)) \in W_1^i$, то первый игрок за i шагов сможет получить выполнение условия (1), как бы ни действовал второй игрок. Причем у второго игрока существует стратегия, которая не позволяет первому игроку получить выполнение условия (1) за меньшее число шагов. Множество W_1^i записывается таким образом:

$W_1^i = \{ (x(0),y(0)) : k(i-1)*x(0) \leq y(0) \prec k(i)*x(0)\},$

где $k(i) = (\alpha/\beta)*[- s_2 - s_2^{'} *k(i-1) + k(i-1)], k(0)=0.$

Объединение множеств W_1^i определяет множество предпочтительности первого игрока W_1, которое совпадает с R_+^2 .

Оптимальная стратегия первого игрока-союзника заключается в выделении всей имеющейся гривневой массы на покупку долларов США. Игроку-противнику «предписывается» воздержаться от покупки гривны.

В случае б) первый игрок-союзник не может «построить» свое множество предпочтительности, так как при таком соотношении параметров ситуация становится предпочтительной для второго игрока и, следовательно, при решении *задачи 2*, с точки зрения второго игрока-союзника (решение которой приводиться не будет) второй игрок совершенно аналогично найдет и свое множество предпочтительности и свою оптимальную стратегию.

В случае в) множеств предпочтительности у игроков нет, так как при таком соотношении параметров у них будут в наличии и гривневая масса и долларовая как угодно долго.

Случай с) невозможен, так как по определению курс покупки доллара США не может быть больше курса его продажи.

С учетом вышеприведенного можно сказать, что только в двух из четырех случаев возможны ситуации, приводящие либо к неограниченному росту соотношения (гривна / доллар), либо к неограниченному росту соотношения (доллар / гривна). В двух остальных случаях этого не происходит.

Так как неограниченный рост соотношения (гривна / доллар) или соотношения (доллар / гривна) нежелателен, то естественным является стремление «уменьшить» область W_1, с целью увеличения области стабильности соотношения (гривна / доллар). Как нетрудно видеть, это становится возможным, если отношение (β/α) будет как угодно большим, то есть темп роста долларовой массы на межбанковском валютном рынке должен существенно превышать темп роста гривневой массы. Национальный банк Украины имеет достаточно инструментов для того, чтобы это осуществить.

Национальный банк Украины заинтересован в управляемости соотношений либо (гривна / доллар), либо (доллар / гривна). Явная запись переменных $x(i)$, $y(i)$ позволяет это осуществлять. Можно, например, рассмотреть задачу нахождения параметров u^* и v^*, доставляющих минимальное по u, и максимальное по v, значение отношению (гривна / доллар), в области $(x(0),y(0))$, не принадлежащей W_1. Будем считать, что игра с одним шагом, то есть это означает, что имеет место только одна торговая сессия. Введем обозначения: $P(u(0),v(0)) = \{[\alpha*x(0) - u(0)*\alpha*x(0)*s_2^{'} + v(0)*\beta*y(0)*s_1^{'}]/ [\beta*y(0) - v(0)*\beta*y(0)*s_1 + u(0)*\alpha*x(0)*s_2)]$ $(P(.,.)$ − это показатель качества). Нетрудно видеть, что не существует значения игры на квадрате $[0,1]*[0,1]$ с данным показателем качества в классе чистых стратегий [7]. Однако существуют оптимальные смешанные стратегии σ^* (первого игрока) и μ^* (второго игрока), так как показатель качества (в области $(x(0),y(0))$, не принадлежащей W_1) является непрерывной функцией [8]. Следует отметить, что для практики информация о существовании оптимальных смешанных стратегий не является конструктивной. Поэтому, вместо задачи оптимизации указанного показателя можно рассмотреть задачу о нахождении множества таких $(u(0),v(0))$, при которых отношение $[x(0)/y(0)]$ находится в определенных «рамках», например: $\delta * K_{nbu} \leq [x(0)/y(0)] \leq \lambda * K_{nbu}$,

что означает, что управляющие воздействия $(u(0),v(0))$ должны быть такими:

1) $\alpha * x(0) - u(0) * \alpha * x(0) * s_2' + v(0) * \beta * y(0) * s_1' \leq \lambda * K_{nbu} * [\beta * y(0) - v(0) * \beta * y(0) * s_1 + u(0) * \alpha * x(0) * s_2)]$;

2) $\delta * K_{nbu} * [\beta * y(0) - v(0) * \beta * y(0) * s_1 + u(0) * \alpha * x(0) * s_2)] \leq \alpha * x(0) - (0) * \alpha * x(0) * s_2' + v(0) * \beta * y(0) * s_1'$;

3) $(u(0),v(0)) \in [0,1] * [0,1]$.

И, тогда выбором управляющих воздействий $(u(0),v(0))$ из множества так определяемых «допустимых» $(u(0),v(0))$, будет возможно «поддерживать» отношение $[x(0)/y(0)]$ в требуемых «рамках».

Отметим, что, на самом деле, в распоряжении игроков находятся не только управляющие воздействия $(u(.),v(.))$, но и все параметры, определяющие процедуру покупки-продажи валюты и, следовательно, можно управлять и ими для получения требуемого результата.

Рассмотренную процедуру покупки-продажи валюты можно рассмотреть «шире», то есть не только как покупку-продажи валюты на межбанковском валютном рынке, где в общем-то, управляемость данной процедуры отлажена. Если же рассмотреть ее в рамках страны, то об управляемости данной процедурой говорить не приходится и тогда становится правомочен игровой подход, который не исключает реализаций со стороны общего коллективного контрагента (по отношению к государству), являющихся наихудшими и, следовательно, становятся возможны случаи, приводящие к нестабильности отношения $[x(0)/y(0)]$ (гривны к доллару) и наоборот. Поэтому, приведенные в работе результаты могут оказаться полезными для предотвращения ситуаций курсовой нестабильности, а также могут дать некоторые рекомендации по выбору управляющих воздействий для поддержания курсовой стабильности.

1. *Шаров О.* Перспективи валютної інтеграції на пострадянському просторі / О. Шаров. — Вісник НБУ. — січень 2013. — С. 12—19; 2. *Богомолов О.Т.* Валютный коридор в экономической глобализации: материалы круглого стола «Противоречия процессов валютно-финансовой интеграции в регионе СНГ» / О.Т. Богомолов. — М.: ИМЭПИ РАН. — 2005; 3. *Brabant J.M. van.* Convertibility in Eastern Europe Through a Payments Union / J.M. van. Brabant. — In: Currency Convertibility in Eastern Europe. Ed. By J. Williamson, D.C. Wash. — 1991; 4. *Красовский Н.Н.* Позиционные дифференциальные игры / Н.Н. Красовский, А.И. Субботин. — М.: Наука, 1974. — 456 с.; 5. *Чикрий А.А.* об одном классе линейных дискретных игр качества / А.А. Чикрий // Кибернетика. — 1971. — № 6. — С. 103—106; 6. *Линдер Н.В.* Многошаговая игра качества двух экономических систем / Н.В. Линдер // Кибернетика и системный анализ. — 1994. — № 5. — С. 45—56; 7. *Хоанг Т.* Об одном классе минимаксных задач / Т. Хоанг // Кибернетика. — 1971. — № 2. — С. 115—118; 8. *Печерский С.Л.* Теория игр для экономистов. Вводный курс: учебное пособие / С.Л. Печерский, А.А. Беляев. — СПб.: Издательство Европейского университета в Санкт-Петербурге. — 2001. — 344 с.