Електронне наукове фахове видання **"Ефективна економіка"** включено до переліку наукових фахових видань України з питань економіки
(Наказ Міністерства освіти і науки України від 29.12.2014 № 1528)
www. economy.nayka.com. ua | № 3, 2018

УДК 339.187: 517.97

І. О. Сєвідова,
к. е. н., доцент кафедри прикладної економіки і міжнародних економічних відносин,
Харківський національний аграрний університет ім. В.В. Докучаєва, Харків, Україна

ФОРМУВАННЯ СТРАТЕГІЇ НА ОСНОВІ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНСТРУМЕНТАРІЮ НЕКООПЕРАТИВНОЇ ТЕОРІЇ ІГОР

Iryna Sievidova,
PhD in Economics, Associate Professor of Department of applied Economics and international economic relations, Kharkiv National Agrarian University named after V.V. Dokuchajev Kharkiv, Ukraine

FORMATION OF RESEARCH-BASED STRATEGIES FOR THE USE OF INSTRUMENTS OF NON-COOPERATIVE GAME THEORY

У статті розглянуто та обґрунтовано методику застосування ітераційних алгоритмів для обчислення рівноваг у загальному класі неквадратичних опуклих багатогранників. Комплексне використання численних методів на основі відомих розв'язань задач з оптимізації Дж. Неша, з використанням математичного інструментарію некооперативної теорії ігор, що виражається на практиці у формуванні методик і побудові алгоритмів поведінки аграрних підприємств у ринковій діяльності, для врахування в управлінській та економічній діяльності.

The method of application of iterative algorithms for calculating equilibria in the general class of non-quadratic convex polyhedra is considered and justified. The complex use of numerous methods based on the known solutions to optimization problems of J. Nash, using the mathematical tools of non-cooperative game theory, is expressed in practice in the formation of techniques and the construction of algorithms for the behavior of agricultural enterprises in market activities, for accounting in managerial and economic activities.

Ключові слова: *теорія ігор, стратегія, інтеграція, оптовий ринок, рівновага Неша.*

Keywords: *game theory, strategy, integration, wholesale market, Nash equilibrium.*

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

У теорії на оптовому ринку чистої конкуренції, яким є ринок овочевої продукції, жодне аграрне підприємство чи приватний виробник не має можливості встановити ціну вище, ніж інші учасники ринку. Завдяки тому, що овочева продукція по суті є однорідною, кінцеві покупці завжди мають інформацію про рівень цін і обирають тих суб'єктів ринку, які пропонують більш низькі ціни.

Для визначення оптимальної стратегії інтеграції аграрних підприємств до оптового ринку овочевої продукції для вираження оптимальної стратегії діяльності кожного підприємства, що бере участь в реалізації продукції на ринку, ми будемо використовувати чисельну корисність яка була запропонована Джоном Нешем у роботі «Некооперативні ігри». Таким чином, ми використаємо в математичній моделі прагнення кожного аграрного підприємства максимізувати свій прибуток.

Теорія Дж. Неша, на противагу теорії фон Неймана і Моргенштерна про кооперативні ігри «n-типу», заснована на припущенні, що кожен учасник торгових відносин діє незалежно, без співпраці або спілкування з ким-небудь з інших. Поняття точки рівноваги є основним елементом цієї теорії. Це поняття дає узагальнення поняття рішення гри з нульовою сумою з двох осіб. Виявляється, що безліч точок рівноваги гри з нульовою сумою з двох осіб – це просто сукупність всіх пар протилежних «оптимальних стратегій».

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ, В ЯКИХ ЗАПОЧАТКОВАНО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЦІЄЇ ПРОБЛЕМИ

Більшість алгоритмів, спрямованих на досягнення конвергенції рівноваги Неша, вимагають моделювання інформації про гру і припускають, що гравці можуть спостерігати за діями інших гравців. Два класичних приклади – краща відповідь і фіктивні стратегії гри, де кожен гравець вибирає дію, яка максимізує його виграш, ураховуючи дії інших гравців.

Модель Курно, що була у свій час кращою стратегією реагування, вперше була вивчена Курно і належить до сценарію, в якому фірма в дуополії коригує свою продукцію, щоб максимізувати її виграш на основі відомого результату свого конкурента [2]. Стратегія, відома як фіктивна гра (використовується в кінцевих іграх), де гравець розробляє кращу відповідь, засновану на історії дій інших гравців, була представлена в роботі Г. Брауна в контексті змішаних стратегій рівноваги Неша в матричних іграх [3].

У роботі Дж. Шамма і Г. Арслана була розроблена динамічна версія фіктивної гри і градієнтної реакції, яка також включає ентропійну складову, і показано, що вона сходиться до рівноваги рівноваги Неша в змішаній стратегії у випадках, коли раніше розроблені алгоритми не сходилися [4]. У дослідженнях М. Чжу і С. Мартінеса показано, що алгоритм синхронного розподіленого навчання, в якому гравці запам'ятовують свої власні дії і значення корисності з попередніх дворазових кроків, сходиться з ймовірністю до безлічі обмежених рівноваг Неша [5].

У теорії Дж. Неша найкраща альтернатива переговорній угоді є найбільш вигідною альтернативою дій учасника, які він може зробити, якщо переговори не увінчаються успіхом і угода не може бути досягнута. Теорія фон Неймана в кращому випадку розглядає лише досить частковий вид таких ігор: ігри, в яких допускаються угоди, переговори і побічні платежі між гравцями, насправді у багатьох аналізованих ситуаціях стосунки між суб’єктами оптового ринку не належать до такого виду відносин [6]. На відміну від фон Неймана, Дж. Неш розрізняє некооперативні та кооперативні ігри.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Подальшої розробки потребують власне економічні аспекти діяльності аграрних підприємств в процесі реалізації виробленої продукції на ринку, за умови, що інформацію про поточні ціни мають всі кінцеві покупці, через що вони не намагатимуться встановлювати більш високі ціни, оскільки покупці просто виберуть продукцію інших реалізаторів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ З ПОВНИМ ОБГРУНТУВАННЯМ ОТРИМАНИХ НАУКОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Щоб дати теоретичне роз'яснення вибору оптимальної стратегії інтеграції аграрного підприємства до оптового ринку, ми сформували математичну модель, з погляду якої розвивається ринок. За умовами кооперативних ігор у випадках, коли, в грі n-гравців їм дозволяється певним чином утворювати коаліції. Таким чином, у них виникають так звані зобов'язуючі угоди між гравцями. Ці домовленості повинні безумовно дотримуються усіма гравцями за правилами гри. Наслідками ж цих домовленостей є укладення союзів між гравцями (утворення коаліцій), і відповідно частина доходу переходить від одних гравців до інших. Для оцінки ефективності об'єднання важливий той аспект кооперативних ігор, який має справу з поділом виграшу (доходу), отриманого коаліцією, серед її суб'єктів.

У некооперативних іграх між гравцями не допускається ніякого зв'язку, зокрема їм не дозволено складати угоди про побічні платежі. Дж. Неш визначає некооперативні ігри основними і намагається звести кооперативні ігри до некооперативних таким чином: переговори кооперативної гри включаються як формальні ходи в некооперативну гру.

За визначенням, некооперативні ігри можуть бути згруповані в дві категорії: статичні та динамічні ігри. Статичні – у яких поняття часу або інформації не впливають на вибір дій гравців. У протилежність цьому, динамічні ігри – це ті, в яких гравці мають деяку інформацію про вибір одного друга і можуть приймати рішення більше одного разу. Час відіграє центральну роль у цьому процесі. Статична некооперативна гра визначається як ситуація, яка включає в себе три компоненти: безліч гравців *n*, безліч дій (A_i), $i \in n$ і допоміжні функції (U_i), $i \in n$. У такій некооперативній грі, кожен гравець *i* повинен вибрати варіант діяльності таким чином, щоб оптимізувати допоміжну функцію U_i (a_i , a_{-i}) , яка залежить не тільки від вибору дій a_i, але і від вектора прийнятих рішень інших гравців в $n \backslash \{i\}$ визначених як a_{-i}. Якщо гра є динамічною, необхідно також визначити, як частину гри, додаткові компоненти, такі як інформаційні набори, час або історію (тобто набори минулих дій), які, як правило, відображаються у функції корисності [7].

Таким чином, гра «n-типу» являє собою набір з *n* гравців, кожен з яких пов'язаний з кінцевим набором чистих стратегій, і кожному гравцеві, *i*, відповідає функція, p_i, яка відображає безліч всіх n-наборів чистих стратегій у дійсних числах.

За визначенням Дж. Неша вивчення ігор за участю людини, для яких установлені правила гри мають на увазі некооперативну гру, – це, звичайно, очевидний напрямок, в якому можна застосувати цю теорію. Складність математичної роботи, необхідної для повного дослідження, зростає досить швидко з ускладненням гри; так що аналіз гри, є дуже складним і може бути здійснений тільки з використанням приблизних обчислювальних методів [8].

Аграрне підприємство не може визначити апріорно, чи є його початкові дії досить правильними щоб гарантувати збіжність, так як це невідомо і тому, що дуже важко визначити кількісну оцінку області тяжіння. Однак для квадратичних виграшів збіжність є полуглобальной. Якщо припустити, що у діючих на ринку аграрних підприємств є хороша оцінка, заснована на часткової інформації про стан ринку або статистичних даних, ця стратегія навчання залишається привабливою, оскільки вона дозволяє їм поліпшити свої початкові дії, вимірюючи тільки власні значення виграшу і не вимагаючи оцінки потенційно дуже невизначені параметри, наприклад, ціни конкурентів або попит споживачів.

За визначенням М. Губка та Д. Новікова, у разі побудови нормальної форми гри за її розгорнутою формою, безлічі стратегій вихідної гри перетворюються у безлічі дій гри в нормальній формі. Найчастіше дію гравця у грі в нормальній формі також називають стратегією. Однак термін «стратегія» має більш широкий зміст і використовується для позначення «плану», який кожен гравець становить до початку гри. Цей план описує всі дії, які гравець робитиме у всіх можливих ігрових станах. Стратегія гравців навіть в грі в нормальній формі може бути більш складною, ніж просто вибір одного з елементів безлічі дій *Xi* (стратегія, яка полягає у виборі дії з безлічі *Xi*, називається чистою стратегією). Згадаймо, що в іграх у розгорнутій формі для тих ходів, які робила природа, вказувалася вірогідність того чи іншого її «ходу». Аналогічно і гравці можуть не вибирати в кожній ситуації деяку єдину дію, а вибирати одну з дій з певною ймовірністю. Тоді вибір гравця буде описуватися імовірнісним розподілом на безлічі можливих у цій ігровій ситуації дій, яке називається змішаною стратегією.

Виявляється, що така поведінка в деяких ситуаціях може привести гравця до більш вигідного розподілу корисностей. Наприклад, у реальній ситуації на ринку реалізується не весь обсяг продукції, а окремі її партії. Причому кожна така подія по суті і є окрема гра, за підсумками якої будується стратегія на наступний раунд [7].

У дослідженні ми видаємо набір дій для гравців і реалізуємо стратегію пошуку Неша з проекцією, щоб гарантувати, що дії гравців залишаються відповідними. Гравці P_1 і P_2 представляють два підприємства, які конкурують за прибуток, установлюючи свої ціни U_1 і U_2 відповідно.

Прибуток кожної фірми є результатом кількості проданих одиниць *Si* і прибутку на одиницю, що є різницею між продажною ціною *Ui* і маржинальної або виробничою вартістю продукту *Mi*. У математичних термінах прибуток моделюється і виражається функцією:

$$J_i(t) = s_i(t) \times (u_i(t) - m_i) \qquad (1),$$

де S_i – кількість проданої продукції, M_i – гранична вартість і $i \in$ (1,2) для P_1 і P_2.

Інтуїтивно зрозуміло, що прибуток кожного підприємства буде низьким, якщо підприємство або встановить ціну дуже низьку, тому що прибуток на продану одиницю буде низьким, або якщо підприємство встановить надто високу ціну, тоді споживачі будуть купувати продукт іншого виробника. Передбачається, що максимальний прибуток буде знаходитися десь у середині цінового діапазону, і це вирішальною мірою залежить від рівня цін, установлених іншими виробниками.

Щоб моделювати поведінку ринку, ми припускаємо просту, але цілком реалістичну модель: з якоїсь причини споживач віддає перевагу продукту P_1, але готовий купити продукт P_2, якщо його ціна U_2 буде досить нижче, ніж ціна U_1. Отже, ми моделюємо продаж кожної фірми як:

$$S_1(t) = S_d - s_2(t)) \qquad (2),$$

$$S_1(t) = \frac{1}{p}(u_1(t) - u_2(t)) \qquad (3).$$

Отже, ми моделюємо продажі для кожного підприємства, де загальний споживчий попит S_d фіксований для простоти розрахунків, переваги споживача для P_1 кількісно визначаються як p > 0, і передбачається, що виконуються нерівності $u_1 > u_2$ і $(u_1-u_2) / p < S_d$.

Щоб переконатися, що обмеження $u_1 > u_2$ і $(u_1-u_2)/p < S_d$. задовольняються рівновагою Неша, ми припускаємо, що $m_1 - m_2$ лежить в інтервалі ($-S_d p$, $2S_d p$). Якщо $m_1 = m_2$ ця умова автоматично виконана. Використовуючи алгоритм пошуку екстремуму, підприємствам потрібно лише виміряти значення власних функцій виграшу, J_1 і J_2.

З розрахунків випливає, що збіжність до рівноваги Неша не досягається тривіально до тих пір, поки відбувається спочатку зростання, а потім зменшення розрахункових показників через загальну динаміку системи рівнянь. З іншого боку в реальних умовах діяльності аграрного підприємства на оптовому ринку можна також гарантувати, що прийняття рішень відбувається паралельно всіма суб'єктами ринку і при цьому гарантується плавне зближення з рівновагою Неша.

ВИСНОВОК

Для неквадратічних функції виграшу, збіжність зміщена пропорційно як вищим похідним функцій виплат, так і амплітудам сигналів збурень. Коли дії гравців обмежені замкнутим і обмеженим набором дій $\bigcup \subset R^n$, пошук екстремуму з проекцією гарантує, що їх дії залишаються в *U*.

Для реалізації цієї стратегії досягнення рівноваги Нєша немає необхідності в будь-якій інформації, що моделює ринок, таких як переваги споживача *p*, загальний попит S_d, або граничні витрати, або ціна іншого виробника. Аграрні підприємства на ринку реалізують немодельну оптимізацію в реальному часі дії стратегії, наприклад, детермінований пошук екстремуму з синусоїдальними збуреннями, щоб встановити свої ціни на оптимальному рівні.

Література.

1. Cournot A. Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses / A. Cournot . – France, Paris: Hachette, 1838. – 198 p.
2. Brown G.W. Iterative solutions of games by fictitious play / G.W. Brown // Activity Analysis of Production and Allocation; T.C. Koopmans, Ed. – New York Wiley, 1951. – pp. 374-376.
3. Shamma J.S. Dynamic fictitious play, dynamic gradient play, and distributed convergence to Nash equilibria / J.S. Shamma, G. Arslan // IEEE Trans. Autom. Control, 2005. – vol. 53. – no. 3. – pp. 312–327.
4. Zhu M. Distributed coverage games for mobile visual sensors (I): Reaching the set of Nash equilibria / M. Zhu, S. Martínez // Decision and Control 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference, 2009. – pp. 169-174.
5. Nisan N. Algorithmic Game Theory / N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V. Vazirani. – Cambridge University Press New York, USA, 2007. – 754 p.
6. Nash J.F. Non-cooperative games / J.F. Nash // Annals of Mathematics. 1951. – vol. 54. – pp. 286 - 295.
7. Губко М.В. Теория игр в управлении организационными системами. Издание 2-е, перер. и доп. / М.В. Губко, Д.А. Новиков. – М., 2005. – 168 с.

References.

1. Cournot, A. (1838), *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. Paris, France: Hachette.
2. Brown, G.W. (1951), "*Iterative solutions of games by fictitious play*" in Activity Analysis of Production and Allocation (T.C. Koopmans, Ed.) New York: Wiley.
3. Shamma, J.S., Arslan, G. (2005), "*Dynamic fictitious play, dynamic gradient play, and distributed convergence to Nash equilibria*" IEEE Trans. Autom. Control, vol. 53, no. 3.
4. Zhu, M., Martínez, S. (2009), "*Distributed coverage games for mobile visual sensors (I): Reaching the set of Nash equilibria*" Decision and Control 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference.
5. Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, E., Vazirani, V. (2007), *Algorithmic Game Theory*. Cambridge University Press New York, NY, USA.
6. Nash, J.F. (1950), "*Non-cooperative games*", Annals of Mathematics vol. 54.
7. Gubko, M.V., Novikov, D.A. (2005), *Teoriya igr v upravlenii organizatsionnyimi sistemami. Izdanie 2-e, perer. i dop.* [Theory of games in managing organizational systems], Moscow, Russia.

Стаття надійшла до редакції 20.03.2018 р.