УДК 620.92:536(075.8)

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

Б.Х. Драганов, доктор технических наук,

В.В. Козырский, доктор технических наук

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины

Приведен анализ солнечной радиации и структуры поля атмосферы в их взаимодействии. Приведены закономерности поля радиации и облачности земной атмосферы, как многогранные пространственно-переменные случайные функции. Изложены основы устойчивости и флуктуации рассматриваемых структур. Указывается на взаимосвязи неустойчивости и фазовыми переходами.

Статистический метод анализа, стохастичность, вероятность события, радиация, поле структуры облачности, устойчивость энтропии.

Солнечные лучи предопределяют все сущее на земле. От солнечного излучения, его характеристик зависят условия нашего быта, его комфортности солнечное излучение играет существенную роль во многих современных технологических процессах. Следует отметить значимость солнечной энергии в решении проблемы экономии энергетических ресурсов.

Цель исследований – исследование основных стохастических особенностей солнечной радиации, принимая во внимание локальную структуру поля облачности и на основе теории устойчивости указать степень рассеивания радиации при достижении поверхности земли.

Материалы и методика исследований. Основной параметр радиации– интенсивность излучения, по которой определяют плотность излучения, а именно плотность сферического потока т поток через единичную площадь. Количество облаков по небосводу и закрытость в отдельных направлениях используем как параметры облачности. Следует анализировать как радиационные свойства, так и состояние облачности их взаимосвязи [1, 2].

Структура поля облака изменяется под действием потока ветра. По закону А.М. Обухова отклонение показателя степени для спектральной плотности вертикальной составляющей скорости ветра 5/3 указывает на поступление энергии извне [3], например, за счет освобождения скрытой теплоты. Поэтому по величине этого отклонения можно определить стадию развития, т. е. скорости роста или распада полей кучевых облаков.

Если же при сколько угодно малых, но не равных нулю начальных возмущениях данная характеристика со временем будет все более и более отличаться от своего значения в невозмущенном движении, тогда движение системы по отношению к этой характеристике называется неустойчивым. Эти определения соответствуют определению устойчивости по А. М. Ляпунову.

Локальное изменение состояния определяется зависимостью

$$x = \varphi(t, t_0, x_0), \tag{1}$$

где x_0 обозначает состояние в момент времени t_0. Здесь предполагается, что φ – функция, непрерывно дифференцируемая по $(t \geq t_0)$. Кроме того, предположим, что (1) остается справедливым в окрестности x_0, определяемой некоторым отклонением δ. Величина

$$y(t) = \varphi(t; x_0 + \delta) - \varphi(t, x_0). \tag{2}$$

Характеризует изменение функции φ, вызванное первоначальным возмущением δ в момент времени t. Из непрерывности φ следует, что $|y(t)|$ мало, если мало $|\delta|$ и не слишком велико t. Здесь $|y(t)|$ означает расстояние $\sqrt{\left(\sum y_i^2\right)}$ в пространстве состояний.

Это приводит к следующему определению устойчивости движения (1): если для любого ε > 0 существует k (ε) > 0, такое, что

$$|\varphi(t; x_0 + \delta) - \varphi(t; x_0)| < \varepsilon \tag{3}$$

при всех значениях t, как только $|\delta|$ < k (ε) – движение устойчивости по Ляпину [1].

Кроме того, устойчивость будет асимптотической (или полной), если для всех допустимых δ

$$\lim_{t\to\infty}\left|\varphi(t;x_0+\delta-\varphi(t;x_0))\right|=0. \tag{4}$$

В этом случае возмущенное движение стремится вернуться к первоначальному при $t\to\infty$. Поэтому если положительно определенная сумма y^2(квадрат расстояния) не возрастает, другими словами, ее производная по времени удовлетворяет условию

$$\left(\dot{y}^2\right)\le 0 \quad (<0) \tag{5}$$

при всех значениях t, то движение (1) будет устойчивым (≤ 0) или асимптотически устойчивым (<0). Однако в обоих случаях (5) является только достаточным условием, так как осциллирующие возмущения y^2, совместимые с основным определением устойчивости, здесь не рассматриваются [2].

На основе теории о сверстки и метода определения спектральной плотности можно установить связи между спектральными плотностями случайной функции $\xi(t)$ линейного преобразования статистических характеристик полей облачности и радиации

$$S_\psi(\omega)=H(\omega)S_\xi(\omega), \tag{6}$$

где $H(\omega)$ выражает преобразование Фурье нормирования при $\omega=0$.

В итоге спектральная плотность записывается так [m]:

$$S_\xi(\omega)=\frac{S_\psi(\omega)}{H(\omega)}. \tag{7}$$

При этом максимальная частота восстанавливаемой спектральной плотности определяется уровнем шумов относительно спектра $S_\psi(\omega)$. Истинные дисперсии и корреляционные функции, аналогично прямой фильтрации, аналогично прямой фильтрации, получим при помощи обратного преобразования Фурье.

Приведенные выше формулы относятся к одномерным случайным функциям. В действительности поля радиации и облачности земной атмосферы многомерные пространственно-временные случайные функции (случайные поля).

Понятие случайного поля аналогично понятию случайной функции. Для случайных полей корреляционная функция, весовая функция, спектральная плотность и область интегрирования заменяются соответственными многомерными характеристиками [9]. Для связывания пространственной и временной структуры облачности и радиации применим гипотезу о «замороженности», высказанную Дж. Тейлором для турбулентности, согласно которой пространственная картина случайного поля движется со средней скоростью ветра и не меняется во времени.

Окончательный результат получает при помощи двумерного преобразования Фурье корреляционной функции, которое в изотропном случае сводится к преобразованию Ханкеля.

Методы решения линейных и нелинейных задач связи между случайными полями облачности и радиации в первом приближении приведены в работе [1, 2, 6].

Известный метод баланса энтропии нельзя применить к проблеме устойчивости неравновесных состояний [4]:

$$\delta^2 s < 0 \text{ или } \delta^2(\rho s) < 0. \tag{8}$$

Из этих соотношений следует, что эти величины являются отрицательно определенными формами приращений независимых переменных e, υ, N_γ и ρe, ρ_r соответственно, которые характеризуют локальное состояние диссипативной системы (т. е. системы без конвекции). Поэтому теорию устойчивости следует строить на основе функций $\delta^2 s$ или $\delta^2(\rho s)$ как функций Ляпунова.

Таким образом, получили условия устойчивости

$$(\delta^2 s)_{t_0} \geq 0; \quad \left[\delta^2(\rho s)\right]_{t_0} \geq 0, \tag{9}$$

для всех времен $(t \geq t_0)$. Индекс t_0 означает, что при дифференцировании по времени коэффициенты квадратичных форм остаются постоянными, т. е. теми же, что и в момент времени t_0.

Флуктуации характеризуют случайные отклонения физических величин от их средних значений. Простейшей мерой флуктуации величины x служит ее дисперсия σ_x^2, т. е. средний квадрат отклонения x от среднего значения $\bar{x}$.

Основы теории флуктуации заложены в работах Гиббса [5]. С помощью Гиббса распределений как в классического, так и в квантовом случае можно вычислить флуктуацию в состоянии статистического равновесия для систем, находящихся в различных физических условиях; при этом флуктуация выражаются через равновесные термодинамические параметры и производственные потенциалов термодинамических. Например, для системы с постоянным объемом V и постоянным числом частиц N, находящейся в контакте с термостатом (с температурой *T*), канонич. распределение Гиббса дает для флуктуации энергии $(\varepsilon): \overline{\Delta\varepsilon^2} = (kT)^2 c_v$, где c_v – теплоёмкость при постоянном объеме. Такое же выражение для флуктуации справедливо и в случае квантовой статистики, различаются лишь явные выражения для c_v. В приведенном примере флуктуирует пропорционально объему (т. н. экстенсивная) величина – энергия. Её относительные квадратичные флуктуации $\overline{\Delta\varepsilon^2} / \overline{\varepsilon^2}$ пропорциональны величине $1/N$ (нормальные флуктуации) и, следовательно, очень малы.

Дальнейшее развитие теории флуктуации выполнено А. Эйнштейном. Суть метода анализа заключается в следующем.

Приведены выше соотношения для термодинамической теории устойчивости (6, 7) используем для анализа теории флуктуации.

Сначала обсудим равновесный случай. Вероятность возникновения неустойчивости в изолированной системе выражается основной формулой Эйнштейна (см. прекрасный обзор по теории флуктуаций [5]):

$$P_r \sim \exp\frac{\Delta S}{k}, \tag{10}$$

где ΔS – отклонение энтропии от равновесного значения ($\Delta S < 0$), связанное с флуктуациями, и k – постоянная Больцмана. Разложим энтропию около ее равновесного значения

$$S = S_e + (\delta S)_e + \frac{1}{2}\left(\delta^2 S\right). \tag{11}$$

Для изолированной системы

$$(\delta S)_e = 0, \tag{12}$$

следовательно, соотношение (10) можно записать в виде

$$P_r \sim \exp\left[\frac{1}{2}\frac{\left(\delta^2 S\right)_e}{k}\right]. \tag{13}$$

В работах Грина и Келлена [12] и Тиса и Куэ [7] установлена справедливость выражения (13) для малых флуктуаций.

Справедливость формулы Эйнштейна для неравновесных систем была постулирована И. Пригожиным [3], по крайней мере для тех случаев когда времена релаксации удовлетворяют некоторым заданным условиям. Эти условия связаны с разделением временных масштабов между флуктуирующей системой и внешней средой. Времена, связанные с флуктуирующей системой, должны быть малы по сравнению с характерными временами внешней среды, чтобы состояние внешней среды можно было рассматривать независимо от мгновенного состояния флуктуирующей системы.

Изложенное позволяет сделать следующие заключения [8]. Один из наиболее привлекательных аспектов теории устойчивости – ее промежуточное положение между детерминистическим описанием с помощью макроскопических уравнений (типа уравнение Навье-Стокса) и теорией случайных процессов. Само существование самопроизвольных флуктуаций является следствием того, что рассматриваемые системы состоят из большого числа частиц. Однако, когда система устойчива, флуктуации не важны, так как они затухают; они влияют только на усредненное поведение статистических шумов. Положение радикально меняется, когда возникает неустойчивость. Тогда флуктуации растут и достигают макроскопических размеров. Как только достигнуто новое устойчивое состояние (стационарное или нестационарное), макроскопическое описание вновь становится справедливым. Однако даже здесь статистический аспект временного поведения остается существенным. Это еще не обеспечивает устойчивость. Действительно, рассмотрим вероятность P_r как функцию некоторой флуктуирующей переменной ξ. Можно ожидать, что флуктуации будут расти до тех пор, пока система не достигнет этого второго максимума. Вследствие этого флуктуации будут затихать. Однако $\delta^2 S$, вообще говоря, не обращается в нуль. С этой точки зрения существует известный параллелизм между неустойчивостью и фазовыми переходами. Как хорошо известно из равновесной термодинамики, $\delta^2 S$ не исчезает при подходе к границе раздела двух фаз на фазовой диаграмме. Ситуация совершенно изменяется вблизи критической точки, когда, $\delta^2 S \to 0$.

В рамках линейной теории следует ожидать, что флуктуации растут бесконечно. В действительности же флуктуации будут затухать под влиянием нелинейных членов, которыми мы пренебрегали [9].

Список литературы

1. Мулламаа Ю. А. Р. Стохастическая структура полей облачности и радиации / Ю. А. Р. Мулламаа, М. А. Сулев, В. К. Пылдмаа и др. // Тарпу, 1972. – 281 с.
2. Руховцев Л. В. Об оптимальном представлении вертикальных распределений некоторых метеорологических элементов. Изв. А. Н. СССР. Серия геофизика. – № 4. – 1963.
3. Монин А. С. Статистическая гидродинамика / А. С. Монин, А. М. Яглом // М.: Наука, 1967. – 420 с.
4. Пригожин И. Современная термодинамика / И. Пригожин, Д. Кондепуди // М.: Мир, 2002. – 461 с.
5. Gibbs J. W. Collected Works. Longman Green, New York, London. – 1928. – 1875. – 1878.
6. Лифшиц Н. А. Вероятностный анализ систем автоматического управления / Н. А. Лифшиц, Б. Н. Пугачев // М.: «Советское радио», 1963.
7. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. / С.М. Рытов // М. Физматгиз, 1976.

Наведено аналіз сонячної радіації та структури поля атмосфери в їх взаємодії. Наведено закономірності поля радіації і хмарності земної атмосфери, як багатогранні просторово-змінні випадкові функції. Викладено основи стійкості і флуктуації розглянутих структур. Вказується на взаємозв'язку нестійкості і фазовими переходами.

Статистичний метод аналізу, стохастичність, ймовірність події, радіація, поле структури хмарності, стійкість ентропії.

The analysis of solar radiation and the field structure of the atmosphere in their interaction is presented. The laws of the radiation field and cloudiness of Earth atmosphere as multi-dimensional space-variable random functions are given. The foundations of stability and fluctuations of the structures are formulated. Interrelation between instability and phase transitions is emphasized.

The statistical method of analysis, stochastics, the probability of the event, the radiation, the field of cloud structure, stability entropy.