

Акустические приборы и системы

УДК 534.143 – 16:534.232.082.74

А.Н. Михеева, О.Н. Петрищев, д-р. тех. наук

Национальный Технический Университет Украины «Киевский политехнический институт»,
ул. Политехническая, 16, корпус 12, г. Киев, 03056, Украина.

Исследование электромагнитного способа возбуждения объемных ультразвуковых волн в металлическом полупространстве. Часть 1. Расчет магнитного поля и силового поля, которое создается кольцевым индуктором в намагниченном (анизотропном) токопроводящем ферромагнетике

Решена граничная задача электродинамики о распределении в пространстве переменного магнитного поля кольцевой катушки, которая располагается в вакууме над поверхностью полупространства заполненного намагниченным, т. е. анизотропным по магнитной проницаемости, ферромагнетиком. Исследовано распределение аксиального и радиального компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме ферромагнетика на различных частотах. Выполнен расчет поверхностной и объемной плотности пондеромоторных сил электромагнитного поля и сил Джоуля, которые определяют деформации ферромагнетика в прямом магнитострикционном эффекте. Показано, что при напряженности поля подмагничивания порядка половины коэрцитивной силы ферромагнетика силы Джоуля почти на четыре порядка превосходят пондеромоторное действие электромагнитного поля. Установлено, что с ростом частоты смены знака переменного магнитного поля резко уменьшаются по величине аксиальные составляющие поля сил Джоуля. Показано, что на частотах порядка одного мегагерца и выше, переменное магнитное поле кольцевой катушки в присутствии вертикального поля подмагничивания создает на поверхности и в объеме ферромагнетика практически одни радиально ориентированные поверхностные и объемные силы Джоуля. Библ. 13, рис. 7.

Ключевые слова: бесконтактный преобразователь, возбуждение объемных волн, кольцевой индуктор, полупространство, магнитное поле, силовое поле.

Введение

В настоящее время интенсивно разрабатываются и применяются для решения практиче-

ских задач ультразвуковые измерители толщины, в которых излучение и прием упругих волн реализуется с помощью бесконтактных (электромагнитных) преобразователей [12].

В известных ультразвуковых толщиномерах электромагнитного типа практически без каких-либо изменений использованы технологические и конструктивные подходы, которые были реализованы при разработке аналогичных устройств с пьезоэлектрическими преобразователями. Это, в силу особенностей электромагнитного способа возбуждения и приема ультразвуковых волн, не позволяет раскрыть и практически использовать потенциальные возможности и преимущества приборов неразрушающего контроля с электромагнитным возбуждением и приемом ультразвуковых волн. Позитивное решение этой технической проблемы напрямую определяется уровнем понимания качественных и количественных закономерностей электромагнитного способа возбуждения и приема ультразвуковых волн в ферромагнитных металлах и металлах неферромагнитной группы.

Первые шаги в этом направлении были предприняты в работах [1 – 4, 13]. Эти работы остались практически незамеченными на фоне сотен статей и десятков монографий, в которых обсуждались и обсуждаются различные аспекты электромагнитно - акустического преобразования. Вместе с тем, можно утверждать, что теория ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа и по настоящее время не развита настолько, что возможно её эффективное применение при решении практических задач ультразвуковой дефектоскопии. Проще говоря, после работ [1 – 4, 13], опубликованных тридцать и более лет тому назад, не было выполнено ни одного физически содержательного теоретического исследования, нацеленного на изучение влияния геометрических параметров

преобразователя электромагнитного типа на эффективность возбуждения ультразвуковых волн в металлах вообще и объемных (продольных и поперечных) волн в массивных металлических изделиях в частности.

Настоящая статья в некоторой степени восполняет указанный пробел в теории преобразователей электромагнитного типа. В ней приводится методика расчета силовых факторов, которые создают динамические деформации при электромагнитном способе возбуждения ультразвуковых волн в металлах и результаты исследования качественных и количественных характеристик процесса возбуждения продольных и поперечных сферических осесимметричных волн в металлическом полупространстве переменным магнитным полем кольцевого индуктора конечных размеров.

1. Методика расчета переменного магнитного поля в объеме намагниченного (анизотропного) ферромагнетика

Рассмотрим расчетную схему преобразователя электромагнитного типа (рис. 1), который состоит из индуктора (позиция 1 на рис. 1), массивного металлического образца (позиция 2), который при выполнении всех последующих расчетов будет рассматриваться как полупространство $\{|x_1| < \infty, |x_2| < \infty, -\infty < x_3 \leq 0\}$, где x_k ($k = 1, 2, 3$) - координатные оси правосторонней декартовой системы координат. Индуктор состоит из N витков провода, который уложен концентрическими кольцами в катушку высотой h и толщиной укладки витков $d = R_2 - R_1$, где R_2 и R_1 - наружный и внутренний радиусы укладки витков провода. Катушка располагается в вакууме на расстоянии δ над поверхностью металлического полупространства. По электрическому контуру индуктора протекает электрический ток $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$ (I_0 - амплитуда тока; $i = \sqrt{-1}$; ω - круговая частота смены знака; t - время). Переменный электрический ток генерирует переменное, осесимметричное магнитное поле, вектор напряженности которого $\mathbf{H}(x_k, t) = \mathbf{H}(x_k) e^{i\omega t}$ ($\mathbf{H}(x_k)$ - амплитуда вектора напряженности переменного магнитного поля) в каждый момент времени в любой точке пространства является касательной к силовым линиям магнитного поля, которые показаны на рис. 1 замкнутыми штриховыми кривыми.

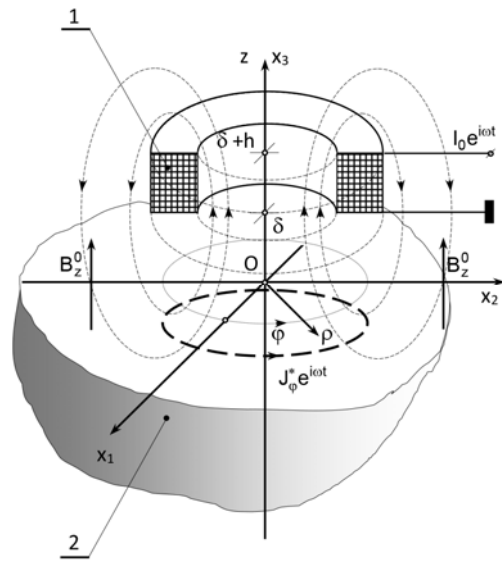


Рис. 1. Расчетная схема преобразователя электромагнитного типа с кольцевым индуктором

Будем считать, что источником постоянного поля подмагничивания (он является неотъемлемой частью преобразователя электромагнитного типа, но на рис. 1 не показан) в области существования переменного магнитного поля индуктора создано магнитное поле, вектор магнитной индукции которого $\mathbf{B}^0(x_k)$ полностью определяется аксиальным компонентом B_z^0 , который не зависит от значений координат x_k точки наблюдения.

В этом случае пондеромоторное действие электромагнитного поля [11] на металлический образец определяется поверхностными плотностями сил Максвелла $\sigma_{z\beta}^M(\rho, t)$ (напряжениями Максвелла)

$$\sigma_{z\rho}^M(\rho, t) = \sigma_{z\rho}^M(\rho) e^{i\omega t} = B_z^0 H_\rho^*(\rho, 0) e^{i\omega t} \quad \text{и}$$

$$\sigma_{zz}^M(\rho, t) = \sigma_{zz}^M(\rho) e^{i\omega t} = 0,5 B_z^0 H_z^*(\rho, 0) e^{i\omega t}, \quad \text{где}$$

$H_\beta^*(\rho, 0)$ ($\beta = \rho, z$) - амплитудные значения компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме металла, определенные на поверхности $z = 0$ металлического полупространства; (ρ, ϕ, z) - цилиндрическая система координат (рис. 1), и объемными плотностями сил Лоренца $f_\beta^L(\rho, z, t) = f_\beta^L(\rho, z) e^{i\omega t}$. Амплитудные значения компонентов вектора объемной плотности сил Лоренца определяются следующими выражениями

$$f_\rho^L(\rho, z) = B_z^0 J_\phi^*(\rho, z), \quad f_z^L(\rho, z) = 0, \quad \text{где } J_\phi^*(\rho, z) -$$

амплитуда поверхностной плотности вихревого тока (рис. 1).

Если металл является ферромагнетиком, то, помимо деформаций, которые создаются пондеромоторным действием электромагнитного поля, в нем возникают деформации, которые обусловлены прямым магнитострикционным эффектом или эффектом Джоуля [7 - 9]. Этим деформациям можно поставить в соответствие силы Джоуля или магнитострикционные силы, которые действуют на поверхности и в объеме ферромагнетика. Поверхностная плотность сил Джоуля определяется следующими выражениями:

$$\sigma_{z\rho}^D(\rho, t) = \sigma_{z\rho}^D(\rho) e^{i\omega t} = \frac{m_1 - m_2}{2\mu_3^\varepsilon} B_z^0 H_\rho^*(\rho, 0) e^{i\omega t},$$

$$\sigma_{zz}^D(\rho, t) = \sigma_{zz}^D(\rho) e^{i\omega t} = \frac{m_1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^0 H_z^*(\rho, 0) e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 - магнитострикционные константы с размерностью генри деленный на метр; μ_3^ε - магнитная проницаемость, которая экспериментально определяется в направлении поля подмагничивания при равенстве нулю механических деформаций (верхний индекс ε). Если $B_z^0/\mu_3^\varepsilon \equiv H_c/2$, где H_c - коэрцитивная сила (параметр петли гистерезиса) ферромагнетика, то справедлива следующая оценка магнитострикционных констант: $m_1 \leq 0,1$ Гн/м, $m_2 \approx -m_1/2$.

В объеме ферромагнетика силы Джоуля характеризуются вектором объемной плотности $\mathbf{f}^D(\rho, z) e^{i\omega t}$, амплитудные значения компонентов которого определяются следующими выражениями:

$$\mathbf{f}_\rho^D(\rho, z) = \frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^D(\rho, z)}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_{\rho z}^D(\rho, z)}{\partial z} + \frac{1}{\rho} [\sigma_{\rho\rho}^D(\rho, z) - \sigma_{\phi\phi}^D(\rho, z)], \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_z^D(\rho, z) = \frac{\partial \sigma_{z\rho}^D(\rho, z)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \sigma_{z\rho}^D(\rho, z) + \frac{\partial \sigma_{zz}^D(\rho, z)}{\partial z}. \quad (3)$$

Амплитудные значения поверхностных плотностей $\sigma_{z\rho}^D(\rho, z)$ и $\sigma_{zz}^D(\rho, z)$ заданы соотношениями (1), в которых вместо величин $H_\beta^*(\rho, 0)$ ($\beta = \rho, z$) необходимо использовать компоненты $H_\beta^*(\rho, z)$. Поверхностные плотности сил Джоуля $\sigma_{\rho\rho}^D(\rho, z)$ и $\sigma_{\phi\phi}^D(\rho, z)$ определяются

следующим образом:

$$\sigma_{\rho\rho}^D(\rho, z) = \sigma_{\phi\phi}^D(\rho, z) = \left(m_2/\mu_3^\varepsilon\right) B_z^0 H_z^*(\rho, z).$$

Очевидно, что для выполнения количественных оценок пондеромоторных сил электромагнитного поля и сил Джоуля необходимо иметь в своем распоряжении расчетные соотношения для амплитудных значений компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме металла

При выполнении расчетов будем полагать, что полупространство $-\infty < x_3 \leq 0$ заполнено намагниченным поликристаллическим ферромагнетиком, тензор магнитной проницаемости которого имеет диагональную матрицу следующего вида

$$|\mu_{ij}^\varepsilon| = \begin{vmatrix} \mu_1^\varepsilon & 0 & 0 \\ & \mu_2^\varepsilon & 0 \\ & & \mu_3^\varepsilon \end{vmatrix}, \quad (4)$$

где $\mu_1^\varepsilon = \mu_2^\varepsilon \neq \mu_3^\varepsilon$. При записи матрицы (4) использованы индексы Фойгта – они объединяют два тензорных индекса i, j в один матричный индекс β по следующей схеме: $1 \Leftrightarrow (1,1)$, $2 \Leftrightarrow (2,2)$, $3 \Leftrightarrow (3,3)$. Помимо этого условимся, что матрица тензора удельной электрической проводимости r_{ij} (размерность сименс деленный на метр) имеет подобную матрицу (4) структуру и при этом $r_1 = r_2 \neq r_3$.

Рассмотрим вначале переменное магнитное поле в вакууме, т.е. определим компоненты вектора $\mathbf{H}(\rho, z)$ в полупространстве $\infty > z \geq 0$ над поверхностью ферромагнетика. Поскольку в этой области есть сторонние токи (электрический ток в индукторе), постольку уравнения Максвелла должны быть записаны следующим образом

$$\text{rot}\mathbf{H}(\rho, z) = \mathbf{J}(\rho, z), \quad (5)$$

$$\text{rot}\mathbf{E}(\rho, z) = -i\omega\mathbf{B}(\rho, z), \quad (6)$$

где $\mathbf{J}(\rho, z)$ - амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора поверхностной плотности сторонних электрических токов, причем

$$\mathbf{J}(\rho, z) = \mathbf{e}_\phi \frac{I_0 N}{h(R_2 - R_1)} f_1(\rho) f_3(z); \quad (7)$$

\mathbf{e}_ϕ - единичный орт (вектор) криволинейной оси полярных углов ϕ цилиндрической системы ко-

ординат; $f_1(\rho)$ и $f_3(z)$ - функции радиальной и аксиальной координаты, заданные следующим образом:

$$f_1(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 \forall \rho \notin [R_1, R_2], \end{cases}$$

$$f_3(z) = \begin{cases} 1 \forall z \in [\delta, \delta + h], \\ 0 \forall z \notin [\delta, \delta + h]. \end{cases}$$

Символами $\mathbf{E}(\rho, z)$ и $\mathbf{B}(\rho, z)$ в уравнении (6) обозначены амплитудные значения векторов напряженности вихревого электрического поля и магнитной индукции, причем $\mathbf{B}(\rho, z) = \mu_0 \mathbf{H}(\rho, z)$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная проницаемость вакуума.

Определим амплитуду векторного потенциала $\mathbf{A}(\rho, z)$ электромагнитного поля соотношением $\mathbf{A}(\rho, z) = i\mathbf{E}(\rho, z)/\omega$. При этом из уравнений Максвелла (5), (6) следует, что

$$\text{rotrot } \mathbf{A}(\rho, z) = \mu_0 \mathbf{J}(\rho, z). \quad (8)$$

Принимая во внимание определение (7) и осевую симметрию электромагнитного поля, уравнение (8) можно представить в следующем виде

$$-\frac{\partial^2 A_\phi(\rho, z)}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} A_\phi(\rho, z) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi(\rho, z)}{\partial \rho} - \frac{\partial^2 A_\phi(\rho, z)}{\partial \rho^2} = \mu_0 J_0 f_1(\rho) f_3(z), \quad (9)$$

где $J_0 = I_0 N / [h(R_2 - R_1)]$ - поверхностная плотность стороннего электрического тока.

Так как векторный потенциал $A_\phi(\rho, z)$ по определению удовлетворяет условию физической реализуемости источника электромагнитного поля, т. е. предельным условиям

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \rho A_\phi(\rho, z); \rho \frac{\partial A_\phi(\rho, z)}{\partial \rho}; \rho \frac{\partial A_\phi(\rho, z)}{\partial z} \right\} = 0, \quad (10)$$

где $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ - расстояние от источника, то для решения уравнения (9) можно использовать интегральное преобразование Ханкеля [6].

Определим прямое преобразование Ханкеля следующим выражением

$$A_\phi(\gamma, z) = \int_0^\infty \rho A_\phi(\rho, z) J_1(\gamma \rho) d\rho, \quad (11)$$

где $J_1(\gamma \rho)$ - функция Бесселя первого порядка - ядро интегрального преобразования; γ - параметр интегрального преобразования - вещественное число, определенное на полуоткрытом интервале $[0, \infty)$. Интегральному образу $A_\phi(\gamma, z)$ соответствует оригинал $A_\phi(\rho, z)$ искомой функции, который определяется по известной величине $A_\phi(\gamma, z)$ в результате выполнения обратного интегрального преобразования Ханкеля следующего вида

$$A_\phi(\rho, z) = \int_0^\infty \gamma A_\phi(\gamma, z) J_1(\gamma \rho) d\gamma. \quad (12)$$

Воздействуя на уравнение (9) прямым преобразованием (11), приводим его к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно искомого интегрального образа $A_\phi(\gamma, z)$ векторного потенциала

$$-\frac{d^2 A_\phi(\gamma, z)}{dz^2} + \gamma^2 A_\phi(\gamma, z) = \mu_0 R(\gamma, z), \quad (13)$$

где

$$R(\gamma, z) = R(\gamma) f_3(z); \quad R(\gamma) = \frac{I_0 N W(\gamma, R)}{\gamma^2 h (R_2 - R_1)};$$

$$W(\gamma, R) = \frac{\pi}{2} \gamma [R_2 \Omega(\gamma R_2) - R_1 \Omega(\gamma R_1)];$$

$$\Omega(\gamma R_j) = J_1(\gamma R_j) \mathbf{H}_0(\gamma R_j) - J_0(\gamma R_j) \mathbf{H}_1(\gamma R_j), \quad j = 1, 2.;$$

$\mathbf{H}_\nu(\gamma R_j)$ ($\nu = 0; 1$) - функция Струве порядка ν [10].

Решение уравнения (13), которое удовлетворяет предельным условиям (10) при $z \rightarrow \infty$, имеет следующий вид

$$A_\phi(\gamma, z) = [A_0 + A(z)] e^{\gamma z} + [B + B(z)] e^{-\gamma z}, \quad (14)$$

где $A_0 = \mu_0 I_0 N W(\gamma, \Gamma) / (2\gamma^2)$; $W(\gamma, \Gamma)$ - функция, которая определяет влияние геометрических параметров (символ Γ) индуктора на характер распределения переменного магнитного поля в пространстве. Эта функция определяется следующим выражением

$$W(\gamma, \Gamma) = \frac{\pi e^{-\gamma \delta}}{2(1 - R_1/R_2)} \left[\Omega(\gamma R_2) - \frac{R_1}{R_2} \Omega(\gamma R_1) \right] \frac{(1 - e^{-\gamma h})}{\gamma h}. \quad (15)$$

Характер изменения функции $W(\gamma, \Gamma)$ фактически определяет верхний предел интегрирования при выполнении обратного преобразования Ханкеля по формуле (12) и подобным ей соотношениям, которые будут записаны в дальнейшем.

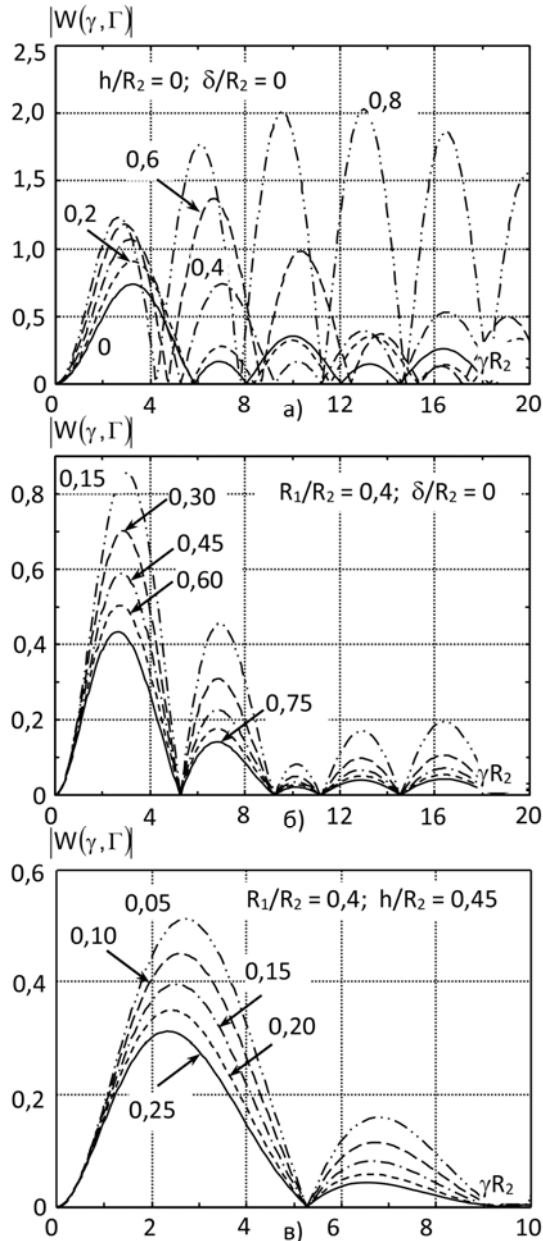


Рис. 2. Графическое изображение изменения модуля функции $W(\gamma, \Gamma)$

На рис. 2 показаны графики модуля функции $W(\gamma, \Gamma)$, который определялся при различных значениях γR_2 , т. е. безразмерного параметра интегрального преобразования. На рис. 2,а показана зависимость функции $W(\gamma, \Gamma)$ от отношения радиусов R_1 и R_2 укладки витков катушки при нулевых значениях толщины катушки и

расстояния до поверхности металла. Числовых значения отношения R_1/R_2 указаны в поле рисунка возле соответствующих кривых. На рис. 2,б показана зависимость функции $W(\gamma, \Gamma)$ от безразмерной толщины укладки витков катушки h/R_2 при нулевом неконтакте δ . На рис. 2,в показано влияние величины δ/R_2 . Из представленных на рис. 2 результатов можно сделать вывод, что функция $W(\gamma, \Gamma)$ для реальных индукторов при $\gamma R_2 \geq 10$ имеет чрезвычайно малые значения. Из этого следует, что интегрирование по формуле (12) на интервале $[\gamma R_2, \infty)$ не доставляет заметного вклада в обратное преобразование Ханкеля. Таким образом, при выполнении численного интегрирования по формуле (12), в качестве верхнего предела интегрирования вместо бесконечности можно ограничиваться значениями $\gamma_{\max} \cong 10/R_2$. При $R_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м значение $\gamma_{\max} = 4000$.

Варьируемые константы $A(z)$ и $B(z)$ определяются стандартным образом:

$$A(z) = -\frac{\mu_0}{2\gamma_0} \int_0^z R(\gamma, x) e^{-\gamma x} dx,$$

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\gamma_0} \int_0^z R(\gamma, x) e^{\gamma x} dx,$$

где $R(\gamma, x) \equiv R(\gamma, z)$. Символом B в формуле (14) обозначена константа, которую надлежит определить в процессе решения задачи.

Так как $\mathbf{H}(\rho, z) = \text{rot}[\mathbf{e}_\phi A_\phi(\rho, z)]/\mu_0$, то амплитуды компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля в полупространстве $z \geq 0$ определяются следующим образом:

$$H_\rho(\rho, z) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_\phi(\rho, z)}{\partial z},$$

$$H_z(\rho, z) = \frac{1}{\rho \mu_0} \frac{\partial [\rho A_\phi(\rho, z)]}{\partial \rho}. \quad (16)$$

Определим интегральные образы по Ханкелю компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля выражениями следующего вида

$$H_\rho(\gamma, z) = \int_0^\infty \rho H_\rho(\rho, z) J_1(\gamma \rho) d\rho, \quad (17)$$

$$H_z(\gamma, z) = \int_0^{\infty} \rho H_z(\gamma, z) J_0(\gamma \rho) d\rho. \quad (18)$$

Воздействуя на определения (16) интегральными преобразованиями (17) и (18), получаем

$$H_p(\gamma, z) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{dA_\phi(\gamma, z)}{dz} = -\frac{\gamma}{\mu_0} \{ [A_0 + A(z)] e^{\gamma z} - [B + B(z)] e^{-\gamma z} \}, \quad (19)$$

$$H_z(\gamma, z) = \frac{\gamma}{\mu_0} A_\phi(\gamma, z) = \frac{\gamma}{\mu_0} \{ [A_0 + A(z)] e^{\gamma z} + [B + B(z)] e^{-\gamma z} \}. \quad (20)$$

Из расчетных формул (19) и (20) и из определений варьируемых констант $A(z)$ и $B(z)$ следует, что при $z < \delta$ выражения для расчета интегральных образов $H_p(\gamma, z)$ и $H_z(\gamma, z)$ принимают следующий вид

$$H_p(\gamma, z) = -\frac{\gamma}{\mu_0} (A_0 e^{\gamma z} - B e^{-\gamma z}),$$

$$H_z(\gamma, z) = \frac{\gamma}{\mu_0} (A_0 e^{\gamma z} + B e^{-\gamma z}). \quad (21)$$

Определим выражения для расчета амплитудных значений $H_p^*(\rho, z)$ компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме намагниченного ферромагнетика.

Уравнения Максвелла в объеме токопроводящего ферромагнетика записываются в следующем виде

$$\text{rot} \mathbf{H}^*(\rho, z) = \mathbf{J}^*(\rho, z), \quad (22)$$

$$\text{rot} \mathbf{E}^*(\rho, z) = -i\omega \mathbf{B}^*(\rho, z), \quad (23)$$

где $\mathbf{J}^*(\rho, z) = \mathbf{e}_\phi J_\phi^*(\rho, z)$ - амплитудное значение вектора поверхностной плотности вихревого тока проводимости; $\mathbf{E}^*(\rho, z)$ - амплитуда вектора напряженности вихревого электрического поля; $\mathbf{B}^*(\rho, z) = \mathbf{e}_\lambda \mu_{\lambda\beta}^\epsilon H_\beta^*(\rho, z)$ ($\beta, \lambda = \rho, z$; $\rho \leftrightarrow 1$; $z \leftrightarrow 3$) - амплитуда вектора магнитной индукции; \mathbf{e}_λ - единичный вектор (орт) цилиндрической системы координат. Поскольку $J_\phi^*(\rho, z) = r_2 E_\phi^*(\rho, z)$, постольку система уравнений (22), (23) сворачивается в векторное уравнение следующего вида

$$\text{rot} [\text{rot}_\phi \mathbf{H}^*(\rho, z)] + \mathbf{e}_\lambda [\dot{i}\omega r_2 \mu_{\lambda\beta}^\epsilon H_\beta^*(\rho, z)] = 0, \quad (24)$$

где $\text{rot}_\phi \mathbf{H}^*(\rho, z)$ - окружной компонент ротора вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме ферромагнетика.

Принимая во внимание структуру матрицы тензора магнитной проницаемости (4) намагниченного ферромагнетика и учитывая соотношения эквивалентности между символами осей декартовой и цилиндрической систем координат ($\rho \leftrightarrow 1$; $\phi \leftrightarrow 2$; $z \leftrightarrow 3$), получаем из векторного уравнения (24) два скалярных уравнения следующего вида

$$-\frac{\partial^2 H_p^*(\rho, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 H_z^*(\rho, z)}{\partial \rho \partial z} + i\omega r_2 \mu_1^* H_p^*(\rho, z) = 0, \quad (25)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial H_p^*(\rho, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right] + \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{\partial H_p^*(\rho, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z^*(\rho, z)}{\partial \rho} \right] + i\omega r_2 \mu_3^* H_z^*(\rho, z) = 0 \quad (26)$$

Определим интегральные образы $H_p^*(\rho, z)$ и $H_z^*(\rho, z)$ идентичными выражениям (17) и (18) соотношениями, т. е.

$$H_p^*(\gamma, z) = \int_0^{\infty} \rho H_p^*(\gamma, z) J_1(\gamma \rho) d\rho, \quad (27)$$

$$H_z^*(\gamma, z) = \int_0^{\infty} \rho H_z^*(\gamma, z) J_0(\gamma \rho) d\rho. \quad (28)$$

Воздействуя на уравнение (25) интегральным преобразованием (27), а на уравнений (26) - преобразованием (28), получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида

$$-\frac{d^2 H_p^*(\gamma, z)}{dz^2} - \gamma \frac{dH_z^*(\gamma, z)}{dz} + i\omega r_2 \mu_1^* H_p^*(\gamma, z) = 0, \quad (29)$$

$$\gamma \frac{dH_p^*(\gamma, z)}{dz} + \gamma^2 H_z^*(\gamma, z) + i\omega r_2 \mu_3^* H_z^*(\gamma, z) = 0. \quad (30)$$

Из уравнения (30) следует, что

$$H_z^*(\gamma, z) = -\frac{\gamma}{\gamma^2 + i\omega r_2 \mu_3^*} \frac{dH_p^*(\gamma, z)}{dz}. \quad (31)$$

Подставляя выражение (31) в уравнение (29), получаем

$$\frac{d^2 H_p^*(\gamma, z)}{dz^2} - \zeta^2 H_p^*(\gamma, z) = 0, \quad (32)$$

где $\zeta^2 = \frac{\mu_1^\varepsilon}{\mu_3^\varepsilon} (\gamma^2 + i\omega r_2 \mu_3^\varepsilon)$ - квадрат комплексного волнового числа, которое учитывает факт существования вихревых токов проводимости в объеме токопроводящего ферромагнетика.

Решение уравнения (32), которое удовлетворяет условиям (10) в области $z < 0$, записывается следующим образом

$$H_p^*(\gamma, z) = C e^{\zeta z}, \quad (33)$$

где C - подлежащая определению константа. Подставляя соотношение (33) в определение (31), получаем

$$H_z^*(\gamma, z) = -\frac{\mu_1^\varepsilon \gamma}{\mu_3^\varepsilon \zeta} C e^{\zeta z}. \quad (34)$$

На границе $z = 0$ раздела двух сред должны выполняться условия сопряжения магнитных полей, которые записываются следующим образом [11]:

$$H_p(\gamma, 0) = H_p^*(\gamma, 0), \quad (35)$$

$$\mu_0 H_z(\gamma, 0) = \mu_3^\varepsilon H_z^*(\gamma, 0). \quad (36)$$

Подставляя в граничные условия (35) и (36) выражения (19), (20), (33) и (34), определенные при $z = 0$, получаем систему алгебраических уравнений следующего вида

$$-\frac{\gamma}{\mu_0} (A_0 - B) = C,$$

$$\gamma (A_0 + B) = -\mu_1^\varepsilon \frac{\gamma}{\zeta} C,$$

из которой единственным образом определяются искомые константы B и C :

$$B = -\frac{\mu_0 \zeta - \mu_1^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma} A_0, \quad C = -\frac{2\gamma \zeta}{\mu_0 \zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma} A_0. \quad (37)$$

Таким образом, искомые величины $H_p^*(\gamma, z)$ и $H_z^*(\gamma, z)$ определяются следующими выражениями

$$H_p^*(\gamma, z) = \frac{l_0 N}{\gamma} \cdot \frac{\zeta W(\gamma, \Gamma)}{(\zeta + \gamma \mu_1^\varepsilon / \mu_3^\varepsilon)} e^{\zeta z},$$

$$H_z^*(\gamma, z) = -\frac{l_0 N}{\gamma} \cdot \frac{\mu_1^\varepsilon \gamma W(\gamma, \Gamma)}{\mu_3^\varepsilon (\zeta + \gamma \mu_1^\varepsilon / \mu_3^\varepsilon)} e^{\zeta z}. \quad (38)$$

Определим интегральный образ $J_\phi^*(\gamma, z)$ окружного компонента вектора поверхностной плотности вихревого тока проводимости интегральным преобразованием Ханкеля следующего вида

$$J_\phi^*(\gamma, z) = \int_0^\infty \rho J_\phi^*(\rho, z) J_1(\gamma \rho) d\rho. \quad (39)$$

Из уравнения Максвелла (22) следует, что

$$J_\phi^*(\rho, z) = \frac{\partial H_p^*(\rho, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z^*(\rho, z)}{\partial \rho}. \quad (40)$$

Воздействуя на левую и правую части определения (40) интегральным преобразованием (39), получаем следующий результат

$$J_\phi^*(\gamma, z) = \frac{dH_p^*(\gamma, z)}{dz} + \gamma H_z^*(\gamma, z) = \frac{l_0 N}{\gamma} \cdot \frac{(\zeta^2 - \mu_1^\varepsilon \gamma^2 / \mu_3^\varepsilon)}{(\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)} W(\gamma, \Gamma) e^{\zeta z}.$$

Так как $\zeta^2 - \mu_1^\varepsilon \gamma^2 / \mu_3^\varepsilon = i\omega r_2 \mu_1^\varepsilon$, то последнее выражение необходимо переписать в следующем виде

$$J_\phi^*(\gamma, z) = \frac{l_0 N}{\gamma} \cdot \frac{i\omega r_2 \mu_1^\varepsilon}{(\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)} W(\gamma, \Gamma) e^{\zeta z}. \quad (41)$$

2. Сравнительный анализ силовых факторов, которые возникают на поверхности и в объеме токопроводящего ферромагнетика при электромагнитном способе возбуждения ультразвуковых волн

После определения интегральных образов Ханкеля амплитудных значений компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля и вихревого тока проводимости в объеме ферромагнетика, можно записать соотношения для расчета интегральных образов силовых факторов, которые действуют на поверхности и в объеме намагниченного, т. е. анизотропного по магнитным и электрическим свойствам, металла, и которые являются источниками ультразвуковых волн:

а) пондеромоторные силы электромагнитного поля

$$\sigma_{zp}^M(\gamma, 0) = \frac{l_0 N B_z^0}{\gamma} \cdot \frac{\zeta W(\gamma, \Gamma)}{(\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)},$$

$$\sigma_{zz}^M(\gamma, 0) = -\frac{l_0 N B_z^0}{\gamma} \cdot \frac{\mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_3^\varepsilon}{(\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)} W(\gamma, \Gamma), \quad (42)$$

$$f_\rho^L(\gamma, z) = \frac{l_0 N B_z^0}{\gamma} \cdot \frac{i \omega r_2 \mu_1^\varepsilon}{(\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)} W(\gamma, \Gamma) e^{\zeta z},$$

$$f_z^L(\gamma, z) = 0; \quad (43)$$

б) поверхностные и объемные силы Джоуля:

$$\sigma_{zp}^D(\gamma) = \frac{(m_1 - m_2) l_0 N B_z^0}{2\mu_3^\varepsilon} \frac{\zeta W(\gamma, \Gamma)}{\gamma (\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)}$$

$$\sigma_{zz}^D(\gamma) = -\frac{m_1 l_0 N B_z^0}{\mu_3^\varepsilon} \frac{\mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_3^\varepsilon}{\gamma (\zeta + \mu_1^\varepsilon \gamma / \mu_0)} W(\gamma, \Gamma), \quad (44)$$

$$f_\rho^D(\gamma, z) \approx \frac{(m_1 - m_2)}{2\mu_3^\varepsilon} B_z^0 \frac{\zeta}{\gamma} l_0 N W_K(\gamma, \Gamma) e^{\zeta z}, \quad (45)$$

$$f_z^D(\gamma, z) \approx \left[\frac{(m_1 - m_2)}{2\mu_3^\varepsilon} - \frac{m_1 \mu_1^\varepsilon}{(\mu_3^\varepsilon)^2} \right] B_z^0 l_0 N W_K(\gamma, \Gamma) e^{\zeta z}. \quad (46)$$

Выражения (45) и (46) записаны в предположении, что $|\zeta| \gg \gamma$. Действительно, при умеренной удельной электрической проводимости $r_2 \cong 10$ МСм/м и магнитной проницаемости $\mu_1^\varepsilon \cong \mu_3^\varepsilon = 30\mu_0 = 3,77 \cdot 10^{-5}$ Гн/м произведение $\omega r_2 \mu_3^\varepsilon = 2,37 \cdot 10^9 f_{\text{МГц}}$, где $f_{\text{МГц}}$ - значение циклической частоты в мегагерцах. При этом $\gamma^2 \leq \gamma_{\text{max}}^2 = 1,6 \cdot 10^7$. Отношение

$\gamma^2 / (\omega r_2 \mu_3^\varepsilon) \leq 6,75 \cdot 10^{-3} / f_{\text{МГц}}$, т. е. уменьшается

с ростом частоты и становится существенно меньше единицы начиная с частоты 100 кГц. По этой причине $\zeta^2 = \gamma^2 + i \omega r_2 \mu_3^\varepsilon \cong i \omega r_2 \mu_3^\varepsilon$ и $\zeta^2 = i \omega r_2 \mu_3^\varepsilon$, причем $|\zeta| \gg \gamma$.

Из расчетных формул (42) – (46) следует, что

$$\frac{\sigma_{zp}^M(\gamma)}{\sigma_{zp}^D(\gamma)} = \frac{2\mu_3^\varepsilon}{m_1 - m_2}, \quad \frac{\sigma_{zz}^M(\gamma)}{\sigma_{zz}^D(\gamma)} = \frac{\mu_3^\varepsilon}{m_1}. \quad (47)$$

Если напряженность поля подмагничивания $H_z^0 = B_z^0 / \mu_3^\varepsilon$ составляет примерно половину коэрцитивной силы (параметр петли гистерезиса ферромагнетика), то магнитоотрицательные константы m_1 и m_2 становятся не меньше чем 0,1 Гн/м, при этом $m_1 \approx 0,1$ Гн/м, а

$m_2 \approx -m_1/2$. Если принять, как и ранее $\mu_3^\varepsilon = 30\mu_0 = 3,77 \cdot 10^{-5}$ Гн/м, то отношения поверхностных плотностей пондеромоторных сил электромагнитного поля и сил Джоуля, определенные выражениями (47), принимают следующие значения $\sigma_{zp}^M(\gamma) / \sigma_{zp}^D(\gamma) = 5,03 \cdot 10^{-4}$ и $\sigma_{zz}^M(\gamma) / \sigma_{zz}^D(\gamma) = 3,77 \cdot 10^{-4}$. Так как отношение объемных плотностей $f_\rho^L(\gamma) / f_\rho^D(\gamma) = 2\mu_3^\varepsilon / (m_1 - m_2) = 5,03 \cdot 10^{-4}$, то можно сделать вывод о том, что при правильно выбранном поле подмагничивания ферромагнетика силы Джоуля, т. е. прямой магнитоотрицательный эффект, является доминирующим механизмом образования деформаций при электромагнитном способе возбуждения ультразвуковых волн. Естественно, что в металлах неферромагнитной группы магнитоотрицательные эффекты отсутствуют и единственным механизмом возбуждения ультразвуковых волн являются пондеромоторные силы электромагнитного поля.

Рассмотрим особенности пространственного распределения компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля и компонентов поверхностной и объемной плотности сил Джоуля.

Выражения для расчета значений компонентов $H_\rho^*(\rho, z)$ и $H_z^*(\rho, z)$ определяются обратными преобразованиями Ханкеля, которые при условии $\zeta \gg \gamma$ записываются в следующем виде

$$H_\rho^*(\rho, z) = \frac{l_0 N}{R_2} \int_0^\infty \text{Re}(e^{\zeta^* z^*}) W(x, \Gamma^*) J_1(x \rho^*) dx, \quad (49)$$

$$H_z^*(\rho, z) = -\frac{l_0 N \mu_1^\varepsilon}{R_2 \mu_3^\varepsilon} \int_0^\infty \text{Re}\left(\frac{x}{\zeta^*} e^{\zeta^* z^*}\right) \times$$

$$\times W(x, \Gamma^*) J_0(x \rho^*) dx \quad (50)$$

где $\text{Re}(e^{\zeta^* z^*})$ - действительная часть ком-

плексного числа $e^{\zeta^* z^*}$; $\zeta^* = \zeta R_2$ и $z^* = z / R_2$ - безразмерное комплексное волновое число и аксиальная координата; $x = \gamma R_2$ - безразмерный параметр интегрального преобразования; $\Gamma^* = \Gamma / R_2$ - безразмерные геометрические параметры электрического контура источника переменного магнитного поля (индуктора), т. е. $R_2^* = R_2 / R_2 = 1$; $R_1^* = R_1 / R_2 < 1$; $h^* = h / R_2$ и

$\delta^* = \delta/R_2$; $\rho^* = \rho/R_2$ - безразмерная радиальная координата.

Очевидно, что

$$\begin{aligned} \sigma_{z\rho}^D(\rho) &= \frac{(m_1 - m_3) I_0 N B_z^0}{2\mu_3^\varepsilon R_2} \times \\ &\times \int_0^\infty W(x, \Gamma^*) J_1(x\rho^*) dx \\ \sigma_{zz}^D(\rho) &= -\frac{m_1 I_0 N B_z^0 \mu_1^\varepsilon}{\mu_3^\varepsilon R_2 \mu_3^\varepsilon} \times \\ &\times \int_0^\infty \operatorname{Re}\left(\frac{x}{\zeta^*}\right) W(x, \Gamma^*) J_0(x\rho^*) dx \end{aligned} \quad (51)$$

т. е. изменение поверхностных плотностей сил Джоуля идентично изменению компонентов $H_\rho^*(\rho, 0)$ и $H_z^*(\rho, 0)$ вектора напряженности переменного магнитного поля на поверхности ферромагнетика.

Объемные плотности сил Джоуля определяются следующими выражениями

$$\begin{aligned} f_\rho^D(\rho, z) &\approx \frac{(m_1 - m_3) I_0 N B_z^0}{2\mu_3^\varepsilon R_2^2} \times \\ &\times \int_0^\infty \operatorname{Re}\left(\zeta^* e^{\zeta^* z^*}\right) W(x, \Gamma^*) J_1(x\rho^*) dx \\ f_\rho^D(\rho, z) &\approx \left[\frac{(m_1 - m_3)}{2\mu_3^\varepsilon} - \frac{m_1 \mu_1^\varepsilon}{(\mu_3^\varepsilon)^2} \right] \frac{I_0 N B_z^0}{R_2^2} \times \\ &\times \int_0^\infty x \operatorname{Re}\left(e^{\zeta^* z^*}\right) W(x, \Gamma^*) J_0(x\rho^*) dx \end{aligned} \quad (52)$$

На рис. 3 показаны графики изменения компонентов $H_\rho^*(\rho, z)$ и $H_z^*(\rho, z)$ вектора напряженности переменного магнитного поля на поверхности ферромагнетика, которые рассчиты-

вались по формулам (49) и (50) при $\mu_1^\varepsilon = \mu_3^\varepsilon = 30\mu_0$ и варьируемых значениях аксиальной координаты z^* . Значения интегралов определялись численно при верхнем пределе интегрирования $\gamma_{\max} R_2 = 20$. Вычисления выполнялись для статического режима, т. е. для случая $\omega = 0$. При этом $\zeta^2 - \mu_1^\varepsilon \gamma^2 / \mu_3^\varepsilon = 0$. Постоянный множитель $H_0^* = I_0 N / R_2$ при $I_0 = 60$ А, $N = 10$ и $R_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м равен 200 кА/м. Безразмерные геометрические параметры индуктора имеют следующие значения: $R_1^* = 0,5$, $h^* = 0,5$, $\delta^* = 0,1$ (рис. 3 а,б) и $\delta^* = 0,3$ (рис. 3 в,г). По осям ординат на рис. 3 откладываются значения $H_\beta^*(\rho, z)$ ($\beta = \rho, z$) компонентов вектора напряженности магнитного поля, по осям абсцисс – безразмерная радиальная координата $\rho^* = \rho/R_2$. Значения аксиальной координаты указаны в поле рисунков возле соответствующих кривых.

Из представленных на рис. 3 результатов следует, что заметные уровни напряженности магнитного поля индуктора локализованы в сравнительно небольшой области, радиальные размеры которой не превышают $(3 \div 4)R_2$. За пределами этой области абсолютные значения компонентов вектора напряженности магнитного поля индуктора на два – три порядка меньше этих же значений, которые наблюдаются при $\rho \cong R_2$, т. е. под источником переменного магнитного поля. Этот факт является своеобразным доказательством правомерности концепции технической бесконечности, которая используется при вычислении частотных характеристик преобразователей электромагнитного типа и впервые была сформулирована в работах [3, 4].

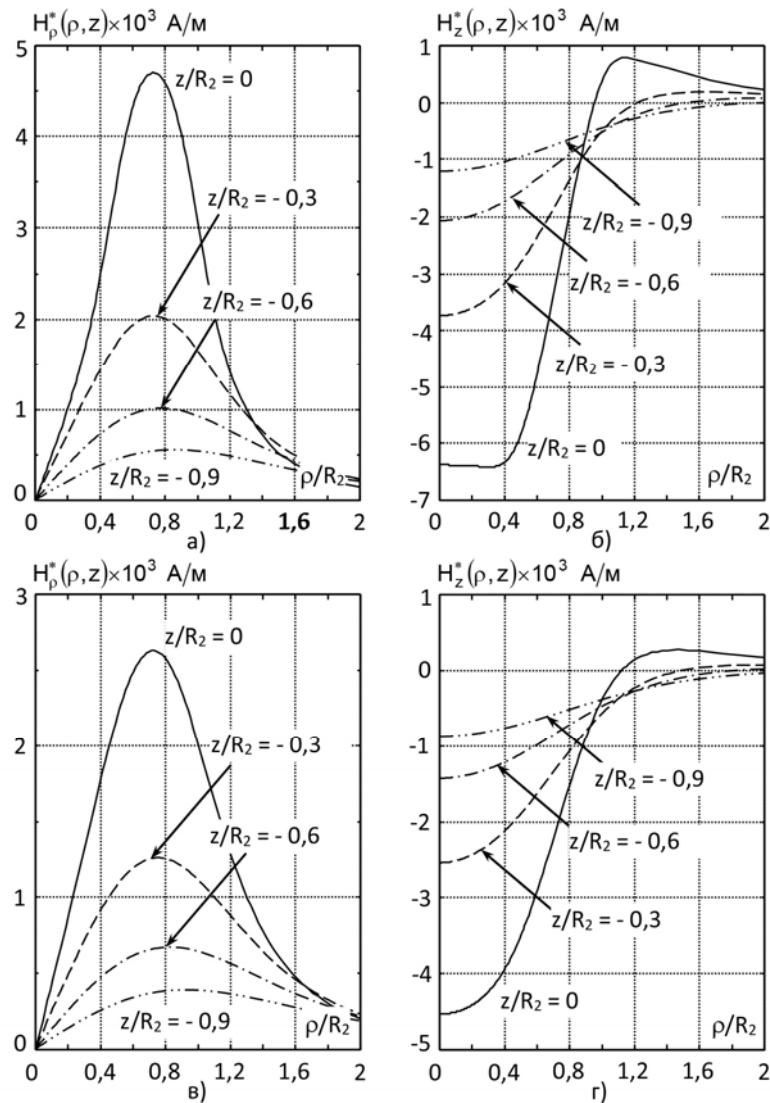


Рис. 3. Графики распределения компонентов вектора напряженности статического магнитного поля кольцевого индуктора по поверхности ферромагнитного полупространства

При увеличении расстояния между индуктором и поверхностью ферромагнетика, а также при увеличении безразмерной координаты z^* уровни компонентов вектора напряженности магнитного поля индуктора уменьшаются, при этом наблюдается некоторое «расплывание» магнитного поля индуктора по объему ферромагнетика.

Особенности изменения в пространстве компонентов вектора напряженности магнитного поля индуктора можно прокомментировать с помощью построений, которые показаны на рис. 4. Сплошной кривой на рис. 4 показана силовая линия магнитного поля индуктора. В каждый момент времени и в любой точке пространства вектор напряженности $\mathbf{H}^*(\rho, z, t)$ магнитного поля индуктора ориентирован вдоль касательной к этой линии.

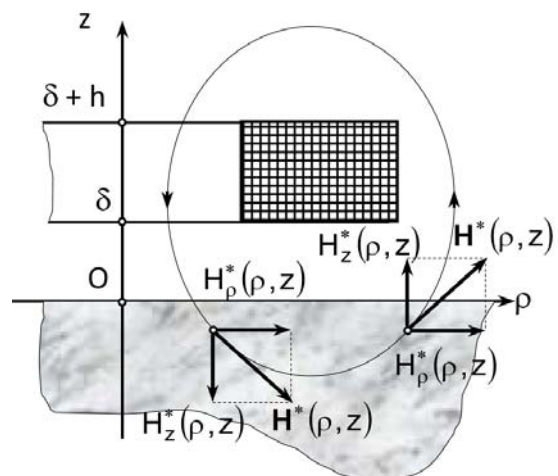


Рис. 4. К объяснению особенностей изменения в пространстве значений компонентов вектора напряженности магнитного поля индуктора

Из расчетных формул (49) и (50) следует, что при $z^* = 0$ амплитуда радиального компонента $H_p^*(\rho, 0)$ переменного магнитного поля индуктора в ферромагнетике не зависит от частоты смены знака электрического тока, который протекает по электрическому контуру источника переменного магнитного поля. Говоря иными словами, скин-эффект [11] не оказывает, в первом приближении, влияния на числовые значения радиального компонента вектора напряженности переменного магнитного поля. В то же самое время аксиальный компонент $H_z^*(\rho, 0)$ подвержен влиянию скин – эффекта, т. е. числовые значения $H_z^*(\rho, 0)$ зависят от частоты.

На рис. 5 показано изменение числовых значений амплитуды аксиального компонента $H_z^*(\rho, 0)$ вектора напряженности переменного магнитного поля, которые рассчитывались для следующего набора параметров: $R_1^* = 0,5$; $h^* = 0,5$; $\delta^* = 0,1$; $R_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м; $g_2 = 15$ МСм/м; $\mu_1^\varepsilon = \mu_3^\varepsilon = 30\mu_0$. Значения циклической частоты f проставлены возле соответствующих кривых в поле рисунка.

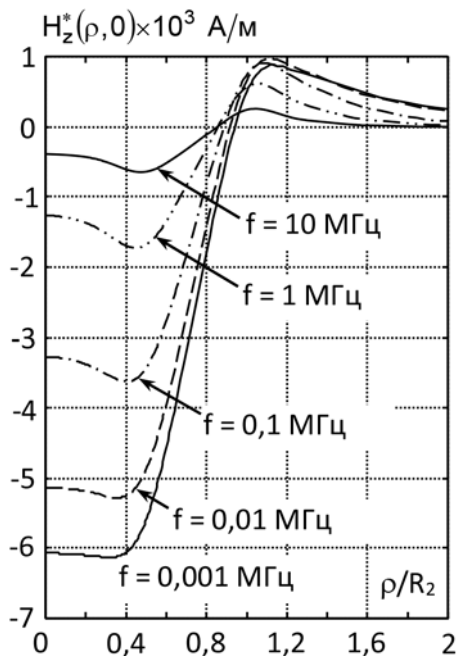


Рис. 5. Графики влияния скин - эффекта на характер распределения аксиального компонента вектора напряженности магнитного поля на поверхности ферромагнетика

Отчетливо видно, что значения аксиального компонента вектора напряженности переменного магнитного поля уменьшаются с ростом час-

тоты и на частоте в один мегагерц становятся практически в три раза меньше значений радиального компонента (см. рис. 3а). Особенно сильные изменения пространственного распределения аксиального компонента наблюдаются во внутренней области пространства, т. е. при $\rho < R_1$. Это объясняется тем, что к магнитному полю $H^*(\rho, z, t)$ добавляется магнитное поле вихревых токов проводимости, которое ориентировано встречно переменному магнитному полю индуктора.

Из показанных на рис. 5 результатов следует вывод, что нормальные напряжения Джоуля $\sigma_{zz}^D(\rho)$, которые изменяются в пространстве также, как и аксиальный компонент вектора напряженности переменного магнитного поля, на высоких частотах ($f > 1$ МГц) становятся в несколько раз меньше касательных напряжений $\sigma_{zp}^D(\rho)$. Известно, что касательные напряжения порождают сдвиговые волны, а нормальные – продольные [5]. Из этого следует, что при электромагнитном способе возбуждения, амплитуды сферических волн сдвига в области высоких частот не менее чем в два - три раза превосходят амплитудные значения продольных сферических волн. При $m_1 = 0,1$ Гн/м, $m_2 = -0,05$ Гн/м, $\mu_1^\varepsilon = \mu_3^\varepsilon = 30\mu_0$, токе $I_0 = 60$ А, $N = 10$ и $B_z^0 = 1$ Тл амплитудные значения поверхностных сил Джоуля имеют следующие значения:

$$\sigma_{zp}^0 = (m_1 - m_2) I_0 N B_z^0 / (2\mu_3^\varepsilon R_2) = 5 \text{ ГПа},$$

$$\sigma_{zz}^0 = m_1 \mu_1^\varepsilon I_0 N B_z^0 / [(\mu_3^\varepsilon)^2 R_2] = 6,6 \text{ ГПа}. \text{ Характер}$$

изменения касательных напряжений определяется радиальным компонентом $H_p^*(\rho, 0)$ вектора напряженности магнитного поля. Распределение нормального напряжения Джоуля по поверхности ферромагнетика определяется величиной $H_z^*(\rho, 0)$.

На рис. 6 показано распределение радиального (рис. 6,а) и аксиального (рис. 6,б) компонентов вектора объемной плотности статических ($\omega = 0$) сил Джоуля в ферромагнетике с магнитными и электрическими параметрами, которые использовались при выполнении предшествующих расчетов. Параметры воздействий имеют следующие значения: $I_0 = 60$ А, $B_z^0 = 1$ Тл. Параметры индуктора:

$R_2 = 3,5 \cdot 10^{-3}$ м, $R_1 = 0,5R_2$, $h = 0,5R_2$,
 $\delta = 0,1R_2$, $N = 10$. По осям ординат отклады-
 ваются абсолютные значения компонентов
 $f_p^D(\rho, z)$ и $f_z^D(\rho, z)$ в ньютонах деленных на

метр кубический. По осям абсцисс, как и ранее,
 отсчитывается безразмерная радиальная коор-
 дината. Значения безразмерной аксиальной ко-
 ординаты проставлены в поле рисунков возле
 соответствующих кривых.

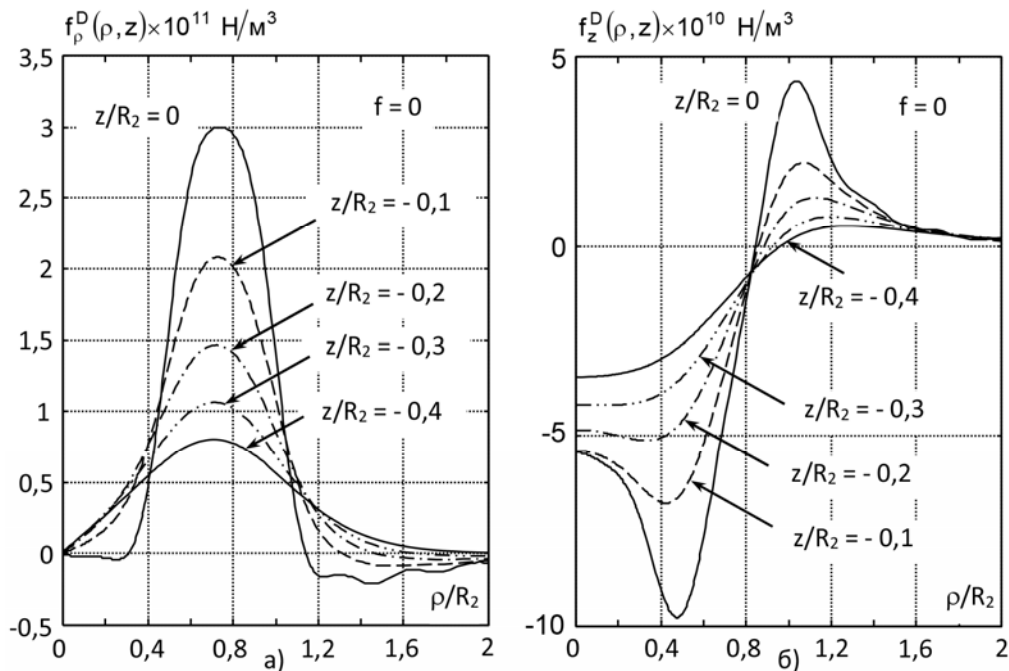


Рис. 6. Графики распределения в аксиально намагниченном ферромагнитном полупространстве ком-
 понентов вектора объемной плотности статических сил Джоуля

Из показанных на рис. 6 результатов следует, что даже в статической ситуации, когда в объеме металла отсутствуют вихревые токи, уровни компонентов вектора объемной плотности сил Джоуля достаточно быстро уменьшаются по мере погружения вглубь ферромагнетика. Несмотря на значительные числовые значения объемных плотностей, их интегралы по объему области существования (т. е. равнодействующие силы), имеют значения, которые соизмеримы со значениями интегралов от поверхностных плотностей сил Джоуля по поверхности ферромагнетика. Это легко показать путем выполнения соответствующих числовых расчетов. Из этой оценки следует, что поверхностные и объемные силы Джоуля практически в равной

мере участвуют в процессе деформирования ферромагнетика. Необходимо отметить, что при аксиальном подмагничивании уровень аксиального компонента вектора объемной плотности сил Джоуля практически в 30 раз меньше значений радиального компонента.

На рис. 7 показаны графики изменения радиального (рис. 7,а,б) и аксиального (рис. 7,в,г) компонентов вектора объемной плотности сил Джоуля, которые рассчитывались при тех же значениях параметров воздействий и индуктора, что и кривые, показанные на рис. 6, для случая переменного магнитного поля, которое изменяется с частотой 100 кГц (рис. 7,а,в) и 1 МГц (рис. 7,б,г). Отчетливо наблюдается скин-эффект.

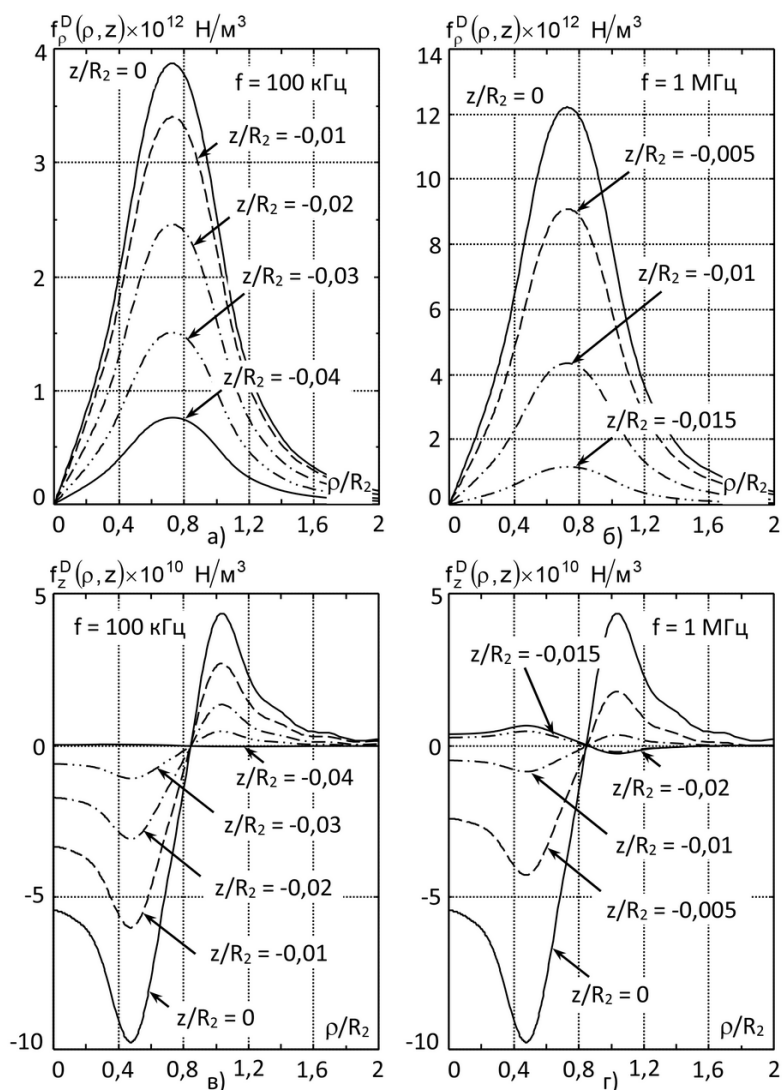


Рис. 7. Графики распределения компонентов вектора объемной плотности сил Джоуля на различных частотах рабочего диапазона преобразователя электромагнитного типа

Вихревые токи в объеме ферромагнетика выталкивают магнитное поле индуктора к поверхности токопроводящего полупространства. Толщина слоя, в котором наблюдаются заметные значения компонентов объемной плотности сил Джоуля, резко уменьшается с ростом частоты. Так как при этом аксиальный компонент вектора напряженности переменного магнитного поля уменьшается быстрее чем радиальный компонент, то радиальный компонент вектора объемной плотности сил Джоуля в аксиально намагниченном ферромагнетике несколько возрастает, а значения аксиального компонента практически не изменяются с ростом частоты. Как и в статической ситуации, уровни аксиального компонента вектора объемной плотности практически в 30 раз меньше значений радиального компонента.

Выводы

Подводя итог сказанному выше, можно сформулировать следующие выводы:

1. Впервые в практике расчетов преобразователей электромагнитного типа решена в полном объеме граничная задача о распределении осесимметричного магнитного поля в объеме анизотропного по магнитной проницаемости ферромагнетика.

2. Определены в явном виде выражения для расчета силовых факторов, которые возникают при электромагнитном возбуждении ультразвуковых волн в токопроводящем, аксиально намагниченном, ферромагнетике.

3. Выполнен сравнительный анализ ponderomotive сил электромагнитного поля и сил Джоуля, которые соответствуют упругим деформациям, которые возникают в результате

проявления прямого магнитострикционного эффекта. Показано, что при правильном выборе величины постоянного поля подмагничивания, силы Джоуля практически на четыре порядка превосходят пондеромоторные силы электромагнитного поля.

4. Установлено, что поверхностные и объемные силы Джоуля в одинаковой мере участвуют в образовании динамических деформаций аксиально намагниченного ферромагнетика.

5. Показано, что радиально ориентированные силы Джоуля в аксиально намагниченном ферромагнетике на частотах порядка одного мегагерца практически в тридцать раз превосходят аксиально ориентированные силы, т. е. являются доминирующими при формировании динамических деформаций.

6. Доказано, что переменное магнитное поле и поле сил Джоуля локализованы в достаточно компактной области пространства. Радиальный размер этой области не превосходит $(3 \div 4)R_2$, где R_2 - максимальный радиус укладки витков кольцевого индуктора. Аксиальный размер области не превышает R_2 . За пределами этой области силовые факторы настолько малы, что создаваемые ими динамические деформации ферромагнетика становятся практически незаметными на фоне упругих волн, которые формируются в области $(\rho \leq 4R_2; z \geq -R_2)$, которую можно назвать областью существования внешних сил. Конечные размеры области существования внешних сил позволяют искать решения динамических задач теории упругости в терминах распространяющихся гармонических волн.

Список использованных источников

1. *Kavashima K.* Experiments with two types of electromagnetic ultrasonic transducers // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1976. – 60. - №2. – P. 365 – 373.
2. *Kavashima K.* Theory and numerical calculation of the acoustic field produced in metal by an electromagnetic ultrasonic transducer. // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1976. – 60. - №5. – P. 1089 – 1099.
3. *Гринченко В. Т., Петрищев О. Н.* Возбуждение внешним магнитным полем упругих колебаний в продольнополяризованной магнитострикционной полосе // *Прикладная механика.* – 1986. – Т.22. – № 7. – С. 60–65.
4. *Гринченко В. Т., Петрищев О. Н.* Изучение закономерностей процесса возбуждения упругих волн при сложном нагружении участка изотропной упругой полосы // *Изв. АН Арм. ССР. Механика.* – 1987. – Т.40. – № 6. – С. 22–31.
5. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.
6. *Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М.* Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с.
7. *Петрищев О.Н.* Возбуждение электромагнитным полем волн Рэлея в ферромагнитных металлах // *Техническая диагностика и неразрушающий контроль.* – 2005. - №4. – С. 23 – 30.
8. *Петрищев О. Н.* Принципы построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн // *Электроника и связь.* – 2005. - №25. – С. 50 – 61.
9. *Петрищев О.Н.* Электромагнитное возбуждение в металлических листах радиально распространяющихся волн Лэмба. Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – Київ: Наукова думка, 2007. С. 259 – 273.
10. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами /* Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
11. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
12. *Сучков Г. М.* Современные возможности ЭМА дефектоскопии // *Дефектоскопия.* – 2005. - № 12. – С. 24 – 39.
13. *Шубаев С. Н.* Возбуждение упругих волн в металлическом полупространстве электромагнитным методом // *Дефектоскопия.* – 1974. - №2. С. 45 – 55.

Поступила в редакцию 22 января 2014 г.

УДК 534.143 – 16:534.232.082.74

А.М. Михеєва, О.М. Петріщев, д-р. тех. наукНаціональний Технічний Університет України «Київський політехнічний інститут»,
вул. Політехнічна, 16, корпус 12, м. Київ, 03056, Україна.

Дослідження електромагнітного способу збудження об'ємних ультразвукових хвиль в металевому напівпросторі. Частина 1. Розрахунок магнітного поля і силового поля, яке створюється кільцевим індуктором у намагніченому (анізотропному) струмопровідному ферромагнетикі.

Розв'язана гранична задача електродинаміки про розподіл у просторі змінного магнітного поля кільцевої котушки, яка розташовується у вакуумі над поверхнею напівпростору заповненого намагніченим, тобто анізотропним по магнітній проникності, ферромагнетиком. Досліджено розподіл аксіального і радіального компонентів вектора напруженості змінного магнітного поля в об'ємі ферромагнетика на різних частотах. Виконано розрахунок поверхневої та об'ємної щільності пондеромоторних сил електромагнітного поля і сил Джоуля, які визначають деформації ферромагнетика в прямому магнітострикційному ефекті. Показано, що при напруженості поля підмагнічування порядку половини коерцитивної сили ферромагнетика сили Джоуля майже на чотири порядки перевершують пондеромоторну дію електромагнітного поля. Встановлено, що із зростанням частоти зміни знака змінного магнітного поля різко зменшуються за величиною аксіальні складові поля сил Джоуля. Показано, що на частотах порядку одного мегагерца і вище, змінне магнітне поле кільцевої котушки в присутності вертикального поля підмагнічування створює на поверхні і в об'ємі ферромагнетика практично одні радіально орієнтовані поверхневі та об'ємні сили Джоуля. Бібл. 13, рис 7.

Ключові слова: безконтактний перетворювач, збудження об'ємних хвиль, кільцевий індуктор, напівпростір, магнітне поле, силове поле.

UDC 534.143 – 16:534.232.082.74

A.N. Mikheeva, O.N. Petryshev, Dr.Sc.National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",
st. Polytechnichna, 16, Kyiv, 03056, Ukraine.

Investigation of electromagnetic excitation method of volumetric ultrasonic waves in the metal half-space. Part 1. Calculation of the magnetic field and the force field, which are generated in a magnetized annular inductor conductive ferromagnet.

Solved the boundary problem of electrodynamics of distribution in space variable magnetic field of the ring coil which located in the vacuum above the surface of the half-filled magnetized ferromagnet. Studied the distribution of the axial and radial components of the stress vector of the alternating magnetic field in the volume of a ferromagnet at various frequencies. Calculated surface and bulk density of the ponderomotive forces of electromagnetic fields and forces of the Joule, which determine the deformation of a ferromagnet in the direct magnetostrictive effect. It is shown that when the field intensity of magnetization about half of the coercive force of a ferromagnet Joule forces almost four orders exceed ponderomotive action of electromagnetic field. It is established that with the increase in the frequency of changing the sign of the alternating magnetic field is sharply reduced values of axial field components of Joule forces. It is shown that at frequencies of the order of one megahertz and above, alternating magnetic field of the ring coil in the presence of vertical field of the magnetization creates bias on a surface and in the bulk of a ferromagnet practically only radial oriented surface and volumetric Joule forces. References 13, figures 7.

Keywords: *non-contact transducer, excitation of bulk waves, circular inductor, halfspace, the magnetic field, the force field.*

References

1. Kavashima K. (1976), "Experiments with two types of electromagnetic ultrasonic transducers". *Acoust. Soc. Amer.* No 2. Pp. 365 – 373.
2. Kavashima K. (1976), "Theory and numerical calculation of the acoustic field produced in metal by an electromagnetic ultrasonic transducer". *J. Acoust. Soc. Amer.* No 5. Pp. 1089 – 1099.
3. Grinchenko V.T., Petryshev O. N. (1986), "Excitation by an external magnetic field of elastic waves in the longitudinal polarized magnetostrictive strip". *Journal of Applied mechanics.* Vol. 22, no. 7. pp. 60–65. (Rus)
4. Grinchenko V.T., Petryshev O. N. (1987), "The study of patterns of the excitation process of elastic waves under complex loading area isotropic elastic band". *Izv. AN Arm. SSR. Mechanics.* Vol.40, no 6. pp. 22–31. (Rus)
5. Grinchenko V.T., Meleshko V. V. (1981), "Harmonic oscillations and waves in elastic bodies". *Kyiv, Naukova dumka.* P. 283. (Rus)
6. Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. M. (1970), "Partial differential equations of mathematical physics" *Moscow, Vysshaya shkola.* P. 710 . (Rus)
7. Petryshev O. N. (2005), "Excitation of the electromagnetic field of Rayleigh waves in ferromagnetic metals". *Technical diagnostics and nondestructive testing.* No 4. pp. 23 – 30. (Rus)
8. Petryshev O. N. (2005), "Principles of mathematical modeling electromagnetic ultrasonic transducer mode excitation of elastic waves". *Electronics and communications.* No 25. pp. 50 – 61. (Rus)
9. Petryshev O. N. (2007), "Electromagnetic excitation in metal sheets radially propagating Lamb waves". *Actual aspects of physical and mechanical tests. Acoustics and waves.* Kiyv, Naukova dumka. pp. 259 – 273. (Rus)
10. M. Abramowitz, I. Stegun (1979), "Handbook of Mathematical Functions with formulas, graphs and mathematical tables". *Moscow, Nauka.* P. 832 . (Rus)
11. Tamm I. E. (1976), "Fundamentals of the theory of electricity". *Moscow, Nauka.* P. 616 . (Rus)
12. Suchkov G. M. (2005), "Modern possibilities of EMA defectoscopy". *Defectoscopy.* No 12. pp. 24 – 39. (Rus)
13. Shubayev S. N. (1974), "Excitation of elastic waves in a half-metallic electromagnetic method". *Defectoscopy.* No 2. pp. 45 – 55. (Rus)