УДК 621. 66-762

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В РАБОЧЕМ ЗАЗОРЕ ИМПУЛЬСНЫХ ТОРЦЕВЫХ УПЛОТНЕНИЙ

Кузнецов Э. Г.

Сумской государственный университет

Предложен способ нахождения эпюры давления в торцевом зазоре импульсного уплотнения с помощью численного метода граничных элементов. Решение поставленной задачи данным методом позволило отказаться от традиционных схем дискретизации области поиска решения дифференциального уравнения и, перейдя к интегральному уравнению для границы области, получить легко реализуемый на компьютере алгоритм численного нахождения величины давления в заданных точках области.

Постановка проблемы. На этапе проектирования импульсных торцевых уплотнений роторов динамических машин традиционно полагают, что при эксплуатации давление рабочей среды в камерах и в рабочем зазоре в промежутке между камерами устанавливается равным некоторому усредненному (рисунок 1). Поэтому количество камер и протяжённость межкамерных промежутков не нормируют [1, 2]. Однако, как показали последние экспериментальные исследования, экономичность и надёжность уплотнения может быть существенно повышена за счёт выбора оптимального количества камер и питающих каналов [3, 4]. Таким образом, с целью создания более совершенных уплотнений необходимо при расчёте эпюры давления, действующего в рабочем зазоре уплотнения, учитывать фактор её неравномерности в окружном направлении.

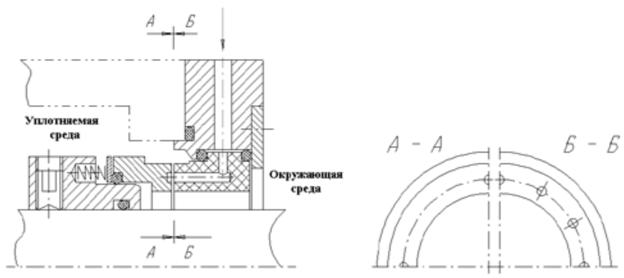

Рисунок 1 – Импульсное торцевое уплотнение

Цель статьи – применение численного метода для нахождения распределения давления в рабочем зазоре импульсного торцевого уплотнения и составление алгоритма его реализации на компьютере.

Основные материалы исследования. Для нахождения распределения давления рабочей среды $p(y,z)$ в рабочем зазоре рассмотрено стационарное уравнение смазки Рейнольдса:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho x^3 \frac{\partial p}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho x^3 \frac{\partial p}{\partial z}\right)=6\mu\frac{\partial(pxU)}{\partial y}.$$

Здесь p – давление, x – величина рабочего зазора; U – скорость движения одной из поверхностей, ограничивающих зазор, ρ – плотность и μ – вязкость рабочей среды.

Решение этого уравнения выполнено современным численным методом граничных элементов [5]. Согласно сути применяемого метода исходная стационарная краевая задача в частных производных приводится к интегральному уравнению по границе исследуемой области. В общем виде интегральное уравнение для области с границей Γ имеет вид:

$$c(\xi)P(\xi)+\int_{\Gamma} P(\eta)\, q^*(\xi,\eta)\, d\Gamma(\eta)=$$
$$=\int_{\Gamma} q(\eta)\, P^*(\xi,\eta)\, d\Gamma(\eta)-\int_{\Omega} W(y)\, P^*(\xi,\eta)\, d\Omega(\eta).$$

Здесь ξ – произвольная точка на границе области; $c(\xi)$ – функция, учитывающая особенности, возникающие при интегрировании по границе области; $P^*(\xi,\eta)=\left(1/2\pi\right)\ln\left(1/r\right)$ – фундаментальное решение уравнения Лапласа для двумерного случая; $W(y)=6\mu\left(1+1/\kappa\right)\left[\partial\left(xUp^{1/x}\right)/\partial y\right]$ – правая часть уравнения Рейнольдса для изотермического режима течения среды; r – расстояние между точками ξ и η на границе области; $q^*(\xi,\eta)=\partial P^*(\xi,\eta)/\partial n(\eta)$.

В качестве области для определения поля давления выбран объём рабочей среды на участке рабочего зазора уплотнения, ограниченном наружным и внутренним радиусами уплотняющих колец и радиальными секущими, проходящими через середины соседних камер. В ходе решения граница области разбивается на отдельные элементы, на каждом из которых задаются граничные условия типа Дирихле – значение давления P

$$\frac{1}{2}P_i+\sum_{j=1}^{N}\left(\int_{\Gamma_j} q^*\, d\Gamma\right)Pu_j=\sum_{j=1}^{N}\left(\int_{\Gamma_j} P^*\, d\Gamma\right)q_j.$$

Численное интегрирование по границе выполняется методом механических квадратур Гаусса. Для решения используются так называемые "постоянные" элементы, характеризуемые тем, что:

а) по длине каждого элемента значение искомой функции задается постоянным;

б) точки, в которых рассматривается значения искомой функции (узлы), располагаются в середине каждого элемента.

Интегралы $\int\limits_{\Gamma_j} q^* d\Gamma$ устанавливают связь между i-м узлом и j-м элементом, по длине которого берется интеграл, и впредь будут обозначаться H_{ij}. Аналогично интегралы вида $\int\limits_{\Gamma_j} P^* d\Gamma$ будут обозначаться G_{ij}. Тогда

$$\sum_{j=1}^{N} H_{ij} P_j = \sum_{j=1}^{N} G_{ij} q_j .$$

Полная система уравнений переписывается в матричной форме: $HP = GQ$. Интегралы $\widehat{H}_{ij}$ и G_{ij} вычисляются с использованием элементов квадратурных формул Гаусса (за исключением того элемента, которому соответствует рассматриваемый узел). Отсюда, получается соотношение, которое представляет собой связь между внутренней точкой i и значениями P и q на границе области:

$$P_i = \sum_{j=1}^{N} G_{ij} q_j - \sum_{j=1}^{N} H_{ij} P_j .$$

Применяя это уравнение ко всей исследуемой области с заданным шагом выбора внутренних точек можно получить массив значений, соответствующих значениям давления в рабочем зазоре.

Величина зазора x для вычисления правой части уравнения Рейнольдса $W(y)$ находится итерационным методом, в ходе выполнения которого определяется такая величина x, при которой под влиянием сил, действующих на тыльную и торцевую поверхность подвижного уплотняющего кольца, последнее занимает равновесное положение.

При задании граничных условий в местах расположения камер необходимо знать закон изменения давления в каждой из камер. Для его нахождения требуется получить дифференциальное уравнение изменения баланса расхода рабочей среды в камере с течением времени.

Скорость изменения давления в камерах зависит от проводимости участков рабочего зазора. Во время функционирования уплотнения рабочая среда вначале попадает в камеру непосредственно через питающий канал и путём перетоков из соседних камер через рабочий зазор, а затем вытекает из камеры через рабочий зазор в уплотняемую полость машины и в область за уплотнением. Таким образом, количество (массу) накопленной в камере среды можно определить по следующей зависимости:

$$m_2(t) = m + \Delta m_{12}(t) - \Delta m_{23}(t) - \Delta m_{24}(t),$$

где $m_2(t)$ – количество газа в камере;

m – количество рабочей среды, сообщённой камере питающим каналом;

$m_{12}(t)$ – количество среды, перетекающей в камеру через рабочий зазор из соседней камеры;

$m_{23}(t)$ и $m_{24}(t)$ – количество среды, вытекающей из камеры в уплотняемую полость машины и в область за уплотнением соответственно.

Тогда, изменение количества рабочей среды в камере с течением времени можно определить по формуле

$$\frac{\Delta m(t)}{\Delta t} = Q_{12}(t) - Q_{23}(t) - Q_{24}(t),$$

где $Q_i(t)$ – массовые расходы перетекающей рабочей среды.

Переходя к выражению расходов через проводимости g_i торцевых каналов рабочего зазора и действующие давления p_i, можно записать

$$\frac{dm}{dt} = g_{12}\left(p_1^2 - p_2^2\right) - g_{23}\left(p_2^2 - p_3^2\right) - g_{24}\left(p_2^2 - p_4^2\right).$$

Здесь p_1, p_2, p_3 и p_4 – давления соответственно в питающем канале, в камере, в полости машины и в области за уплотнением.

Перейдя к функции давления и введя коэффициенты для объединения постоянных величин, можно записать

$$\gamma \frac{dp_2}{dt} = -p_2^2 + \theta^2,$$

где $\gamma = \dfrac{V\mu}{RT} \cdot \dfrac{1}{g_{12} + g_{23} + g_{24}}$;

$$\theta = \sqrt{\frac{g_{12} p_1^2 + g_{23} p_3^2 + g_{24} p_4^2}{g_{12} + g_{23} + g_{24}}}.$$

Окончательно, выражение для определения величины остаточного после сообщения с питающим каналом давления в камере для заданного момента времени t имеет вид

$$p_2(t) = \theta \left(\frac{1 + C e^{-\frac{2\theta}{\gamma} t}}{1 - C e^{-\frac{2\theta}{\gamma} t}} \right).$$

С помощью данной математической модели метода граничных элементов определено распределение поля давления в рабочем зазоре импульсного торцового уплотнения. На рисунке 2 представлена блок-схема алгоритма компьютерной реализации представленной модели.

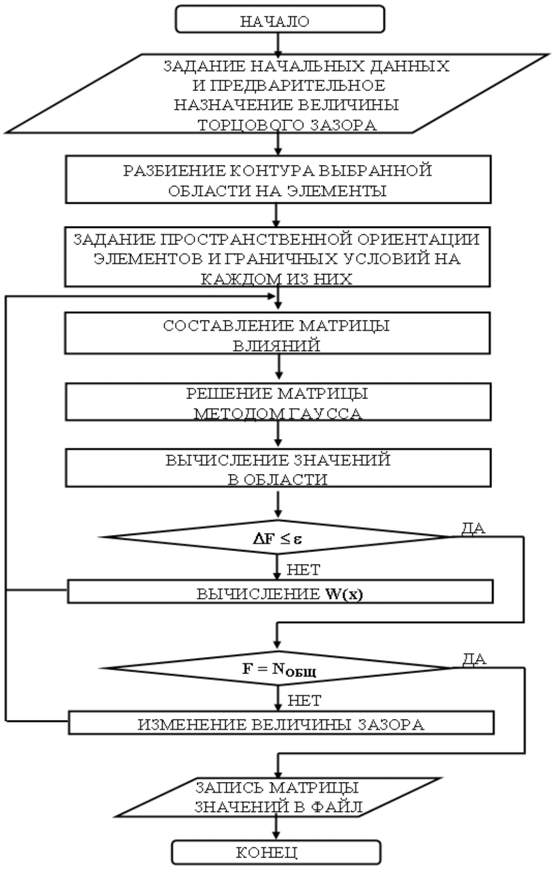

Рисунок 2 – Алгоритм численного нахождения эпюры давления в зазоре уплотнения

На рисунке 3 представлена компьютерная визуализация результатов численного решения уравнения Рейнольдса и моделирования найденного поля давления в рабочем зазоре уплотнения по предложенному алгоритму. Оттенками серого обозначены уровни давления в секторе зазора между камерами и питающими каналами.

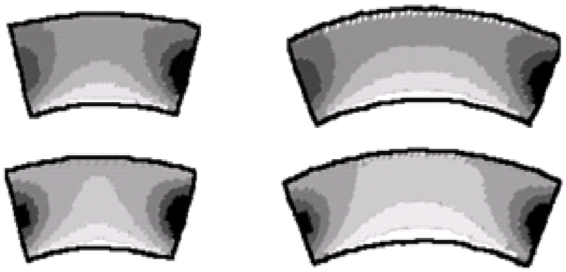

Рисунок 3 – Визуализация распределения поля давления в рабочем зазоре уплотнения

Выводы. Таким образом, применение метода граничных элементов позволило сравнительно быстро формализовать численное решение дифференциального уравнения Рейнольдса для определения распределения поля давления в рабочем зазоре импульсного торцевого уплотнения. Построенный алгоритм численного решения реализован на языке программирования Object Pascal Delphi 7 и позволяет не только уточнить стандартную методику проектирования импульсных уплотнений, но и впервые получить визуализацию перетоков рабочей среды в торцевом зазоре уплотнения.

Список использованных источников

1. Марцинковский В. А. Насосы атомных электростанций / В. А. Марцинковский, П. Н. Ворона. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.

2. Уплотнения и уплотнительная техника. Справочник / Под ред. А. И. Голубева и Л. А. Кондакова. – М.: Машиностроение, 1986. – 464 с.

3. Кузнецов Э. Г. Исследование расходных характеристик торцевого затворного импульсного уплотнения / Э. Г. Кузнецов, Л. А. Савин // Известия ОрелГТУ №5(283)2010, Сер. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2010 – С. 9-13

4. Кузнецов Э. Г. Экспериментальные исследования поля давления в торцевом зазоре импульсного газозатворного уплотнения / Э. Г. Кузнецов // Ударно-виброционные системы, машины и технологии: материалы IV международного научного симпозиума. – Орел: ОрелГТУ, 2010 – 384с.

5. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Телес, Л. Вроубел. – пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 524 с., ил.

Анотація

АЛГОРИТМ ЗНАХОДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ ТИСКУ У РОБОЧОМУ ЗАЗОРІ ІМПУЛЬСНИХ ТОРЦЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ

Кузнєцов Е. Г.

Запропоновано спосіб знаходження епюри тиску в торцевому зазорі імпульсного ущільнення за допомогою чисельного методу граничних елементів. Рішення поставленої задачі цим методом дозволило відмовитися від традиційних схем дискретизації області пошуку рішення диференціального рівняння, та, перейшовши до інтегрального рівняння для межі області, отримати легко реалізований на комп'ютері алгоритм чисельного знаходження величини тиску в заданих точках області

Abstract

THE ALGORITHM FOR DETERMING THE DISTRIBUTION OF PRESSURE IN THE SEALING GAP OF THE PULSE MECHANICAL SEALS

E. Kuznetsov

The method of finding the plot of the pressure in a gap of the pulse mechanical seals by using numerical boundary element method is offered. The solution of the challenge by this method made it possible to abandon traditional schemes to discretizate the region of solving the problem and allows obtain algorithm of finding numerical values of pressure in specific points of the region.