

СОГЛАСУЮЩЕЕ УСТРОЙСТВО "ДИСКОВОГО" ТИПА

У рамках статті проведено аналіз електродинамічних процесів в узгоджувальному пристрої "дискового типу". Виконано обчислення коефіцієнта трансформації струму – основної електродинамічної характеристики розглянутого узгоджувального пристрою. Отримані результати проілюстровані чисельними оцінками для реальних ситуацій у практиці МІОМ.

В рамках статті проведено аналіз електродинамічних процесів в согласующем устройстве "дискового" типа. Произведено вычисление коэффициента трансформации тока – основной электродинамической характеристики рассматриваемого согласующего устройства. Полученные результаты проиллюстрированы численными оценками для реальных ситуаций в практике МИОМ.

ВВЕДЕНИЕ

В практике магнитно-импульсной обработки металлов для повышения эффективности силового воздействия на обрабатываемые объекты применяются, так называемые, согласующие устройства различного конструктивного исполнения (например, дисковые плоские, цилиндрические коаксиальные и др.) [1].

Согласующим устройством "дискового" типа является импульсный трансформатор тока, первичная обмотка которого выполнена в виде плоского многовиткового соленоида, размещённого между двумя идентичными проводящими компланарными дисками с одинаковыми радиальными разрезами. Диски являются вторичной обмоткой, к которой на краях разрезов подключается нагрузка.

Практическая работоспособность предлагаемого преобразователя определяется его геометрией, электрофизическими характеристиками конструктивных составляющих и амплитудно-временными параметрами токового импульса в первичной обмотке. Данное утверждение следует из феноменологических соображений и подтверждается выводами работ [2, 3], где исследованы процессы возбуждения вихревых токов в плоском металлическом листе магнитным полем одновиткового соленоида.

Цель настоящей работы – вычисление основной электродинамической характеристики согласующего устройства "дискового" типа – коэффициента трансформации тока, определяющего действенность и эффективность работы рассматриваемого устройства в целом.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Решение поставленной задачи выполним аналогично тому, как это было сделано в работах [2-4].

Для анализа электромагнитных процессов примем расчётную модель в цилиндрической системе координат, показанную на рис. 1. ($\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$ – направляющие орты).

При решении задачи примем следующие допущения:

- распределения плотности тока в первичной обмотке – 1 (плоская многовитковая катушка, число витков – w , внутренний радиус – R_1 , внешний – R_2 , толщина – g) принимаем равномерным;
- конструктивное исполнение первичной обмотки таково, что она "прозрачна" для действующих полей ($g \rightarrow 0$), и не влияет на протекающие электромагнитные процессы;
- наличием радиальных разрезов в дисках согласно хорошо известной практике МИОМ [1, 4] можно пренебречь и считать, что имеет место аксиальная симметрия ($\partial/\partial\varphi = 0$, φ – азимутальный угол) и

симметрия системы относительно плоскости первичной обмотки $z = 0$;

- диски – 2 и 3 – одинаковы, выполнены из немагнитных листовых металлов толщиной d и электропроводностью γ с достаточно большими поперечными размерами, они расположены на одинаковом расстоянии от витка индуктора – h ;

- амплитудно-временные параметры тока в первичной обмотке $I(t)$ таковы, что справедливо квазистационарное приближение по Ландау: $\omega \cdot l/c \ll 1$, ω – циклическая частота, c – скорость света в вакууме, l – характерный размер системы.

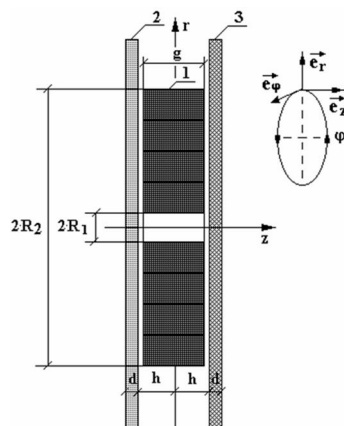


Рис. 1. Расчётная модель: 1 – первичная обмотка, плоский многовитковый соленоид; 2, 3 – вторичная обмотка, проводящие диски

Уравнения Максвелла для возбуждаемых составляющих вектора электромагнитного поля ($E_\varphi \neq 0$, $H_{r,z} \neq 0$), преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий, имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial H_r(p, r, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(p, r, z)}{\partial r} = j_\varphi(p, r, z); & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) = -\mu_0 \cdot p \cdot H_z(p, r, z); & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_\varphi(p, r, z)}{\partial z} = \mu_0 \cdot p \cdot H_r(p, r, z); & (3) \end{cases}$$

где p – параметр преобразования Лапласа; $E_\varphi(p, r, z) = L\{E_\varphi(t, r, z)\}$; $H_{r,z}(p, r, z) = L\{H_{r,z}(t, r, z)\}$; $j_\varphi(p, r, z) = L\{j_\varphi(t, r, z)\}$; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

В общем случае плотность тока в правой части уравнения (1) записывается в виде

$$j_\varphi(p, r, z) = (p \cdot \epsilon_0 + \gamma) \cdot E_\varphi(p, r, z) + j_{\varphi i}(p, r, z), \quad (4)$$

где $j_{\varphi i}(t, r, z)$ – плотность стороннего тока в первичной обмотке

$$j_{\varphi i}(p, r, z) = \frac{j(p)}{g} f(r) \cdot \eta(0.5g - |z|) \approx j(p) \cdot f(r) \cdot \delta(z);$$

$j(p)$ – линейная плотность тока

$$j(p) = \frac{I(p) \cdot w}{(R_2 - R_1)};$$

$\delta(z)$ – Дельта-функция Дирака; $f(r)$ – функция однородного радиального распределения тока в первичной обмотке, $f(r) = \eta(r - R_1) - \eta(r - R_2)$; $\eta(z)$ – ступенчатая функция Хевисайда; ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении поставленной задачи в принятой модели расчёта следует выделить области с однородными электрофизическими характеристиками.

Геометрическая и электродинамическая симметрия исследуемой системы (соответственно рис. 1) позволяет считать, что таковыми являются:

- а) пространство между дисками $z \in [-h, h]$;
- б) область металла идентичных дисков $z \in [h, (h + d)]$;
- в) свободное полупространство с внешней стороны дисков $z \in [(h + d), \infty)$.

Из дифференциальных уравнений (1) – (3) с учётом выражения (4) в рамках принятых допущений получим уравнения для азимутальной компоненты напряжённости электрического поля $E_\varphi(p, r, z)$ в выделенных областях.

В пространстве между металлическими дисками $z \in [-h, h]$, получаем, что

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) \approx$$

$$\approx \mu_0 \cdot p \cdot j_{\varphi i}(p, r, z).$$

В металле дисков $z \in [h, (h + d)]$

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) -$$

$$-(p \cdot \gamma \cdot \mu_0) \cdot E_\varphi(p, r, z) = 0.$$

Вне системы $z \in [(h + d), \infty)$

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) \approx 0. \quad (7)$$

Условию ограниченности радиального распределения $E_\varphi(p, r, z)$ из уравнений (5) – (7) при $r = 0$ и $r = \infty$ удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя [5]

$$E_\varphi(p, r, z) = \int_0^\infty E_\varphi(p, \lambda, z) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (8)$$

где $J_1(\lambda \cdot r)$ – функция Бесселя первого порядка.

В соответствии с (8) уравнения (5) – (7) приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка [4]:

а) в пространстве между дисками, $z \in [-h, h]$

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = K(p, \lambda) \cdot \delta(z), \quad (9)$$

где $K(p, \lambda) = \mu_0 j(p) f(\lambda)$; в соответствии с допущением о равномерном распределении тока в первичной обмотке –

$$f(\lambda) = \int_0^\infty f(r) \cdot r \cdot dr = \int_{R_1}^{R_2} J_1(\lambda \cdot r) \cdot r \cdot dr,$$

б) в металле дисков, $z \in [h, (h + d)]$

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = 0, \quad (10)$$

где $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p \cdot \mu_0 \cdot \gamma}$ – волновое число в металле с удельной электропроводностью γ ,

в) вне дисков, $z \in [(h + d), \infty)$

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = 0. \quad (11)$$

Общие интегралы уравнений (9) – (11) для выделенных областей имеют вид [5]:

а) в пространстве между дисками, $z \in [-h, h]$, условию симметрии относительно плоскости $z = 0$ удовлетворяет функция:

$$E_\varphi^{(1)}(p, \lambda, z) = C(p, \lambda) \cdot \text{ch}(\lambda z) + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \times$$

$$\times \left(\eta(z) \cdot \text{sh}(\lambda z) + 0.5 \cdot e^{-\lambda z} \right), \quad (12)$$

где $C(p, \lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования;

б) в металле дисков, $z \in [h, (h + d)]$:

$$E_\varphi^{(2)}(p, \lambda, z) = D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot (z-h)} +$$

$$+ D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot (z-h)}, \quad (13)$$

где $D_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования;

в) в пространстве вне системы, $z \in [(h + d), \infty)$, условию ограниченности при $z \rightarrow \infty$ удовлетворяет функция

$$E_\varphi^{(3)}(p, \lambda, z) = B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda(z-(h+d))}, \quad (14)$$

где $B(p, \lambda)$ – произвольная постоянная интегрирования.

Из уравнения (3) с помощью (12) – (14) находим тангенциальную компоненту напряжённости магнитного поля

а) $z \in [-h, h]$

$$H_r^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p\mu_0} \left[C(p, \lambda) \cdot \text{sh}(\lambda z) + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \times$$

$$\times \left(\eta(z) \cdot \text{sh}(\lambda z) + 0.5 \cdot e^{-\lambda z} \right),$$

б) $z \in [h, (h + d)]$

$$H_r^{(2)}(p, \lambda, z) = \frac{q(p, \lambda)}{p\mu_0} \left(D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot (z-h)} -$$

$$- D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot (z-h)},$$

в) $z \in [(h + d), \infty)$

$$H_r^{(3)}(p, \lambda, z) = -\frac{\lambda}{p\mu_0} \cdot B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda(z-(h+d))}. \quad (17)$$

Из условия непрерывности касательных компонент напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей получаем системы алгебраических уравнений для определения неизвестных произвольных постоянных интегрирования в выражениях (12) – (17).

$z = h$

$$\begin{cases} C(p, \lambda) \cdot \text{ch}(\lambda h) + \frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{\lambda h} = \\ = D_1(p, \lambda) + D_2(p, \lambda), \\ C(p, \lambda) \cdot \text{sh}(\lambda h) + \frac{K(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{\lambda h} = \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \times \\ \times (D_1(p, \lambda) - D_2(p, \lambda)), \\ z = h + d \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda)e^{q(p, \lambda)d} + D_2(p, \lambda)e^{-q(p, \lambda)d} = B(p, \lambda), \\ \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} (D_1(p, \lambda)e^{q(p, \lambda)d} - D_2(p, \lambda)e^{-q(p, \lambda)d}) = -B(p, \lambda). \end{cases} \quad (19)$$

В конечном итоге нас интересуют поля, возбуждаемые в металле экрана и заготовки.

Исключая $C(p, \lambda)$ и $B(p, \lambda)$ в системах линейных алгебраических уравнений (18) и (19), находим неизвестные произвольные постоянные интегрирования $D_1(p, \lambda)$ и $D_2(p, \lambda)$.

После соответствующих подстановок в формулы (13) и (16) и обратного преобразования Фурье-Бесселя записываем формулы для напряженностей возбуждаемого электромагнитного поля в терминах продольной пространственной переменной, связанной собственно с диском.

$$E_{\varphi}^{(2)}(p, r, \zeta) = \frac{p\mu_0 j(p)}{2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda)}{G(p, \lambda)} \cdot (\text{sh}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \text{ch}(q(p, \lambda)(\zeta - d))) \cdot J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (20)$$

где

$$G(p, \lambda) = \text{sh}(q(p, \lambda)d) \cdot [\text{sh}(\lambda h) + (q(p, \lambda)/\lambda)^2 \times \text{ch}(\lambda h)] + \text{ch}(q(p, \lambda)d) \cdot q(p, \lambda)/\lambda \cdot e^{\lambda h}.$$

$$H_r^{(2)}(p, r, \zeta) = \frac{j(p)}{2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda) \cdot q(p, \lambda)}{G(p, \lambda)} \cdot (\text{ch}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \text{sh}(q(p, \lambda)(\zeta - d))) \cdot J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (21)$$

С помощью выражений (4) и (20) вычисляем плотность вихревых токов, индуцированных в металле дисков

$$j_{\varphi}(p, r, \zeta) = \frac{\mu_0 \gamma (p \cdot j(p))}{2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda)}{G(p, \lambda)} \cdot (\text{sh}(q(p, \lambda)(\zeta - d)) - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \text{ch}(q(p, \lambda)(\zeta - d))) \cdot J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (22)$$

Интересно отметить, что при низких частотах токового импульса в первичной обмотке, когда $p\mu_0\gamma \rightarrow 0$ и $q(p, \lambda) \approx \lambda$, выражение (22) переходит в формулу для плотности индуцированного тока в одиночном листе тонкостенного металла [1]. Идентичность зависимостей вихревых токов для одного и двух металлических листов объясняется тем, что, в случае достаточно низких частот возбуждаемых полей, взаимное влияние дисков становится весьма несущественным.

Интегрируя по толщине $\zeta \in [0, d]$, получаем радиальное распределение линейной плотности индуцированного тока в диске

$$J_{\varphi}(r, p) = -\frac{\mu_0 \gamma}{2} \int_0^{\infty} \frac{pj(p) \cdot A_1(p, \lambda)}{q(p, \lambda) \cdot G(p, \lambda)} f(\lambda) J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (23)$$

где

$$A_1(p, \lambda) = \left[1 - (\text{ch}(q(p, \lambda) \cdot d) + \frac{(q(p, \lambda) \cdot d)}{(\lambda \cdot d)}) \times \text{sh}(q(p, \lambda) \cdot d) \right].$$

Предельный переход в формуле (23) для достаточно больших зазоров между соленоидом и дисками (идеализация, $h \rightarrow \infty$) переходит в аналогичную зависимость, найденную для системы из плоского соле-

ноида над листовым металлом авторами работы [2].

Здесь так же, как и при понижении рабочих частот, "удаление" дисков от источника поля снижает их взаимное влияние на протекающие электромагнитные процессы для любых временных параметров возбуждаемых полей.

Интегрируя по радиусу $r \in [0, R]$, R – произвольный радиус окружности на диске, находим величину индуцированного тока в диске "условного" радиуса R

$$I_{\varphi}(R, p) = -\frac{\mu_0 \gamma}{2} \cdot \int_0^{\infty} \frac{p \cdot j(p) \cdot A_1(p, \lambda)}{q(p, \lambda) \cdot G(p, \lambda)} \cdot f(\lambda) \times \frac{(1 - J_0(\lambda \cdot R))}{\lambda} d\lambda. \quad (24)$$

В выражении (24) перейдем в пространство оригиналов.

Для вычисления особых точек подынтегральной функции произведение продольного волнового числа на толщину листовой заготовки представим как мнимую величину

$$(q(p, \lambda) \cdot d) = i \cdot \beta_k. \quad (25)$$

Подставляя (25) в знаменатель дроби выражения (24) и приравнявая его к нулю, получаем уравнение для величин β_k

$$(\text{sh}(\lambda h) - (\beta_k / (\lambda \cdot d))^2 \text{ch}(\lambda h)) \cdot \sin(\beta_k) + e^{\lambda h} (\beta_k / (\lambda \cdot d)) \cos(\beta_k) = 0, (\beta_k \neq 0). \quad (26)$$

После выполнения тождественных преобразований приводим (26) к виду, удобному для практического анализа

$$\text{tg}(\beta_k) = \frac{2}{\left(\frac{\beta_k}{(\lambda d)} - \frac{(\lambda d)}{\beta_k} \right) + \left(\frac{\beta_k}{(\lambda d)} + \frac{(\lambda d)}{\beta_k} \right) e^{-2\lambda h}}. \quad (27)$$

Как следует из (27) и представления (25), особыми точками функции комплексного переменного под знаком интеграла в выражении (24) являются простые отличные от нуля полюсы $-p_k$

$$p_k = -\frac{1}{\tau} \cdot (\beta_k^2 + (\lambda \cdot d)^2), k = 1, 2, \dots, \quad (28)$$

где $\tau = \mu_0 \gamma d^2$ – характерное время диффузии поля в металл листовой заготовки.

Далее, в соответствии с теоремой об оригинале дробно-рациональной функции и с теоремой обращения свёртки из выражения (24) находим соответствующую временную зависимость

$$\frac{p \cdot j(p) \cdot A_1(p, \lambda, z)}{q(p, \lambda) \cdot G(p, \lambda)} \leftrightarrow \leftrightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d \cdot A_1(p, \lambda)}{i \beta_k \cdot \frac{dG(p, \lambda)}{dp}} \Bigg|_{p=p_k} \cdot \frac{dj(t)}{dt} * e^{p_k \cdot t}. \quad (29)$$

В конечном итоге, с использованием (29) после необходимых тождественных преобразований находим оригинал для индуцированного тока.

$$I_{\varphi}(R, t) = -\frac{1}{d} \cdot \int_0^{\infty} \frac{F_1(\beta_k, (\lambda d))}{F_2(\beta_k, (\lambda d), h)} f(\lambda) (1 - J_0(\lambda \cdot R)) / \lambda \times \times \frac{dj(t)}{dt} * e^{-\frac{\beta_k^2 + (\lambda d)^2}{\tau} t} d\lambda, \quad (30)$$

где

$$F_1(\beta_k, (\lambda d)) = 1 - \left(\cos(\beta_k) - \frac{\beta_k}{(\lambda d)} \sin(\beta_k) \right),$$

$$F_2(\beta_k, (\lambda d), h) = \cos(\beta_k) \cdot \left[\operatorname{sh}(\lambda h) - \left(\frac{\beta_k}{(\lambda d)} \right)^2 \operatorname{ch}(\lambda h) + \frac{e^{\lambda h}}{(\lambda d)} \right] - \sin(\beta_k) \cdot \left(\frac{\beta_k}{(\lambda d)} \right) \cdot \left[e^{\lambda h} + \frac{2 \operatorname{ch}(\lambda h)}{(\lambda d)} \right].$$

Интересно отметить существование очевидных предельных переходов в свёртке выражения (30).

$$\frac{dj(t)}{dt} * e^{-\frac{(\beta_k^2 + (\lambda d)^2)}{\tau} t} = \int_0^t \frac{dj(\zeta)}{d\zeta} \cdot e^{-\frac{(\beta_k^2 + (\lambda d)^2)}{\tau} (t-\zeta)} d\zeta =$$

$$= \begin{cases} j(t), \gamma \rightarrow \infty, \\ \frac{dj(t)}{dt}, \gamma \rightarrow 0. \end{cases}$$

В режиме резкого поверхностного эффекта ($\gamma \rightarrow \infty$) временная форма индуцированного и возбуждающего токов совпадают между собой. В режиме интенсивного проникновения поля ($\gamma \rightarrow 0$) индуцированный ток пропорционален производной возбуждающего тока.

Отмеченные предельные результаты полностью согласуются с выводами работ [2, 3]

Выражение (30) приведём к виду, удобному в практических вычислениях. Под знаком несобственного интеграла перейдём к новой безразмерной переменной интегрирования: $x = (\lambda d)$. Также выполним преобразование временной зависимости.

В практике МИОМ функция времени плотности тока индуктора, как правило, имеет вид экспоненциально затухающей синусоиды, т.е.

$$j(t) = j_m \cdot e^{-\delta_0 \cdot \varphi} \cdot \sin \varphi,$$

где $j_m = \frac{I_m \cdot w}{(R_2 - R_1)}$ – амплитуда плотности тока,

I_m – амплитуда тока, δ_0 – относительный декремент затухания, $\varphi = \omega \cdot t$ – фаза, ω – циклическая частота возбуждающего тока [1, 4].

С учётом принятого вида $j(t)$ свёртка функций в выражении для плотности индуцированного тока – (30) будет равна

$$\frac{d j(t)}{d t} \cdot e^{-\frac{\beta_k^2 + x^2}{\tau} t} = j_m \cdot f_k(x, \varphi), \quad (31)$$

где

$$f_k(x, \varphi) = e^{-\delta_0 \cdot \varphi} \cdot \sin \varphi - \frac{(\beta_k^2 + x^2) / (\omega \tau)}{1 + \left[(\beta_k^2 + x^2) / (\omega \tau) - \delta_0 \right]^2} \times \left[e^{-\delta_0 \varphi} \left\{ (\beta_k^2 + x^2) / (\omega \tau) - \delta_0 \right\} \sin \varphi - \cos \varphi \right] + e^{-\frac{\beta_k^2 + x^2}{\omega \tau} \varphi}.$$

Выражение (30) в терминах исходных данных с учётом (31) принимает вид

$$I_\phi(R, t) = - \left(\frac{I_m \cdot w \cdot d}{R_2 - R_1} \right) \cdot \int_0^\infty \frac{F_1(\beta_k, x)}{F_2(\beta_k, x, h)} \times f(x) \frac{(1 - J_0(x \cdot R/d))}{x} \cdot f_k(x, \varphi) \cdot dx, \quad (32)$$

где

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \int_{x \cdot R_1/d}^{x \cdot R_2/d} y \cdot J_1(y) \cdot dy;$$

$$F_1(\beta_k, x) = 1 - \left(\cos(\beta_k) - \beta_k/x \cdot \sin(\beta_k) \right);$$

$$F_2(\beta_k, (\lambda d), h) = \cos(\beta_k) \left[\operatorname{sh}(x \cdot h/d) - (\beta_k/x)^2 \operatorname{ch}(x \cdot h/d) + \frac{e^{(x \cdot h/d)}}{x} \right] - \sin(\beta_k) \cdot \left(\frac{\beta_k}{x} \right) \left[e^{(x \cdot h/d)} + \frac{2 \operatorname{ch}(x \cdot h/d)}{x} \right].$$

Дисперсионное уравнение (27) в терминах переменной x принимает вид

$$\operatorname{tg}(\beta_k) = \frac{2}{\left(\frac{\beta_k - x}{x} \right) + \left(\frac{\beta_k + x}{\beta_k} \right) \cdot e^{-2 \left(\frac{x \cdot h}{d} \right)}}. \quad (33)$$

Аналогичным образом, из выражения (24) найдём радиальное распределение индуцированного тока

$$J_\phi(r, t) = - \left(\frac{I_m \cdot w}{R_2 - R_1} \right) \cdot \int_0^\infty \frac{F_1(\beta_k, x)}{F_2(\beta_k, x, h)} f(x) \times J_1 \left(x \cdot \frac{r}{d} \right) \cdot f_k(x, \varphi) \cdot dx. \quad (34)$$

Выражения (32) и (34) представляют собой аналитические решения поставленной электродинамической задачи о возбуждении индуцированного тока в одном диске. Выражение (32) следует удвоить. Это даст полную величину тока во вторичной обмотке из двух дисков рассматриваемого согласующего устройства.

ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Полученные результаты проиллюстрируем численными оценками для ситуаций, реальных в практике МИОМ [1, 4].

Положим, что

а) для первичной обмотки $w = 20$, $h \approx 0.0025$ м, $R_1 = 0.015$ м, $R_2 = 0.075$ м,

б) для вторичной обмотки металл дисков – алюминий, $\gamma \approx 3.75 \cdot 10^7$ 1/Ом·м, сталь электротехническая, $\gamma \approx 0.2 \cdot 10^7$ 1/Ом·м, внешний радиус дисков – $R = R_2$.

в) рабочая частота – $f = 2$ кГц, относительный декремент затухания – $\delta = 0.25$.

Вначале оценка корней дисперсионного уравнения (33).

Графическая иллюстрация образа Фурье-Бесселевого преобразования для принятого радиального распределения тока в первичной обмотке дана на рис. 2.

Из графика на рис. 2 следует, что $f(x)/f_{\max} \ll 1$ уже для $x > 0.3-0.35$. Это означает, что при проведении вычислений можно считать $x \ll 1$. Корни дисперсионного уравнения определяются соответствующими зависимостями для β_k .

Результаты расчётов индуцированных токов приведены на графиках рис. 3-5.

ВЫВОДЫ

1. В ходе проведенных вычислений была рассчитана основная электродинамическая характеристика согласующего устройства "дискового" типа – коэффициента трансформации тока. Его Максимальная величина составляет $\sim 12 \div 13$.

2. Временные и амплитудные характеристики индуцированного тока определяются электропроводностью и толщиной металла вторичной обмотки (рис. 3 – рис. 5):

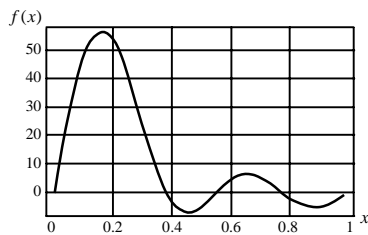


Рис. 2. Образ Фурье-Бесселя для принятого радиального распределения тока в первичной обмотке

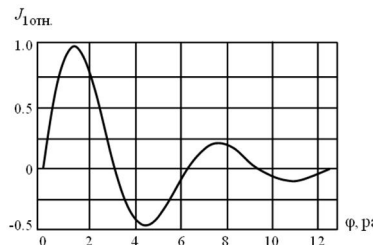


Рис. 3. Ток первичной обмотки в отношении к максимуму, $J_{1отн.} = J_1(\varphi)/J_{1m}$, $\varphi = \omega t - \text{фаза}$

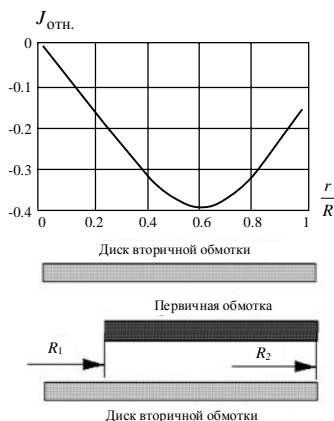


Рис. 6. Радиальное распределение плотности тока, индуцированного в металле диска, в отношении к максимуму плотности тока первичной обмотки

- при уменьшении проводимости и толщины дисков снижается величина коэффициента трансформации и по сравнению с током первичной обмотки искажается его временная зависимость (рис. 4);

- для дисков с толщиной, близкой к величине скин-слоя, искажения временных и амплитудных параметров исчезают (рис. 5).

3. Из графической зависимости на рис. 5 следует, что местом наиболее эффективного токосъема сигнала со вторичной обмотки является окружность по центру первичной обмотки согласующего устройства ($r/R \approx 0.6$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белый И.В. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов / И.В. Белый, С.М. Фертик, Л.Т. Хименко. Х.: Вища школа. 1977. – 189 с.
2. Батыгин Ю.В. Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Е.А. Чаплыгин // *Электротехника і електромеханіка*. – 2005. – №3. – С. 69-73.
3. Батыгин Ю.В. Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках / Ю.В. Батыгин, Е.А. Чаплыгин // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2006. – № 5. – С. 54-59.
4. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для про-

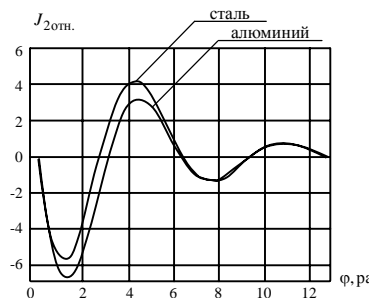


Рис. 4. Ток, индуцированный в одном диске, в отношении к максимуму тока первичной обмотки, $J_{2отн.} = J_2(\varphi)/J_{1m}$, $\varphi = \omega t - \text{фаза}$, толщина дисков одинакова – $d = 0.005$ м, (ток в двух дисках, соответственно, удваивается)

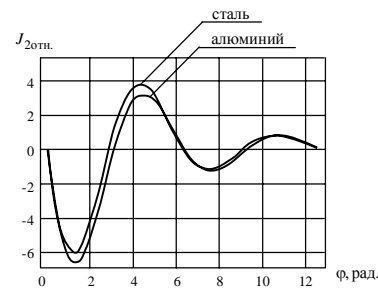


Рис. 5. Ток, индуцированный в одном диске, в отношении к максимуму тока первичной обмотки, $J_{2отн.} = J_2(\varphi)/J_{1m}$, $\varphi = \omega t - \text{фаза}$, толщина алюминиевого диска – $d = 0.005$ м, толщина стального диска равна эффективной глубине проникновения поля $d \approx 0.008$ м

грессивных технологий (научное издание). Том 1. Издание второе, перераб. и доп. Под общ. ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. / Ю.В. Батыгин., В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко. Харьков: Изд. "МОСТ-Торнадо", 2003. – 288 с.

5. Мэтьюз Дж. Математические методы физики / Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. Пер. с англ. канд. физ.-мат наук В.П. Крайнова. М: Атомиздат, 1972. – 399 с.

Bibliography (transliterated): 1. Belyj I.V. Spravochnik po magnitno-impul'snoj obrabotke metallov / I.V. Belyj, S.M. Fertik, L.T. Himenko. H.: Vischa shkola. 1977. - 189 s. 2. Batygin Yu.V. Osobennosti tokov, inducirovannyh nizkочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах / Yu.V. Batygin, V.I. Lavinskij, E.A. Chaplygin // *Elektrotehnika i elektromehaniка*. - 2005. - №3. - С. 69-73. 3. Batygin Yu.V. Vihrevye toki v плоских листовых metallіcheskih zagotovkah / Yu.V. Batygin, E.A. Chaplygin // *Elektrotehnika i elektromehaniка*. - 2006. - № 5. - С. 54-59. 4. Batygin Yu.V. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnyh tehnologij (nauchnoe izdanie). Tom 1. Izdanie vtoroje, pererab. i dop. Pod obsch. red. d.t.n., prof. Batygina Yu.V. / Yu.V. Batygin., V.I. Lavinskij, L.T. Himenko. Har'kov: Izd. "MOST-Tornado", 2003. - 288 s. 5. M'et'yuz Dzh. Matematicheskie metody fiziki / Dzh. M'et'yuz, R. Uoker. Per. s angl. kand. fiz.-mat nauk V.P. Krajnova. M: Atomizdat, 1972. - 399 s.

Поступила 20.04.2012

Батыгин Юрий Викторович, д.т.н., проф.
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, кафедра физики
61002, Харьков, ул. Петровского 25
тел. (057) 7003653
e-mail: batygin48@mail.ru

Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., доц.
Трунова Ирина Сергеевна
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, кафедра автомобильной электроники
61002, Харьков, ул. Петровского 25
тел. (057) 7003852, e-mail: kalifus@yandex.ru

Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Trunova I.S.

A disk-type matching device.

Analysis of electrodynamic processes in a disk-type matching device is carried out in the article. Calculation of a current transformation ratio, the basic electrodynamic characteristics of the matching device, is conducted. Results obtained are illustrated with numerical evaluations of real-world situations in electromagnetic metal forming practice.

Key words – electrodynamic metal forming, transformation ratio, disk-type matching device, electrodynamic processes.