

УДК 621.313.333

СИНТЕЗ І ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИСКРЕТНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА

Г. С. Сергієнко

Донецький національний технічний університет
пл. Шибанкова, 2, м. Красноармійськ, 85300, Україна.

С. С. Старостін

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: starostin7@yahoo.de

Розглянуто принципи й результати синтезу варіантів моделі асинхронного двигуна з урахуванням дискретних властивостей силового перетворювача частоти. Перетворювач надано двома ідеальними імпульсними елементами з кратними інтервалами дискретності та ланкою затримки в часі. Варіанти дискретної математичної моделі двигуна отримано на основі модифікованого z -перетворення. Модель орієнтовано на використання в процесі навантажувальних випробувань силових перетворювачів. На основі порівняльного аналізу визначено, що дискретна модель в обертовій системі координат потребує в 1,5 рази більше часу для реалізації, ніж модель у нерухомій системі координат, проте точність відповідності неперервному прототипу відносно компонент струму статора є вищою у дискретній моделі в обертовій системі координат. Це дає підстави для її практичного застосування.

Ключові слова: асинхронний двигун, математична модель, аналіз.

СИНТЕЗ И СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

А. С. Сергиенко

Донецкий национальный технический университет
пл. Шибанкова, 2, г. Красноармейск, 85300, Украина.

С. С. Старостин

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: starostin7@yahoo.de

Рассмотрены принципы и результаты синтеза вариантов модели асинхронного двигателя с учетом дискретных свойств силового преобразователя частоты. Преобразователь представлен двумя идеальными импульсными элементами с кратными интервалами дискретности и звеном задержки во времени. Варианты дискретной математической модели двигателя получены на основе модифицированного z -преобразования. Модель ориентирована на использование в процессе нагрузочных испытаний силовых преобразователей. На основе сравнительного анализа определено, что дискретная модель во вращающейся системе координат требует в 1,5 раза больше времени для реализации, чем модель в неподвижной системе координат, но точность соответствия непрерывному прототипу относительно компонент тока статора выше у дискретной модели во вращающейся системе координат. Это дает основания для ее практического использования.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, математическая модель, анализ.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. В останні роки активно розвивається напрям програмно-апаратної емуляції різноманітних технічних систем у процесі їх проектування та досліджень. У тому числі навантажувальні випробування силових перетворювачів частоти на стадії розробки нових типів і під час серійного виробництва можуть здійснюватися шляхом емуляції електричних машин – відтворення їх властивостей за допомогою навантажувальних перетворювачів з відповідним керуванням [1–6].

Такий підхід для трифазних перетворювачів [1–3, 6] характеризує рис. 1. Навантажувальний перетворювач формує фазні струми i_a , i_b , i_c , подібні до струмів електродвигуна, у функції вимірних фазних напруг u_a , u_b , u_c випробуваного перетворювача. При цьому забезпечується випробування в усьому діапазоні вихідної напруги та струму з покращеними техніко-економічними показниками за рахунок відсутності електромашинного навантажувального агрегату.

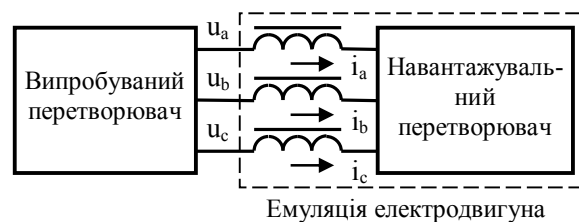


Рисунок 1 – Схема випробувальної установки

Керування навантажувальним перетворювачем здійснюється на основі математичної моделі асинхронного електродвигуна, яка може бути визначена як у нерухомій, так і в обертовій системі координат. При цьому виникає питання щодо дискретних варіантів моделей і порівняльного аналізу таких моделей з позицій їх реалізації за допомогою мікропроцесорних контролерів.

Метою роботи є здійснення синтезу дискретної математичної моделі асинхронного двигуна

відносно нерухомої та обертової систем координат і проведення порівняльного аналізу двох варіантів моделей щодо їх адекватності неперервному прототипу та кількості необхідних математичних перетворень.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. При використанні моделі двигуна, визначеної в координатах α - β , матимемо структурну схему формування завдання на фазні струми випробувальної установки, зображену на рис. 2.

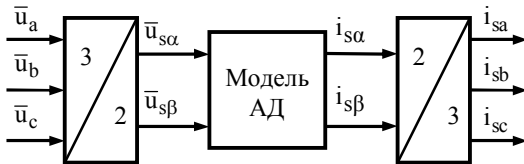


Рисунок 2 – Структурна схема формування завдань для системи управління навантажувальним перетворювачем

Вхідними змінними схеми (рис. 2) є виміряні середні значення фазних напруг, які генерує силовий перетворювач, що підлягає випробуванням. Наступне перетворення в систему α - β та використання відповідної математичної моделі забезпечує розрахунок завдань на величини фазних струмів, які має сформувати навантажувальний перетворювач.

Математичну модель асинхронного двигуна можливо визначити як у нерухомій системі координат α - β , так і в обертовій системі координат d - q . Синтез моделі доцільно здійснити в дискретному вигляді, що дозволяє врахувати дискретність функціонування силового перетворювача та безпосередньо застосувати цю модель при реалізації керування навантажувальним перетворювачем. При цьому застосовуємо підхід, який було розглянуто в [8, 9] та інших публікаціях, використовуючи неперервний прототип відповідної моделі.

Для одержання дискретних моделей враховуємо властивості випробуваного перетворювача на основі імпульсної моделі (рис. 3) [8], де u_c – сигнал керування перетворювачем, u_s^\perp – імпульс напруги, i_s – струм силового кола перетворювача. Модель є однаковою відносно ортогональних компонент як у нерухомій, так і в обертовій системах координат.

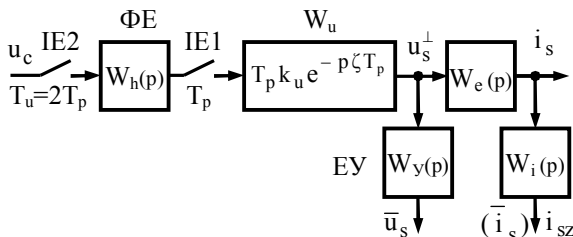


Рисунок 3 – Структурна схема імпульсної математичної моделі силового перетворювача

На рис. 3 ідеальні імпульсні елементи ІЕ1 та ІЕ2, фіксуєючий елемент ФЕ з передавальною функцією $W_h(p) = [1 - \exp(-T_u p)]/p$ і ланка затримки W_u відображають дискретні властивості випробуваного перетворювача частоти з коефіцієнтом передачі за напругою k_u . Особливості вимірювання середньої величини напруги перетворювача враховано за допомогою ланки усереднення з передавальною функцією $W_y(p) = [1 - \exp(-T_u p)]/(T_u p)$, де T_u – період широтно-імпульсної модуляції перетворювача. Ланка $W_i(p)$ характеризується виразом $\exp(-T_u p/2)$ і відповідає вимірюванню струму посередині інтервалу T_u . У цей момент часу величина струму i_{sz} з випередженням достатньо точно дорівнює середньому значенню струму за цей інтервал \bar{i}_s [10].

Вихідну модель асинхронного двигуна в координатах α - β , визначену на основі [2], подано на рис. 4. У структурній схемі мають місце такі передавальні функції та параметри:

$$W_e(p) = \frac{1/R_s}{\sigma T_s p + 1}; T_s = \frac{L_s}{R_s}; k_s = \frac{L_h}{L_s};$$

$$W_{\psi 1}(p) = \frac{1}{\sigma T_r p + 1}; T_r = \frac{L_r}{R_r}; k_r = \frac{L_h}{L_r}; \quad (1)$$

$$k_m = \frac{3}{2} N_p k_r; W_{\omega}(p) = \frac{1}{J p}.$$

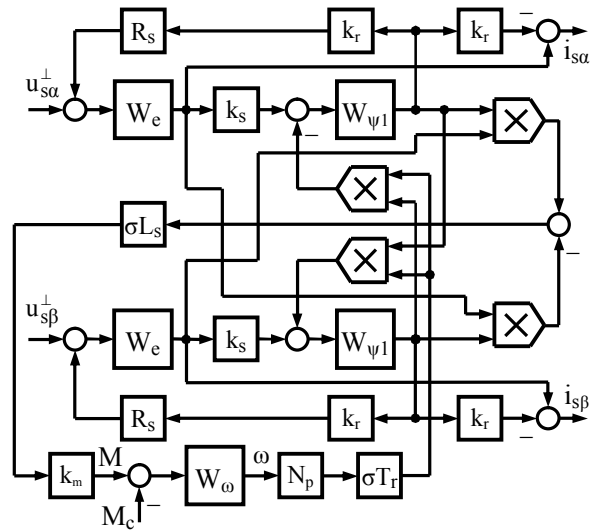


Рисунок 4 – Структурна схема математичної моделі асинхронного двигуна в системі координат α - β

У виразах (1) та на рис. 4 позначено: R_s, L_s – відповідно активний опір та індуктивність кола статора; T_s – електромагнітна стала часу кола статора; R_r, L_r – відповідно активний опір та індуктивність кола ротора; T_r – електромагнітна стала часу кола ротора; σ – загальний коефіцієнт розсіювання асинхронного двигуна; L_h – головна індуктивність двигуна; N_p – число пар полюсів двигуна; J – сумарний момент інерції, приведений до валу двигуна; M, M_c – обертальний момент і

момент механічного навантаження двигуна відповідно; ω – кутова швидкість двигуна.

З урахуванням схеми (рис. 4), вхідні сигнали якої $u_{s\alpha}^+$ та $u_{s\beta}^+$ формуються відповідно до рис. 3, здійснюємо синтез дискретної математичної моделі асинхронного двигуна відносно середніх величин напруги $\bar{u}_{s\alpha}$ та $\bar{u}_{s\beta}$. При цьому використовуємо модифіковане z -перетворення [7] з урахуванням методики, поданої у [8]. Отже, виходимо із загального рівняння на основі відношення передавальних функцій від керуючого сигналу u_c до вихідного x_N та вхідного x_{N-1} сигналів відповідної ланки, тобто

$$W_{N(z)} = \frac{x_N(z)}{x_{N-1}(z)} = \frac{x_N(z)/u_c(z)}{x_{N-1}(z)/u_c(z)} = \frac{Z_u\{Z_p\{W_h(p)\}Z_p\{S_N(p)\}\}}{Z_u\{Z_p\{W_h(p)\}Z_p\{S_{N-1}(p)\}\}}, \quad (2)$$

де $Z_u\{\}$ – функція z -перетворення для інтервалу дискретності T_u ; $Z_p\{\}$ – функція z -перетворення для інтервалу дискретності T_p ; $S_N(p)$ – результуюча передавальна функція неперервних ланок, що знаходяться після імпульсного елемента ІЕ1 відносно виходу N -ої ланки (рис. 3); $S_{N-1}(p)$ – результуюча передавальна функція неперервних ланок, що знаходяться після імпульсного елемента ІЕ1 відносно входу N -ої ланки.

Дискретна передавальна функція фіксуючого елемента ФЕ дорівнює

$$W_h(z) = \frac{1-z^{-1}}{1-z_p^{-1}}, \quad (3)$$

де $z = \exp(pT_u)$ – оператор z -перетворення відносно інтервалу дискретності T_u ; $z_p = \exp(pT_p)$ – оператор z -перетворення відносно інтервалу дискретності T_p .

З урахуванням цього маємо

$$\frac{x_N(z)}{u_c(z)} = (1-z^{-1})Z_u\left\{\frac{1}{1-z_p^{-1}}S_N(z_p)\right\}; \quad (4)$$

$$\frac{x_{N-1}(z)}{u_c(z)} = (1-z^{-1})Z_u\left\{\frac{1}{1-z_p^{-1}}S_{N-1}(z_p)\right\}.$$

Дискретні передавальні функції $S_N(z_p)$ та $S_{N-1}(z_p)$ у (4) знаходимо на основі відповідних неперервних передавальних функцій, використовуючи таблиці модифікованого z -перетворення із [7]. Далі перехід до z -перетворення відносно інтервалу дискретності T_u виконуємо, розкладаючи вирази у фігурних скобках на суму елементарних дробово-раціональних функцій із наступним урахуванням відповідностей z -перетворень для кратних інтервалів дискретності, поданих у табл. 1. Слід зазначити, що для здійснення розглянутих дій доцільно застосовувати комп'ютерні пакети з функціями символічних перетворень, наприклад, пакет MathCAD.

Таблиця 1 – Відповідності для z -перетворень при кратних інтервалах дискретності

$G(z_p)$	$G(z) = Z_u\{G(z_p)\}$
$\frac{Az_p}{z_p - d}$	$\frac{Az}{z - d^v}$
$\frac{A}{z_p - d}$	$\frac{A d^{v-1}}{z - d^v}$
$\frac{Az_p}{(z_p - d)^2}$	$\frac{A v d^{v-1} z}{(z - d^v)^2}$
$\frac{A}{(z_p - d)^2}$	$\frac{A d^{v-2} [(v-1)z + d^v]}{(z - d^v)^2}$
Az_p^{-r}	$A z^{-r/v}$ (якщо r/v – ціле число, інакше 0)

У табл. 1 параметр v відповідає кратності інтервалів дискретності (у даному випадку $v = T_u / T_p = 2$), а $d = \exp(-T_u / T_a)$ враховує сталу часу T_a неперервних аперіодичних ланок, для яких визначатимуться дискретні передавальні функції.

З урахуванням розглянутої методики та структурної схеми неперервної моделі (рис. 4) для знаходження дискретних передавальних функцій виходимо зі схеми, зображеної на рис. 5.

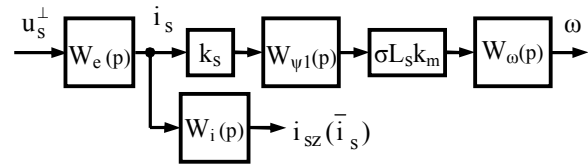


Рисунок 5 – Вихідна структурна схема визначення передавальних функцій дискретної моделі АД

Структурна схема (рис. 5) відповідає основному шляху проходження сигналів для однієї з ортогональних компонент згідно з рис. 4 при припущенні відсутності впливу з боку іншої компоненти. Імпульсний вхідний сигнал визначається моделлю перетворювача, яку характеризує рис. 3.

У результаті отримуємо дискретну математичну модель двигуна, що відрізняється від рис. 4 лише передавальними функціями, які в дискретній формі мають вигляд:

$$W_e(z) = \frac{T_p d_s^u}{R_s \sigma T_s} \frac{1 + d_s z^{-1}}{1 - d_s^2 z^{-1}}; \quad W_\omega(z) \cong \frac{k_J}{1 - z^{-1}}; \quad (5)$$

$$W_{\psi 1}(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{(1 + p_1 z^{-1})(1 - d_r^2 z^{-1})} \cong \frac{s_{\psi 1} z^{-1} + s_{\psi 2} z^{-2}}{1 - d_r^2 z^{-1}},$$

де $d_s = \exp(-T_p / \sigma T_s)$; $d_r = \exp(-T_p / \sigma T_r)$; $k_J = T_u / J$; $z = \exp(pT_u)$ – оператор z -перетворення.

Дискретні передавальні функції $W_e(z)$ і $W_{\psi 1}(z)$, надані в (5), знайдено відносно вимірюваного струму i_{sz} з урахуванням $W_i(p) = \exp(-T_u p/2)$ та загального підходу [8], який характеризує вирази

$$W_e(z) = \frac{i_{sz}(z)/u_c(z)}{\bar{u}_s(z)/u_c(z)}; \quad W_{\psi 1}(z) = \frac{\psi(z)/u_c(z)}{k_s i_{sz}(z)/u_c(z)}. \quad (6)$$

Передавальну функцію $W_\omega(z)$ визначено, виходячи із зазначеної наближеної рівності миттєвого струму посередині інтервалу T_u і середньої величини струму за цей інтервал [10]. Цю обставину враховуємо в передавальній функції $W_i(p)$ (рис. 5), задаючи її у вигляді

$$W_i(p) = \frac{\bar{i}_s(z)}{i_s(z)} = \frac{1 - \exp(-pT_u)}{T_u p}. \quad (7)$$

При цьому принцип знаходження передавальної функції $W_\omega(z)$ відповідає виразу

$$W_\omega(z) = \frac{\omega(z)/u_c(z)}{k_s \sigma L_s k_m i_s(z)/u_c(z)}. \quad (8)$$

При визначенні передавальної функції $W_{\psi 1}$, відображеній у (5), здійснено перетворення, яке забезпечує спрощення виразу та виключає виникнення алгебраїчних контурів у дискретному варіанті моделі. При цьому застосовано підхід, обґрунтований в [11], який у даному випадку характеризують рівняння:

$$s_{\psi 1} = \frac{q_0(2+3p_1) + 2q_1 p_1 + q_2(1+p_1)}{(1+p_1)^2}; \quad (9)$$

$$s_{\psi 2} = \frac{q_2 - q_1 p_1 - q_0(1+2p_1)}{(1+p_1)^2},$$

де

$$q_0 = \frac{\sigma T_r (d_r^\mu - d_s^\mu)}{d_s^\mu (\sigma \sigma_r - \sigma T_s)}; \quad q_2 = \frac{\sigma T_r d_s d_r (d_r d_s^\mu - d_s d_r^\mu)}{d_s^\mu (\sigma \sigma_r - \sigma T_s)}$$

$$q_1 = \frac{\sigma T_r [d_r^\mu (d_r - d_s^2) - d_s^\mu (d_s - d_r^2)]}{d_s^\mu (\sigma \sigma_r - \sigma T_s)}.$$

Використання dq-моделі асинхронного двигуна для визначення завдань навантажувальному перетворювачу відповідає структурній схемі, поданій на рис. 6.

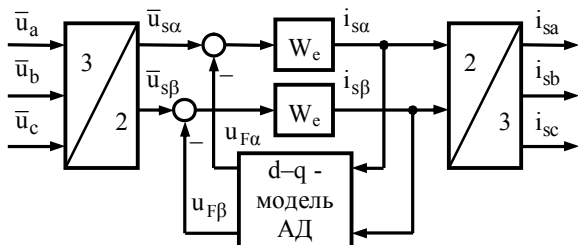


Рисунок 6 – Структурна схема формування завдань на основі dq-моделі асинхронного двигуна

Частину дискретної моделі асинхронного двигуна, реалізовану в обертовій системі координат

d-q, синтезовано на основі структурної схеми (рис. 7), розглянутої в [9].

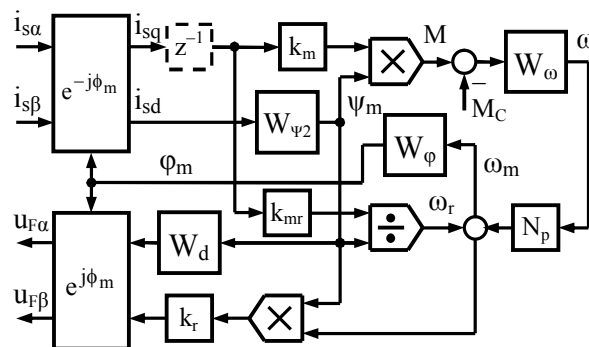


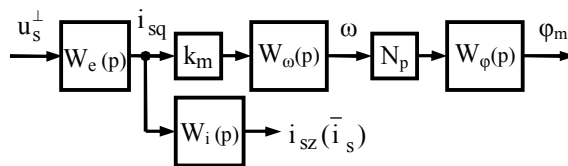
Рисунок 7 – Структурна схема частини математичної моделі асинхронного двигуна в системі координат d-q

У схемі (рис. 7), крім раніше пояснених відповідно до виразів (1) і рис. 4, маємо такі позначення:

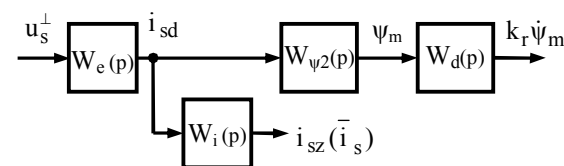
$$W_{\psi 2}(p) = \frac{L_h}{T_r p + 1}; \quad W_\phi(p) = \frac{1}{p}; \quad (10)$$

$$k_{mr} = R_r k_r; \quad W_d(p) = k_r p.$$

За аналогією до дій при визначенні дискретної αβ-моделі знаходимо дискретні передавальні функції для структурної схеми dq-моделі (рис. 7). При цьому розглядаємо вихідні структурні схеми, подані на рис. 8.



а)



б)

Рисунок 8 – Вихідні структурні схеми визначення передавальних функцій дискретної моделі АД відносно q- (а) та d-компонент (б)

У результаті отримуємо відповідні дискретні передавальні функції для структурної схеми dq-моделі (рис. 7):

$$W_{\psi 2}(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{(1 + p_1 z^{-1})(1 - d_r^2 z^{-1})} \cong \frac{h_{\psi 1} z^{-1} + h_{\psi 2} z^{-2}}{1 - d_r^{2\sigma} z^{-1}}; \quad (11)$$

$$W_d(z) \cong \frac{k_r(1 - z^{-1})}{T_u}; \quad W_\phi(z) \cong \frac{T_u(1 - z^{-1})}{2(1 - z^{-1})}.$$

Параметри h_{ψ_1} і h_{ψ_2} характеризують спрощену передавальну функцію $W_{\psi_2}(z)$, яку знайдено подібно до $W_{\psi_1}(z)$, відображеній у (5). Визначення цих параметрів відповідають рівнянням

$$h_{\psi_1} = \frac{q_0(2+3p_1)+2q_1p_1+q_2(1+p_1)}{(1+p_1)^2};$$

$$h_{\psi_2} = \frac{q_2-q_1p_1-q_0(1+2p_1)}{(1+p_1)^2},$$
(12)

де

$$q_0 = \frac{L_h T_r (d_r^{\sigma\mu} - d_s^{\mu})}{d_s^{\mu} (T_r - \sigma T_s)}; q_2 = \frac{L_h T_r d_s d_r^{\sigma} (d_r^{\sigma} d_s^{\mu} - d_s d_r^{\sigma\mu})}{d_s^{\mu} (T_r - \sigma T_s)};$$

$$q_1 = \frac{L_h T_r [d_r^{\sigma\mu} (d_r^{\sigma} - d_s^2) - d_s^{\mu} (d_s - d_r^{2\sigma})]}{d_s^{\mu} (T_r - \sigma T_s)}.$$

Відмінність від (9) полягає в тому, що в параметрах ураховано коефіцієнт передачі ланки L_h , а замість σT_r присутня стала часу T_r . Отже, замість $d_r = \exp(-T_p/\sigma T_r)$ маємо $d_r^{\sigma} = \exp(-T_p/T_r)$. Дискретні передавальні функції $W_c(z)$ для структури формування завдань (рис. 6) і $W_{\omega}(z)$ у структурі моделі (рис. 7) відповідають таким самим виразам, як у (5).

У дискретний варіант структури моделі (рис. 7) додається ланка затримки z^{-1} з метою виключення низки алгебраїчних контурів.

Порівняння варіантів моделей відносно необхідних математичних перетворень подано в табл. 2.

Таблиця 2 – Кількісні характеристики варіантів дискретної моделі асинхронного двигуна

Математичні операції	Модель $\alpha-\beta$	Модель d-q
Додавання/віднімання	17	17
Множення	25	26
Ділення	-	1
Тригонометричні перетворення	-	4

З даних табл. 2 випливає, що обидва варіанти моделей мають майже однакову кількість операцій додавання/віднімання та множення. Однак модель у координатах d-q потребує ще ділення та тригонометричних перетворень. Це, безумовно, має наслідком збільшення часу на реалізацію такої моделі. Експериментальна перевірка свідчить, що мікропроцесорний контролер DS1104 фірми "dSpace" (Німеччина) реалізує модель у координатах d-q у 1,5 рази довше, ніж модель у координатах $\alpha-\beta$.

Шляхом комп'ютерного моделювання здійснено аналіз відповідності обох варіантів дискретних моделей їх неперервним прототипам. Характерні результати подано на рис. 9, де відображено змінення відносних похибок у дискретні моменти часу kT_u між α - та β -складовими струму статора у неперервному та дискретних варіантах моделей асинхронного двигуна при лінійному зростанні частоти вихідних сигналів силового перетворювача

до заданої величини f_s . Відносні похибки визначено за виразом

$$\delta i_{\alpha(\beta)} = \frac{i_{s\alpha(\beta)} - i_{s\alpha(\beta)}^{\#}}{I_{nom}} 100\%,$$
(13)

де $i_{s\alpha(\beta)}$, $i_{s\alpha(\beta)}^{\#}$ – ортогональні компоненти струмів відповідно до неперервної та дискретної моделей АД; I_{nom} – номінальний струм двигуна.

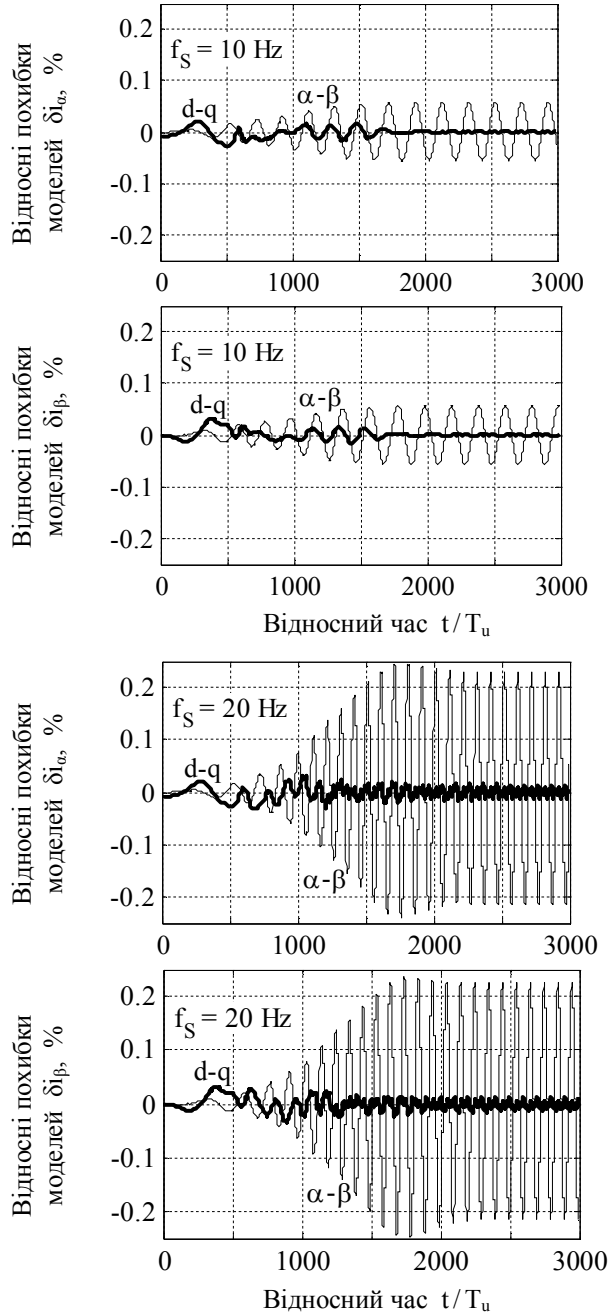


Рисунок 9 – Змінення відносних похибок дискретних моделей у системах координат $\alpha-\beta$ і d-q для α - та β -компонент струмів статора при різній частоті перетворювача

Отже, з отриманих результатів випливає, що похибка $\alpha\beta$ -моделі зростає при збільшенні частоти

перетворювача й в усталеному режимі є на порядок більшою за похибку dq-моделі.

Також здійснено оцінку похибок щодо відтворення дискретними моделями кутової швидкості асинхронного двигуна. Отримані характерні результати, розраховані за виразом

$$\delta\omega = \frac{(\omega - \omega^{\#})100\%}{\omega_0}, \quad (14)$$

відображено на рис. 10. У (14) змінна ω_0 відповідає кутовій швидкості ідеального холостого ходу двигуна при номінальній частоті напруги статора.

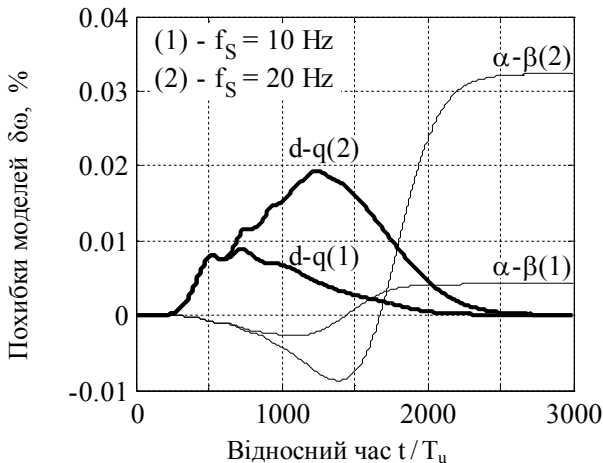


Рисунок 10 – Змінення похибок кутової швидкості в дискретних моделях

Отже, відносно швидкості двигуна dq-модель має більшу похибку при змінній швидкості, проте в усталеному режимі похибка такої моделі наближається до нуля, між тим як $\alpha\beta$ -модель має сталу похибку, яка зростає при збільшенні частоти перетворювача.

Моделювання виконано з урахуванням параметрів асинхронного двигуна експериментальної установки: $I_{nom} = 1,7$ А; $N_p = 2$; $R_s = 12,9$ Ом; $R_r = 8,9$ Ом; $L_s = 559,7$ мГн; $L_r = 560,9$ мГн; $L_h = 535,8$ мГн; $\sigma = 0,086$; $J = 0,0014$ кгм².

ВИСНОВКИ. 1. Дискретна математична модель асинхронного двигуна в обертовій системі координат потребує більш складних математичних перетворень і часу реалізації в 1,5 рази більшого, ніж модель у нерухомій системі координат.

2. Точність відповідності дискретної моделі неперервному прототипу відносно компонент струму статора є вищою у моделі в обертовій системі координат, що дає підстави для її практичного використання за допомогою програмованого контролера з достатніми обчислювальними можливостями.

ЛІТЕРАТУРА

1. Trabelsi S., Schumacher W., Tolkdorf A. Design of a Real-Time Load Simulator Based on an In-Parallel Connected PWM Voltage Source Converter Structure // 9th European Conference on Power

Electronics and Applications, EPE2001, Austria, Graz, 27–29 August 2001. – 9 p.

2. Trabelsi, S. Umrichterprüfung mit Hardware-in-the-Loop und Einsatz einer neuartigen schnellen überschwingungsarmen Leistungsendstufe. – Düsseldorf: VDI Verlag, 2004. – 184 p.

3. Калашніков, В.І., Передерій О.В., Старостін С.С. Керування установкою для навантажувальних випробувань перетворювачів частоти // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Тем. випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». – Харків: НТУ «ХП», 2008. – Вип. 30. – С. 404–405.

4. Ren W., Steurer M., Qi L. Evaluating Dynamic Performance of Modern Electric Drives via Power-Hardware-in-the-Loop Simulation // IEEE International Symposium on Industrial Electronics, June 30–July 2, 2008, Cambridge, United Kingdom. – PP. 2385–2391.

5. Lentijo S., D'Arco S., Monti A. Comparing the Dynamic Performances of Power Hardware-in-the-Loop Interfaces // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2010. – Iss. 57 (4). – PP. 1195–1207.

6. Сергієнко Г.С. Старостін С.С. Навантажувальні випробування силових перетворювачів частоти на основі емуляції електричних машин // Технічна електродинаміка. – 2014. – Вип. 4. – С. 120–122.

7. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. – М.: Физматгиз, 1963. – 456 с.

8. Старостін С.С. Урахування дискретних властивостей силових перетворювачів електроенергії при синтезі електромехатронних систем // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". Сер. «Електротехніка, електроніка та електропривод». Тем. випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія та практика». – Харків: НТУ «ХП», 2005. – Вип. 45. – С. 348–351.

9. Starostin S., Perederiy O. Discrete-Time Model of Voltage Source Inverter and Its Application // 5th International Conference "Compatibility in Power Electronics". – Poland, Gdynia/Gdansk, 29 May–1 June 2007. – 6 p.

10. Старостін С.С., Старостіна В.М. Цифрове вимірювання та регулювання сили струму інверторів напруги // Взрывозащищенное электрооборудование: сборник научных трудов УкрНИИВЭ. – Донецк: ООО «АИР», 2010. – С. 248–254.

11. Старостін С.С. Спрощений підхід щодо отримання дискретних математичних моделей електромеханічних об'єктів // Електротехнічні та комп'ютерні системи. – Одеса: Наука та техніка, 2011. – Вип. 03/2011 (79). – С. 87–88.

SYNTHESIS AND COMPARATIVE ANALYSIS OF DISCRETE-TIME MATHEMATICAL MODELS OF INDUCTION MOTOR

G. SergiienkoDonetsk National Technical University
pl. Shibankova, 2, Krasnoarmiysk, 85300, Ukraine**S. Starostin**Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: starostin7@yahoo.de

The principles and the results of variants synthesis of an induction motor model are considered taking into account the discrete-time properties of frequency power converters. A converter is represented as two ideal samplers with multirate sampling intervals and the time delay block. The variants of discrete-time mathematical model for a motor are obtained on the basis of the modified z-transformation. The model is directed for use during last testing processes of power converters. On the basis of comparative analysis it is determined, that the discrete-time model in the rotating frame requires more time in 1.5 times longer for implementation than the model in the fixed frame. But the accuracy of compliance with respect to the continuous prototype in reference to stator current components is higher for the discrete-time model in the rotating frame. This gives grounds for its practical use.

Key words: induction motor, mathematical model, analysis.

REFERENCES

1. Trabelsi, S., Schumacher, W. and Tolksdorf, A. (2001), Design of a Real-Time Load Simulator Based on an In-Parallel Connected PWM Voltage Source Converter Structure, *9th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE2001, Austria, Graz, 27–29 August 2001)*, 9 p.
2. Trabelsi, S. (2004), "Umrichterprüfung mit Hardware-in-the-Loop und Einsatz einer neuartigen schnellen überschwingungsarmen Leistungsendstufe", VDI Verlag, Düsseldorf.
3. Kalashnikov, V.I., Perederii, O.V. and Starostin, S.S. (2008), "Control of the setup for the load testing of frequency converters", *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universitetu "Kharkivskii Politekhnychnyi Instytut"*, Vol. 30, pp. 404–405. (in Ukrainian)
4. Ren, W., Steurer, M. and Qi, L. (2008), "Evaluating Dynamic Performance of Modern Electric Drives via Power-Hardware-in-the-Loop Simulation", *IEEE International Symposium on Industrial Electronics, June 30–July 2, 2008, Cambridge, United Kingdom*, pp. 2385–2391.
5. Lentijo, S., D'Arco, S. and Monti, A. (2010), "Comparing the Dynamic Performances of Power Hardware-in-the-Loop Interfaces", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 57, no. 4, pp. 1195–1207.
6. Sergiienko, G.S. and Starostin, S.S. (2014), "Load testing of power frequency converters based on the emulation of electrical machines", *Tekhnichna elektrodynamika*, Vol. 4, pp. 120–122. (in Ukrainian)
7. Jury, E. (1963), *Impul'snyye sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya* [Sampled-data control systems], Physmatgiz, Moscow. (in Russian)
8. Starostin, S.S. (2005), "Taking into account of the power converters discrete-time properties at the synthesis of electromechatronics systems", *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universitetu "Kharkivskii Politekhnychnyi Instytut". Tematychnyi vypusk "Problemy avtomatyzovanoho elektropryvoda. Teoriia i praktyka"*, Vol. 45, pp. 348–351. (in Ukrainian)
9. Starostin, S. and Perederiy, O. (2007), "Discrete-Time Model of Voltage Source Inverter and Its Application", *5th International Conference "Compatibility in Power Electronics" (Poland, Gdynia/Gdansk, 29 May–1 June 2007)*, 6 p.
10. Starostin, S.S. and Starostina, V.M. (2010), "Digital measurement and the current control of voltage source invertors", *Vzryvozashishionnoye elektro-oborudovaniye: sb. nauch. tr. UkrNIIVE*, pp. 248–254. (in Ukrainian)
11. Starostin, S.S. (2011), "Simplified approach for obtaining of discrete-time mathematical models of electromechanical objects", *Elektrotekhnichni ta kompyuterni sistemy*, Vol. 03, no. 79, pp. 87–88. (in Ukrainian)

Стаття надійшла 08.04.2015.