

СРАВНЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ И КРИВОЛИНЕЙНОЙ (ОПТИМАЛЬНОЙ) ЛОПАТОК РОТОРНОГО ГРУНТОМЕТАТЕЛЯ

*Харьковский национальный университет строительства и архитектуры
Национальный университет гражданской защиты Украины*

Приведены результаты исследований по сопоставлению прямолинейной и криволинейной (оптимальной) лопаток роторного грунтометателя, определяющих его технологические показатели.

Постановка проблемы. При создании ряда технических (технологических) устройств возникает задача выбора оптимальной формы направляющих, в которых движутся частицы (например, грунта) под действием центробежных сил. В частности, актуальной является проблема создания механизмов метания грунта, используемых в дорожных и сельскохозяйственных машинах при перепланировке рельефа. Аналогичные механизмы используются для тушения лесных пожаров в местностях, где отсутствуют источники воды [1-7]. Рядом достоинств обладают роторные грунтометатели [1-6], которые выбрасывают грунт в зону интереса при помощи лопаток, расположенных на вращающемся роторе. Методы выбора формы, расположения лопаток, анализа движения частиц грунта по ним в настоящее время разработаны не достаточно. Исследования по решению этих задач, направленные на повышение технологические характеристики устройств, имеют актуальный характер.

Анализ основных исследований и публикаций. В работах [3, 8] проведены комплексные исследования по выбору рациональных параметров грунтометателя с прямыми лопатками. Перспективным представляется использование в грунтометателях криволинейных лопаток. Методам выбора их формы и анализа движения частиц грунта по ним посвящены работы [1, 2, 5, 6]. В указанных статьях показано, что задача выбора оптимальной формы лопатки может быть схематизирована, как задача определения формы кривой в поле центробежных сил инерции, которая обеспечивает минимальное время движения (задача о брахистохроне в поле центробежных сил).

Постановка задачи. Провести исследования по сопоставлению параметров схода частиц грунта с прямолинейной и криволинейной лопаток, определяющих технологические показатели грунтометателя. Осуществить качественное сравнение лопаток по эффективности заполнения их грунтом, усилиям по внедрению в грунт, динамическим нагрузкам на ротор и лопатки, энергозатратам.

Основная часть. На рис. 1 показана схема грунтометателя: 1 – ступица; 2 – кольцо; 3 – спица; 4 – прямолинейная лопатка. Предполагается, что метатель вращается с угловой скоростью ω против хода часовых стрелок.

Плоскость рабочей лопатки отклонена от радиуса на угол α , который отсчитывается в том же направлении. Радиусы R_1 и R_2 представляют собой

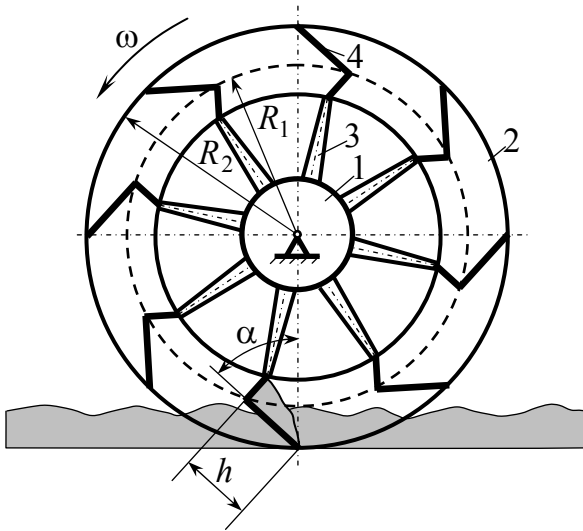


Рис. 1. Схема грунтометательного механизма

радиусы окружностей, проходящих соответственно через заднюю и переднюю кромки лопатки; h – длина лопатки. Указанные параметры связаны очевидным соотношением

$$R_1^2 = h^2 + R_2^2 - 2hR_2 \cos \alpha. \quad (1)$$

Варьируя α , по формуле (1) для фиксированных значений h и R_2 , можно, например, определить R_1 .

В работе [3] получено дифференциальное уравнение движения частицы грунта по **прямолинейной**

лопатке (начало отсчета координаты x находится на задней кромке лопатки)

$$\ddot{x} + 2\omega f \dot{x} - \omega^2 x = H_0 + H \sin(\omega t + \psi), \quad (2)$$

где $H_0 = -\omega^2 R_1 (\cos \beta + f \sin \beta)$; $H = g \sqrt{1 + f^2}$; $\sin \beta = \frac{R_2}{R_1} \sin \alpha$; $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$;

$$\psi = \alpha + \delta; \quad \sin \delta = \frac{1}{\sqrt{1 + f^2}}; \quad \cos \delta = -\frac{f}{\sqrt{1 + f^2}};$$

f – коэффициент трения скольжения; g – ускорение свободного падения.

Его общее решение имеет вид

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} - \frac{H_0}{\omega^2} + A \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (3)$$

где $\lambda_1 = \omega(\sqrt{1 + f^2} - f)$, $\lambda_2 = -\omega(\sqrt{1 + f^2} + f)$, $A = \frac{H}{2\omega^2 \sqrt{1 + f^2}}$,

$$\varepsilon = \psi - \pi + \arcsin \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}.$$

Для постоянных интегрирования справедливы выражения

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(x_0 + \frac{H_0}{\omega^2} - \frac{\dot{x}_0}{\lambda_2} \right) - \frac{A \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\sin \varepsilon - \frac{\omega}{\lambda_2} \cos \varepsilon \right], \\ C_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(x_0 + \frac{H_0}{\omega^2} - \frac{\dot{x}_0}{\lambda_1} \right) - \frac{A \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\sin \varepsilon - \frac{\omega}{\lambda_1} \cos \varepsilon \right], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

которые получены в предположении, что при $t = 0$ $x = x_0$, $\dot{x} = \dot{x}_0$.

Время схода τ частицы с лопатки на основании (3) должно определяться из уравнения

$$C_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 e^{\lambda_2 \tau} - \frac{H_0}{\omega^2} + A \sin(\omega \tau + \varepsilon) = h. \quad (5)$$

После определения τ просто выписываются начальные условия движения частицы грунта в воздухе.

Положение лопатки удобно определять углом ψ , отсчитываемым от наинизшего положения передней кромки лопатки (вертикальная линия на рис. 1 соответствуют $\psi = 0$). Теперь, полагая, что угол ψ в момент схода частицы с лопатки равен ψ_0 , имеем при равномерном вращении:

$$\psi_0 = \omega \tau, \quad (6)$$

тогда горизонтальная и вертикальная координаты схода частицы

$$s_0 = R_2 \sin \psi_0, \quad (7) \quad h_0 = R_2 (1 - \cos \psi_0). \quad (8)$$

Модуль относительной скорости в момент схода частицы с лопатки на основании формулы (3)

$$v_{0r} = C_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \tau} + A \omega \cos(\omega \tau + \varepsilon). \quad (9)$$

Проекция скорости на горизонтальную и вертикальную оси:

$$v_{0r_x} = v_{0r} \sin(\psi_0 + \alpha); \quad v_{0r_y} = -v_{0r} \cos(\psi_0 + \alpha). \quad (10)$$

Для модуля переносной скорости частицы справедлива, очевидно, формула

$$v_{0e} = \omega R_2, \quad (11)$$

проекция которой на указанные выше оси:

$$v_{0e_x} = v_{0e} \cos \psi_0; \quad v_{0e_y} = v_{0e} \sin \psi_0. \quad (12)$$

Тогда для проекций абсолютной скорости и ее модуля имеем:

$$v_{0_x} = v_{0r_x} + v_{0e_x}; \quad v_{0_y} = v_{0r_y} + v_{0e_y}; \quad v_0 = \sqrt{v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2}. \quad (13)$$

Угол, образуемый скоростью вектором скорости \mathbf{v}_0 с горизонтом

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{v_{0_y}}{v_0}. \quad (14)$$

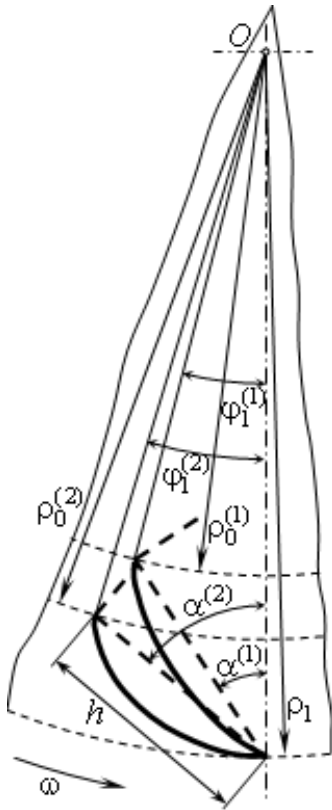


Рис. 2. Сопоставление лопаток

При проведении сравнительных исследований параметры движения частицы грунта по прямолинейной лопатке сопоставлялись с аналогичными параметрами движения по **криволинейной оптимальной лопатке**. На рис. 2 штриховыми линиями показаны контуры прямолинейных лопаток для двух значений α (R_2 и h фиксированы) и сплошными линиями контуры соответствующих криволинейных лопаток. Форма криволинейной лопатки найдена как решение задачи о брахистохроне в поле центробежных сил инерции [1, 2, 6]. Установлено, что решение этой задачи не является единственным. Приемлемое по конструктивным соображениям решение в полярной системе координат (обратная форма) имеет вид

$$\varphi(\rho) = \arctg z - \frac{1}{\sqrt{1-C^2}} \arctg \frac{z}{\sqrt{1-C^2}} + C_1, \quad (15)$$

где φ – полярный угол; $z = \sqrt{\frac{C^2 \rho^2}{\rho^2 - \rho_0^2} - 1}$, ρ – полярный радиус; $C^2 < 1$ – константа.

Для дальнейшего оказалось целесообразным ввести обозначения: $\rho_1 = R_2$, $\rho_0 = R_1$.

Углы φ_1 и α связаны простым соотношением (см. рис. 2)

$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{h}{R_1} \sin \alpha\right).$$

Константы C и C_1 в (15) определяются с помощью краевых условий:

$$\text{при } \varphi = \varphi_0 \quad \rho = \rho_0, \quad z = z(\rho_0) = z_0 = \sqrt{\frac{C^2 \rho_0^2}{\rho_0^2 - \rho_0^2} - 1} = \infty; \quad (16)$$

$$\text{при } \varphi = \varphi_1 \quad \rho = \rho_1, \quad z = z(\rho_1) = z_1 = \sqrt{\frac{C^2 \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1}. \quad (17)$$

Построенное с их помощью трансцендентное уравнение для нахождения C имеет вид

$$\varphi_1 - \arctg \sqrt{\frac{x \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \arctg \frac{\sqrt{\frac{x \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1}}{\sqrt{1-x}} - \varphi_0 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}}\right) \frac{\pi}{2} = 0, \quad (18)$$

где $x = C^2$.

Константа C_1 определяется из выражения

$$C_1 = \varphi_0 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-C^2}}\right) \frac{\pi}{2}. \quad (19)$$

Дифференциальное уравнение движения частицы грунта по криволинейной лопатке (15), полученное в работах [4, 5], является нелинейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с переменными коэффициентами относительно полярного угла $\varphi(t)$ и имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \left(\frac{d^2s}{d\varphi^2} + \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2 \frac{\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho'\rho''}{(\rho^2 + \rho'^2)^{\frac{3}{2}}} f \right) \dot{\varphi}^2 + 2\omega f \dot{\varphi} - \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \frac{\omega^2 \rho (\rho' + \rho f)}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2}} = 0, \quad (20)$$

где s – дуговая координата, начало отсчета которой находится на задней кромке лопатки; $\rho' = \frac{d\rho}{d\varphi}$, $\rho'' = \frac{d^2\rho}{d\varphi^2}$

Уравнение (20) следует интегрировать с начальными условиями: при $t=0$ $\varphi = \varphi_0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$.

Построение и интегрирование дифференциального уравнения (20) при проведении расчетов имеет ряд особенностей, обусловленных тем, что аналитическое представление оптимальной траектории (15) записано в полярной системе координат, причем в обратной форме. Аналитически разрешить выражение (15) относительно ρ не удастся. Однако современные математические пакеты, в частности MathCAD [9], позволяют достаточно просто обойти указанные трудности, используя идею интерполяции таблично заданных функций. В данной работе расчеты выполнялись с применением кубической сплайн-интерполяции. Важным обстоятельством при этом является то, что полученные таким способом функции в среде MathCAD можно аналитически дифференцировать, как и традиционные функции.

После интегрирования дифференциального уравнения (20) с соответствующими начальными условиями, алгебраическая величина относительной скорости (проекция скорости на касательную) частицы грунта определяется по формуле [4, 5]

$$v_{r\tau} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \dot{\varphi}. \quad (21)$$

Время схода частицы грунта τ находится из очевидного уравнения

$$\varphi(\tau) = \varphi_1. \quad (22)$$

После нахождения τ начальные условия движения частицы грунта в воздухе определяются, как и для прямолинейной лопатки по формулам (6) – (8), (10) – (14).

Расчетные исследования по сопоставлению параметров движения частиц грунта проведены для проектируемого ротора грунтометателя. Основные параметры прямолинейных и криволинейных лопаток: $h = 0,2\text{ м}$, $R_2 = \rho_1 = 0,632\text{ м}$, $n = 222\text{ мин}^{-1}$ ($\omega = 23,25\text{ рад/с}$), $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = 0$.

Угол наклона лопатки α изменялся от 30° до 50° с шагом 5° , коэффициент трения f – от 0 до 0,3 с шагом 0,1. Этим лопаткам ставились в соответствие криволинейные лопатки, так как показано на рис. 2 для $\alpha^{(1)} = 35^\circ$ и $\alpha^{(2)} = 50^\circ$ (заметим, что для элементов этого рисунка выдержаны все пропорции).

Типичные результаты сопоставления для $f = 0,1$ приведены в табл. 1. В колонках для времени движения τ , скорости схода v_0 и угла схода α_0 в числителе указаны результаты для прямолинейной лопатки, в знаменателе – для криволинейной.

Таблица 1

Параметры движения частицы грунта по лопатке ($f = 0,1$)

α , град	$R_1 = \rho_0$, м	φ_1 , град	τ , с	v_0 , м/с	α_0 , град
30	0,47	12,296	0,047/0,043	20,67/20,966	40,7/35,906
35	0,482	13,768	0,05/0,0437	20,787/21,04	46,616/38,047
40	0,496	15,03	0,053/0,0443	20,804/21,018	53,836/40,507
45	0,511	16,081	0,058/0,045	20,663/20,91	62,658/42,95
50	0,526	16,926	0,065/0,046	20,38/20,72	74,444/45,772

Для большей наглядности и удобства анализа результатов расчетов по данным табл. 1 и аналогичных таблиц с другими значениями f построены поверхности (рис. 3 – 5) $\tau = \tau(\alpha, f)$, $v_0 = v_0(\alpha, f)$, $\alpha_0 = \alpha_0(\alpha, f)$ (использовались средства двумерной сплайн-интерполяции MathCAD).

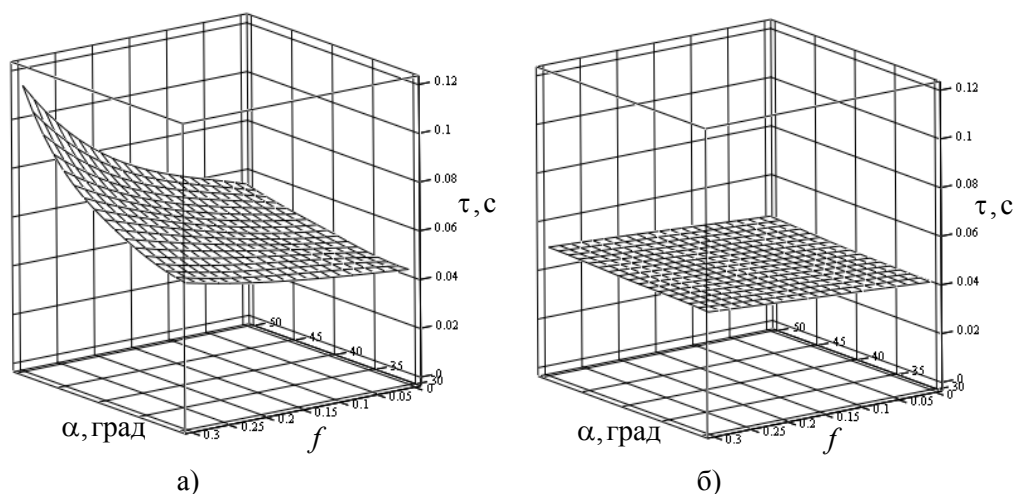


Рис. 3. Время схода частицы грунта в зависимости от α и f : а) – прямолинейная лопатка; б) – криволинейная лопатка ($n = 222 \text{мин}^{-1}$)

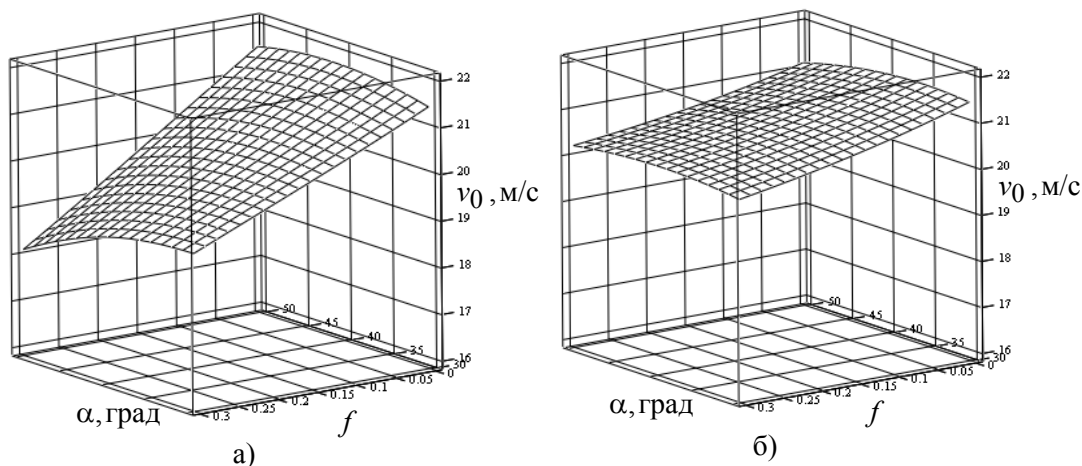


Рис. 4. Скорость схода частицы грунта в зависимости от α и f : а) – прямолинейная лопатка; б) – криволинейная лопатка ($n = 222 \text{ мин}^{-1}$)

Поверхность $\tau = \tau(\alpha, f)$ для криволинейной лопатки близка к плоскости, причем изменение τ при максимальном увеличении α и f невелико – 21%; для прямолинейной лопатки характер поверхности является более сложным, а изменение τ достигает 160%. Обусловлено это тем, что для оптимальной лопатки на начальном этапе движения частицы направление движущей силы близко к направлению движения, т.е. ее вклад в формирование нормальной реакции, а, следовательно, и силы трения минимален [1, 2, 6].

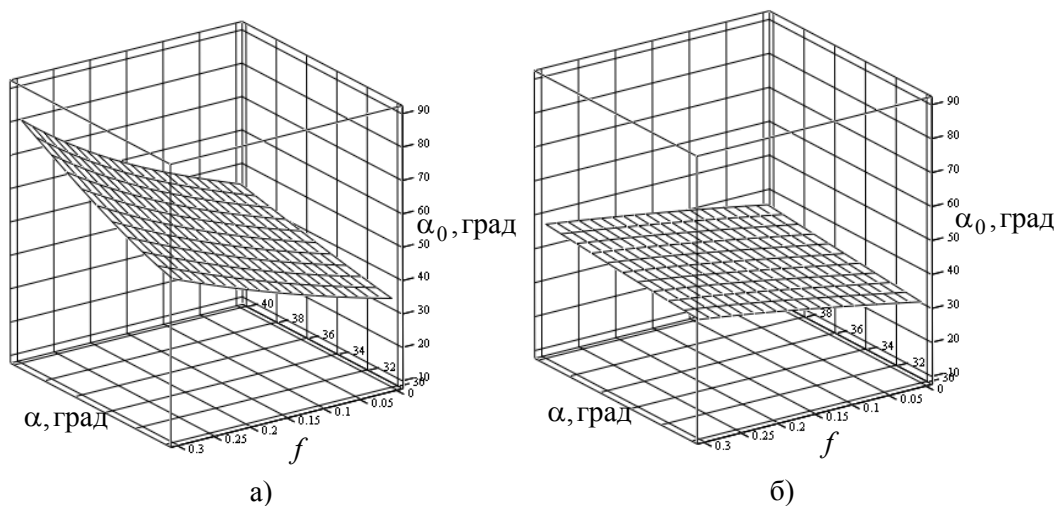


Рис. 5. Угол схода частицы грунта в зависимости от α и f : а) – прямолинейная лопатка; б) – криволинейная лопатка ($n = 222 \text{ мин}^{-1}$)

Аналогичные особенности, хотя и выраженные слабее, имеют место для поверхностей $v_0 = v_0(\alpha, f)$ (см. рис. 4). Уменьшение скорости схода частицы грунта при максимальном увеличении α и f для прямолинейной лопатки составляет 17%, для криволинейной – только 6%. Обусловлено это, в частности, тем, что для принятой частоты вращения ротора модуль переносной скорости частицы почти в два раза превосходит модуль относительной.

Существенно возрастает при увеличении α и f угол схода частицы для прямолинейной лопатки (см. рис. 5, а) – 134%; для криволинейной лопатки это возрастание составило лишь 49% (см. рис. 5, б).

Представленные результаты позволяют сделать вывод, что при изменении коэффициента трения, т.е. свойств грунта, параметры схода частиц грунта для криволинейных лопаток изменяются существенно меньше, чем для прямолинейных лопаток.

Аналогичный вывод справедлив и по отношению параметров, характеризующих наклон лопаток.

На следующем этапе расчетных исследований проведено сопоставление параметров схода частицы грунта с прямолинейной и криволинейной лопаток при изменении частоты вращения ротора. Аналогично предыдущему строились поверхности для зависимостей $\tau = \tau(n, f)$, $v_0 = v_0(n, f)$, $\alpha_0 = \alpha_0(n, f)$ для фиксированных оптимальных значений углов α и φ_1 . Частота вращения n изменялась от 200 мин^{-1} до 300 мин^{-1} с шагом 25 мин^{-1} , коэффициент трения – f от 0 до 0,5 с шагом 0,1. Для линейной лопатки расчеты проведены для угла $\alpha = 33^\circ$ близкого к 35° . Для криволинейной же лопатки угол φ_1 должен соответствовать углу $\alpha = 50^\circ$, т.е. должен быть равен $16,926^\circ$ (см. рис. 2). Эти расчеты также показали преимущества криволинейных лопаток перед прямолинейными.

Выводы. 1. Рассмотрены математические модели движения частиц грунта по прямолинейной и криволинейной (оптимальной) лопаткам, учитывающие силы трения.

2. Изложены особенности их использования для определения параметров схода частиц грунта с лопатки.

3. Проведены комплексные исследования по сопоставлению параметров схода частиц грунта с прямолинейной и криволинейной лопаток.

4. Выявлены следующие качественные достоинства криволинейных лопаток, обусловленные их формой и характером внедрения в грунт: больший объем захватываемого грунта; меньшие усилия по внедрению лопатки в грунт; меньшие динамические нагрузки на лопатки и ротор; меньшая потребная мощность приводного двигателя; сохранение приемлемых технологических качеств при больших коэффициентах трения.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на получение количественных оценок отмеченных свойств криволинейных лопаток.

Литература

1. *Шатохин В.М.* Оптимальные траектории движения точки, перемещающейся под действием центробежной силы инерции / *В.М. Шатохин, Н.В. Шатохина* // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.– Харьков, 2012.– Вып. 4/7 (58).– С. 9-14.

2. *Шатохін В.М.* Про оптимальну форму лопатки роторного метальника ґрунту / *В.М. Шатохін, О.М Семків, А.М. Попова* // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.–Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– Вип. 4.–Т. 55.–С. 260-269.
3. *Попова А.М., Шатохін В.М.* Дослідження руху частки ґрунту по лопатці: результати комп'ютерних експериментів / *А.М. Попова, В.М. Шатохін* // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.– Мелітополь: ТДАТУ, 2012.–Вип. 4.– Т. 54.– С. 135-144.
4. *Семків О.М., Шатохін В.М., Попова А.М.* Опис руху частки ґрунту по лопатці із профілем брахістохрони у полі відцентрових сил інерції / *О.М. Семків, В.М. Шатохін, А.М. Попова* // Геометричне та комп'ютерне моделювання.– Харків: ХДУХТ.– 2012.– Вип. 30.– С. 190-200.
5. *Семків О.М.* Исследование движения частицы грунта по лопатке с профилем оптимальной формы в поле центробежных сил инерции / *О.М. Семкив, В.М. Шатохин, А.Н. Попова* // Міжвідомчій науково технічний збірник “Технічна естетика і дизайн”.– К.: КНУБА.– 2012.–Вип. 11.– С. 165-174.
6. *Шатохин В.М.* Об оптимальной форме лопатки роторного ґрунтометателя / *В.М. Шатохин, О.М Семкив, А.Н. Попова* // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. –2013.– № 2.– С. 49-55.
7. *Семків О.М.* Розрахунок робочого органа ланцюгового ґрунтометального механізму / *О.М. Семків, В.М. Шатохін* // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Випуск 87.– К.: КНУБА, 2011.– С. 303-312.
8. *Шатохин В.М.* Исследование движения частиц грунта со случайными параметрами, выбрасываемых роторным ґрунтометателем / *В.М. Шатохин, Н.В. Шатохина, Попова А.Н.* // Прикладна геометрія та інженерна графіка.– К.: КНУБА, 2012.– Вип. 90.– С. 383-390.
9. *Кирьянов Д.В.* Mathcad 13 / *Д.В. Кирьянов* – СПб.: ВХВ-Петербург, 2006.– 608 с.

Анотація

Приведено результати досліджень по зіставленню прямолінійної і криволінійної (оптимальної) лопаток роторного ґрунтометальника, що визначають його технологічні показники.

Annotation

Research results of comparing between the linear and curvilinear (optimal) rotary ground-thrower's blades, that define his technical indexes, are given.