

ПОСТРОЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЛОПАТОК ГРУНТОМЕТАТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ БРАХИСТОХРОН ДЛЯ ПОЛЯ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ ИНЕРЦИИ

*Харьковский национальный университет строительства и архитектуры
Национальный университет гражданской защиты Украины*

Предложены методы построения пространственных лопаток грунтометателя с помощью брахистохрон, найденных для поля центробежных сил инерции. Использовано уравнение брахистохроны, записанное в полярной системе координат. Приведены результаты построения поверхностей лопаток с разными формами оснований.

Постановка проблемы. Транспортировка грунта способом метания является эффективным средством для остановки (или гашения) низовых пожаров в условиях отсутствия воды [1-11]. Среди разнообразных механизмов, используемых для реализации такой технологии, особый интерес вызывают роторные грунтометатели [1, 2, 4-11], которые грунт в зону возгорания выбрасывают с помощью лопаток, расположенных на вращающемся роторе. В связи с этим актуальное значение приобретают задачи, связанные с выбором рациональной (“оптимальной”) формы лопаток.

Анализ основных исследований и публикаций. В работах [7, 8, 11] проведены исследования по выбору рациональных параметров грунтометателя с *прямолинейными лопатками*. Исследованиям по использованию в грунтометателях более перспективных *криволинейных лопаток* посвящены публикации [4-7, 9, 10]. Днище такой лопатки представляет собой поверхность, полученную в результате изгиба плоскости по кривой, являющейся брахистохроной для центробежной силы инерции (основание лопатки – отрезок прямой, параллельный оси ротора). В работе [12] получено аналитическое выражение брахистохроны в полярной системе координат в обратной форме.

Комплексное решение задачи требует, однако, такого выбора формы поверхности лопатки, которая была бы оптимальной не только с точки зрения времени схода частиц грунта [12], но также рациональной с точки зрения других эксплуатационных характеристик механизма: усилий по внедрению лопатки в грунт, динамическим нагрузкам на лопатки и ротор, мощности приводного двигателя и т.д. В дальнейшем для удобства лопатку с брахистохронными образующими, основания которых расположены на некоторой дуге, а не на отрезке прямой, будем называть *пространственной лопаткой*.

Исследования по рациональному выбору формы пространственных лопаток в настоящее время отсутствуют.

Постановка задачи. Используя в качестве образующей брахистохрону для поля центробежных сил инерции, записанную в полярной системе координат, разработать методы построения пространственных лопаток близких к оптимальным по характеру движения частиц грунта, позволяющих уменьшать усилия внедрения лопаток в грунт и динамические нагрузки на лопатки и ротор, снижать мощность приводных двигателей и т.д. Построить пространственные лопатки опытного варианта конструкции ротора, для разных форм основания лопаток.

Основная часть. На рис. 1 показана схема грунтометателя: 1 – ступица; 2 – кольцо; 3 – спица; 4 – криволинейная лопатка. Предполагается, что метатель вращается с угловой скоростью ω против хода часовых стрелок. Радиусы R_1 и R_2 представляют собой радиусы окружностей, проходящих через заднюю и переднюю кромки лопатки.

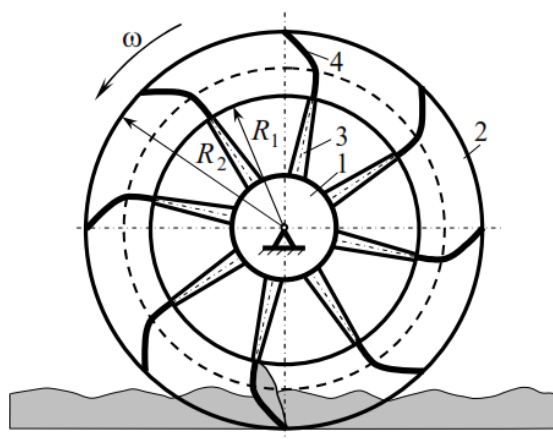


Рис. 1. Схема грунтометательного механизма

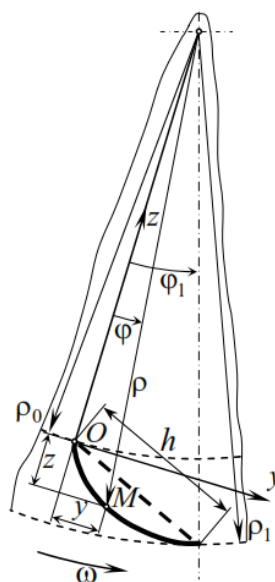


Рис. 2. Брахистохрона для поля центробежных сил инерции

Уравнение брахистохроны для поля центробежных сил инерции. На рис. 2 показан профиль криволинейной лопатки в форме брахистохроны для поля центробежных сил инерции [4, 5, 12] (штриховой линией показан профиль днища прямолинейной лопатки): (ρ, φ) – полярные координаты; ρ_0, ρ_1 – начальное и конечное значения полярного радиуса (соответствуют R_1, R_2 на рис. 1); φ_1 – конечное значения полярного угла (в дальнейшем начальный угол обозначается как φ_0 ; на рисунке не показан).

Форма криволинейной лопатки найдена как решение задачи о брахистохроне в поле центробежных сил инерции [4, 5, 12]. Установлено, что решение этой задачи не является единственным. Приемлемое по конструктивным соображениям решение в полярной системе координат (обратная форма) имеет вид

$$\varphi(\rho) = \arctg z - \frac{1}{\sqrt{1-C^2}} \arctg \frac{z}{\sqrt{1-C^2}} + C_1, \quad (1)$$

где $z = \sqrt{\frac{C^2 \rho^2}{\rho^2 - \rho_0^2} - 1}$; $C^2 < 1$ – константа.

Константы C и C_1 в (1) определяются с помощью краевых условий:

$$\text{при } \varphi = \varphi_0 \quad \rho = \rho_0, \quad z = z(\rho_0) = z_0 = \sqrt{\frac{C^2 \rho_0^2}{\rho_0^2 - \rho_0^2} - 1} = \infty; \quad (2)$$

$$\text{при } \varphi = \varphi_1 \quad \rho = \rho_1, \quad z = z(\rho_1) = z_1 = \sqrt{\frac{C^2 \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1}. \quad (3)$$

Построенное с их помощью трансцендентное уравнение для нахождения C оказывается таким

$$\varphi_1 - \arctg \sqrt{\frac{x \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \arctg \frac{\sqrt{\frac{x \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1}}{\sqrt{1-x}} - \varphi_0 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}}\right) \frac{\pi}{2} = 0, \quad (4)$$

где $x = C^2$.

Константа C_1 определяется из выражения

$$C_1 = \varphi_0 - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-C^2}}\right) \frac{\pi}{2}. \quad (5)$$

Методы построения поверхностей пространственных лопаток из брахистохрон. Основная идея изложенных ниже двух методов формирования поверхностей пространственных лопаток состоит в следующем: построенные с их помощью поверхности должны быть такими, чтобы траектории движения частиц по ним были близки к брахистохронам, т.е. свойства этих поверхностей были максимально приближены к свойствам поверхностей криволинейных лопаток.

Формирование поверхностей и дальнейший анализ их свойств удобно осуществлять в декартовой системе координат. На рис. 2 показана такая система координат (правая). Начало координат (точка O) находится в начальной точке “базовой” брахистохроны; ось z направлена вдоль полярного радиуса к оси ротора; ось y – к периферии ротора; ось x – на

читателя (на рисунке не показана). Выбор ее обусловлен тем, что одной из важнейших характерных особенностей оптимальной кривой является то, что полярный радиус, проходящий через ее начальную точку, представляет собой касательную к кривой в этой точке. Физически это означает, что на начальном этапе движения сила (центробежная сила инерции) близка к направлению движения, т.е. обеспечивает максимальное ускорение, что не возможно при использовании прямолинейной лопатки (случай, когда прямолинейная лопатка расположена вдоль радиуса, не удовлетворителен с технологической точки зрения). Из формулы (1) вытекает и строгое обоснование этого заключения, так как

$$\lim_{\rho \rightarrow \rho_0 + 0} \frac{d\varphi}{d\rho} \rightarrow 0.$$

В этом легко убедиться, определив производную от выражения (1) по ρ и найдя соответствующий предел.

Декартовы и полярные координаты произвольной точки M кривой (см. рис. 2) связаны очевидными соотношениями

$$y = \rho \sin \varphi, \quad z = \rho_0 - \rho \cos \varphi. \quad (6)$$

Первый метод. При формировании поверхностей начало брахистохрон будем располагать на кривой в основании лопатки, осуществляя поступательное перемещение “базовой” брахистохроны, показанной на рис. 2 (плоскости кривых будут параллельны плоскости Oyz). На рис. 3 показаны несколько типичных форм оснований (строго говоря – проекций оснований на плоскость Oxy): 1) – прямоугольная; 2) – полуокружность радиуса r ; 3) – дуга окружности радиуса r_1 ; 4) – половина дуги эллипса. Для опытного варианта ротора использовались следующие значения параметров: $r = 0,05\text{м}$; $b = 0,03\text{м}$ ($r_1 \approx 0,0567\text{м}$). Прямоугольное основание отвечает в принятой терминологии криволинейной лопатке.

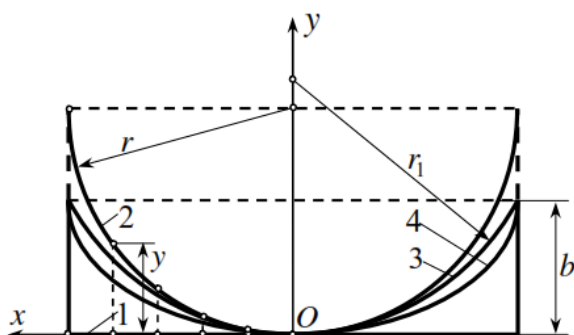


Рис. 3. Проекция оснований пространственных лопаток на плоскость Oxy

На кривой 2 показаны точки, в которых располагаются начала брахистохрон для положительных значений x (шаг по оси Ox с учетом удобства последующей программной реализации следует брать равномерным).

На рис. 4, а кроме проекции “базовой”, показана проекция брахистохроны верхней кромки лопатки (жирные линии), а также проекции нескольких

промежуточных кривых (тонкие линии).

Второй метод. Очевидно, что выбранные таким способом кривые, строго говоря, не будут оптимальными кривыми (брахистохронами). Для превращения их в брахистохроны необходимо каждую кривую вместе с начальным полярным радиусом повернуть в ее плоскости на соответствующий угол ϑ (рис. 4, б) вокруг оси вала ротора (см. также рис. 2).

Указанный угол является малым. Например, для опытного прототипа $\vartheta_{\max} \leq 8^\circ \approx 0,141 \text{ рад}$. Тогда с точностью до малых высших порядков для определения ϑ будет справедлива формула

$$\vartheta = \frac{y}{\rho_0}, \quad (7)$$

где y координата начальной точки брахистохроны (см. рис. 3; 4, б).

Формулы для декартовых координат произвольной точки брахистохроны повернутой на угол ϑ на основании выражения (6) приобретают вид (см. рис. 4, б)

$$y = \rho \sin(\varphi + \vartheta), \quad z = \rho_0 - \rho \cos(\varphi + \vartheta). \quad (8)$$

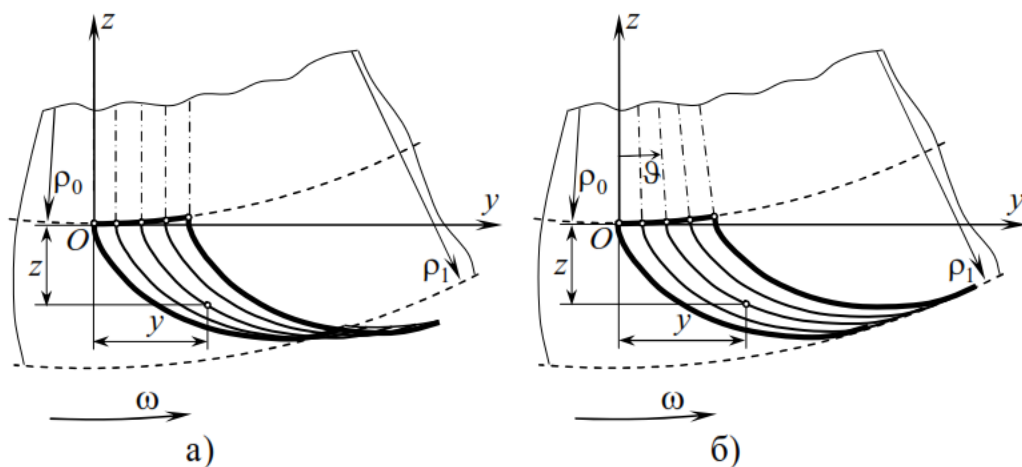


Рис. 4. Формирование пространственных лопаток: а) – параллельный перенос оптимальной образующей; б) – параллельный перенос с поворотом оптимальной образующей

Эти выражения следуют также и из формул линейного преобразования координат

$$\left. \begin{aligned} y &= \rho_0 \sin \vartheta + \rho \sin \varphi \cos \vartheta - (\rho_0 - \rho \cos \varphi) \sin \vartheta, \\ z &= \rho_0 (1 - \cos \vartheta) + \rho \sin \varphi \sin \vartheta + (\rho_0 - \rho \cos \varphi) \cos \vartheta, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

которые после упрощения приводятся к (8).

Первые слагаемые в формулах (9) отвечают координатам поступательного перемещения вспомогательной системы координат (на рис. 4 не показана), остальные отражают эффект поворота этой системы координат на угол ϑ . Таким образом в первом методе используется только поступательно перемещающаяся система координат, координаты начала которой определяются по формулам

$$y = \rho_0 \sin \vartheta, \quad z = \rho_0(1 - \cos \vartheta). \quad (10)$$

Пространственные лопатки опытного варианта конструкции ротора. Формирование поверхностей лопаток по первому и второму методу осуществлялось со следующими параметрами механизма: $R_1 = \rho_0 = 0,496\text{ м}$; $R_2 = \rho_1 = 0,632\text{ м}$; $\varphi_0 = 0$; $\varphi_1 = 20^\circ = 0,349\text{ рад}$; $h = 0,2\text{ м}$; $n = 222\text{ мин}^{-1}$ ($\omega = 23,25\text{ рад/с}$). Описание форм основания лопаток и их размеров дано выше.

Поверхности лопаток $z = p(x, y)$ строились с использованием средств двумерной кубической сплайн-интерполяции MathCAD (здесь z аппликата точки поверхности, в отличие от координаты z в формулах (6), (8)-(10)). Предварительно насчитывалась матрица значений аппликат поверхности на равномерной сетке значений x и y . По значениям x , о выборе которых сказано выше, находились углы ϑ по формуле (7). На равномерной сетке значений φ с использованием одномерной кубической сплайн-интерполяции по выражениям (8) строилась зависимость $z = z(y)$, позволяющая уже на равномерной сетке значений y насчитывать значения z . При программной реализации алгоритма приходится преодолевать некоторые сложности, связанные с тем, что проекция поверхности объемной лопатки на плоскость Oxy не является прямоугольником.

Важным обстоятельством с точки зрения дальнейших исследований движения частиц грунта по лопатке является то, что полученные таким способом функции $z = p(x, y)$ в среде MathCAD можно аналитически дифференцировать, как и традиционные функции.

Лопатки с основанием 1, фактически криволинейные лопатки, показаны на рис. 5, а, б. Кроме возможности наглядного представления их формы, рисунки полезны с точки зрения последующих сопоставлений указанных лопаток с пространственными. При формировании боковых стенок использовались соответственно первый (поступательное перемещение брахистохроны) и второй (поступательное перемещение брахистохроны с поворотом) методы (см. также рис. 4, а, б). Боковые стенки первой лопатки не приемлемы с технологической точки зрения и соображений прочности и жесткости. Для лопатки на рис. 5, б

выступающие части боковых стенок могут служить своеобразным разрыхлителем, облегчающим внедрение лопатки в грунт. Заметим, что выбор формы боковых стенок криволинейных лопаток определяется в первую очередь технологическими соображениями.

Объемные лопатки с основанием второго типа (полуокружность) показаны на рис. 6, а, б.

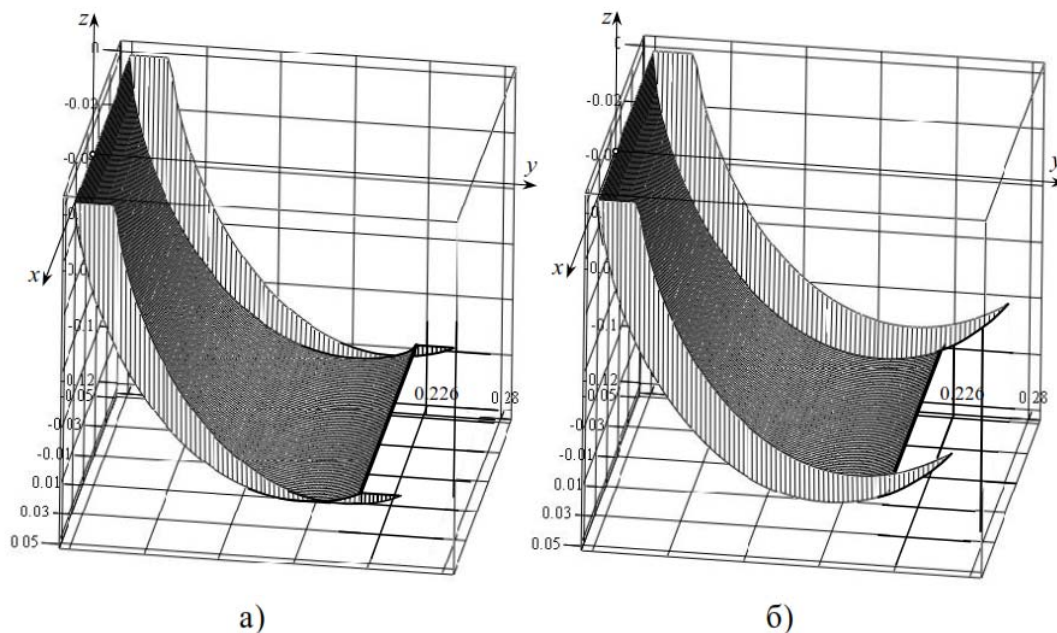


Рис. 5. Поверхности лопаток с основанием 1:
а) – метод 1; б) – метод 2

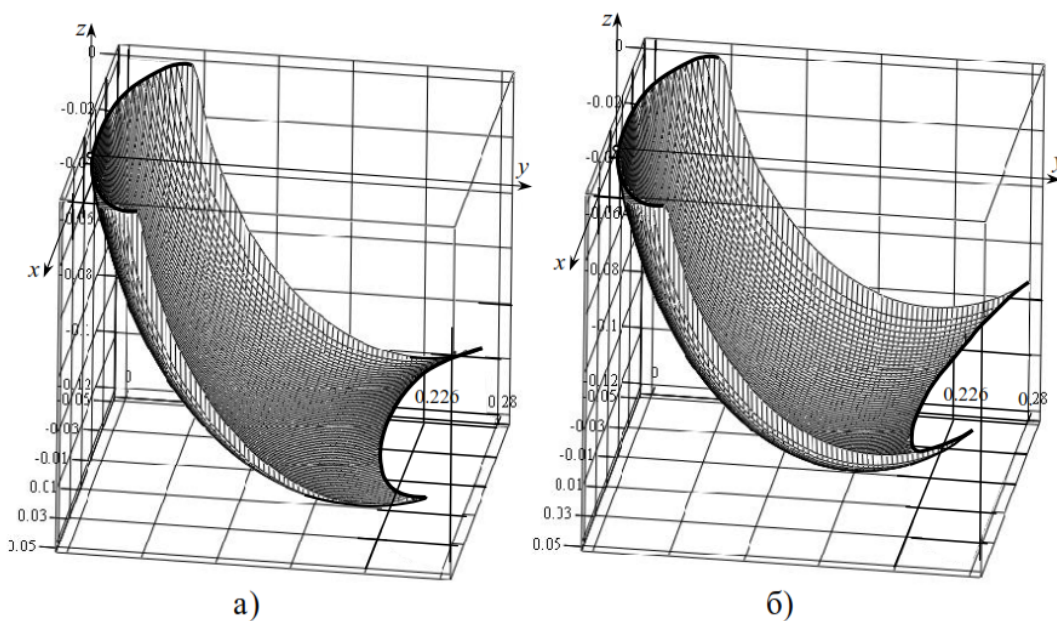


Рис. 6. Поверхности лопаток с основанием 2:
а) – метод 1; б) – метод 2

Лопатка, построенная по второму методу, имеет более вогнутую периферийную часть и более вытянутые боковые части. Такая лопатка способна вместить большее количество грунта.

Лопатки с более пологим основанием 3 (дуга окружности радиуса $r_1 > r$) представлены на рис. 7, а, б. Их особенность, как и лопаток с основанием 4 (половина эллиптической дуги), показанных на рис. 8, а, б, заключается в меньшей глубине внедрения в грунт ($h < r$).

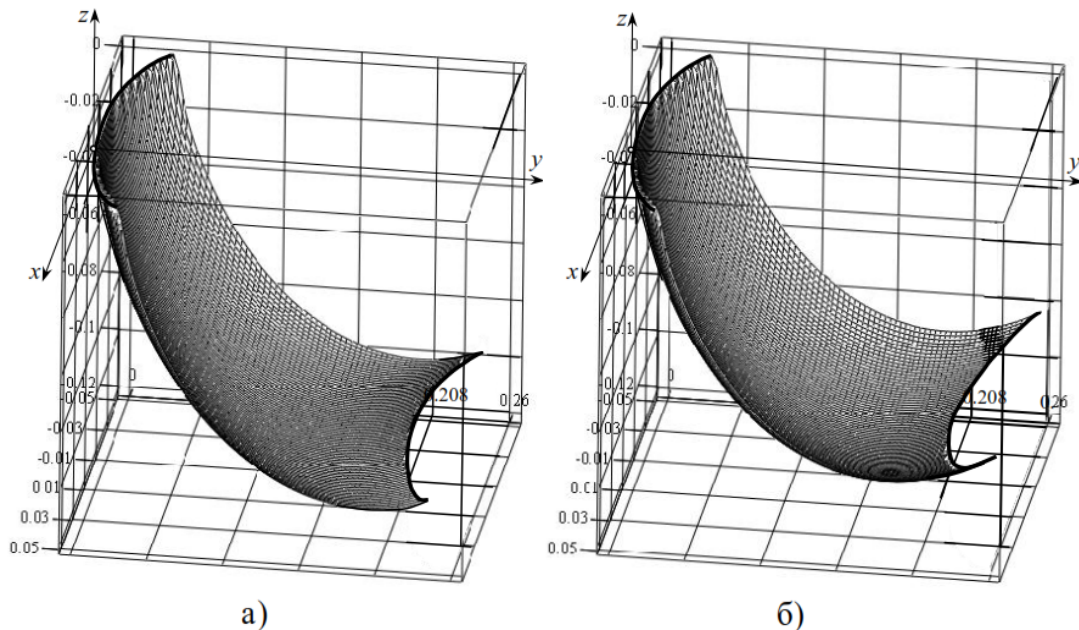


Рис. 7. Поверхности лопаток с основанием 3:
а) – метод 1; б) – метод 2

Принципиальная особенность лопаток с основаниями 2-4, в отличие от лопаток с основанием 1, в том, что внедрение их в грунт происходит не всей длиной передней кромки одновременно, а происходит в течение некоторого, хотя и короткого, промежутка времени.

Таким образом, лопатки, поверхности которых формируются из оптимальных кривых с помощью разработанных методов, могут быть эффективным средством уменьшения усилий внедрения лопаток в грунт и динамических нагрузок на лопатки и ротор, снижения мощности приводных двигателей и т.д.

Выводы. Разработаны методы построения пространственных лопаток роторного грунтометателя с помощью брахистохрон, полученных для поля центростремительных сил инерции. Форма их поверхности близка к оптимальной по характеру движения частиц грунта и может быть эффективна по другим эксплуатационным характеристикам механизма. Построены пространственные лопатки опытного варианта конструкции ротора, для разных форм основания лопаток.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку методов изучения движения частиц грунта по поверхностям пространственных лопаток.

Литература

1. Найдыш В.М. Обоснование параметров и разработка машины для насыпки противозрозионных валов на склонах / В.М. Найдыш, Е.Н. Нагорный, Н.С. Левчук, А.И. Караев // Механизация и электрификация сельхоз производства.– 1989.– № 4.– С. 7-12.

2. Найдыш В.М. Геометрическое моделирование поверхностей рабочих органов плуга-метателя / В.М. Найдыш, Е.Н. Нагорный, А.И. Караев // Тезисы докладов Всесоюзной н/т конференции по современным проблемам земледельческой механики / МИМСХ.– М., 1989. – С. 50-51.

3. Семків О.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового ґрунтометального механізму / О.М. Семків, В.М. Шатохін // Міжвідомчий науково-технічний збірник “Прикладна геометрія та інженерна графіка”. Випуск 87.– К.: КНУБА.– 2011.– С. 303-312.

4. Шатохин В.М. Об оптимальной форме лопатки роторного ґрунтометателя / В.М. Шатохин, О.М. Семкив, А.Н. Попова // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.– 2013.– № 2.– С. 49-55.

5. Шатохін В.М. Про оптимальну форму лопатки роторного металника ґрунту / В.М. Шатохін, О.М. Семків, А.М. Попова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.– Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– Вип. 4.– Т. 55.– С. 260-269.

6. Шатохін В.М. Розроблення методів побудови лопаток оптимальної форми роторного ґрунтометального / В.М. Шатохін, О.М. Семків, Н.В. Шатохіна // Одинадцятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Тези доповідей.– Львів: КІНПАТРИ ЛТД.– 2013.– С. 96.

7. Шатохин В.М. Сравнение прямолинейной и криволинейной (оптимальной) лопаток роторного ґрунтометателя / В.М. Шатохин, О.М. Семкив, А.Н. Попова // Науково технічний збірник “Енергоефективність в будівництві та архітектурі”.–К.: КНУБА.– 2013.– Вип. 4.– С. 301-309.

8. Попова А.М. Дослідження руху частки ґрунту по лопатці: результати комп’ютерних експериментів / А.М. Попова, В.М. Шатохін // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.– Мелітополь: ТДАТУ.– 2012.– Вип. 4.– Т. 54.– С. 135-144.

9. Семків О.М. Опис руху частки ґрунту по лопатці із профілем брахістохрони у полі відцентрових сил інерції / О.М. Семків,

В.М. Шатохін, А.М. Попова // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць.– Харків: ХДУХТ.– 2012.– Вип. 30.– С. 190-200.

10. Семків О.М. Исследование движения частицы грунта по лопатке с профилем оптимальной формы в поле центробежных сил инерции / О.М. Семків, В.М. Шатохин, А.Н. Попова // Міжвідомчій науково технічний збірник “Технічна естетика і дизайн”.– К.: КНУБА.– 2012.– Вип. 11.– С. 165-174.

11. Семків О.М. Дослідження траєкторії руху частки ґрунту після її вильоту з робочої поверхні лопатки роторного ґрунтометальника / О.М. Семків, А.М. Попова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.– Мелітополь: ТДАТУ.– 2012.– Вип. 4.– Т. 54.– С. 126-134.

12. Шатохин В.М. Оптимальные траектории движения точки, перемещающейся под действием центробежной силы инерции / В.М. Шатохин, Н.В. Шатохина // Восточно-Европейский журнал передовых технологий.– Харьков, 2012.– Вып. 4/7 (58).– С. 9-14.

13. Кирьянов Д.В. Mathcad 13 / Д.В. Кирьянов – СПб.: ВХВ-Петербург, 2006.– 608 с.

ПОБУДОВА ПРОСТОРОВИХ ЛОПАТОК ҐРУНТОМЕТАТЕЛЯ ЗА ДОПОМОГОЮ БРАХИСТОХРОН ДЛЯ ПОЛЯ ВІДЦЕНТРОВИХ СИЛ ІНЕРЦІЇ

В.М. Шатохін, О.М. Семків, А.М. Попова

Запропоновано методи побудови просторових лопаток ґрунтометателя за допомогою брахістохрон, знайдених для поля відцентрових сил інерції. Використано рівняння брахістохрони, яке записане в полярній системі координат. Приведено результати побудови поверхонь лопаток з різними формами основ.

BUILDING OF TRIDIMENSIONAL GROUND-THROWER BLADES USING BRACHISTOCHRONES FOR THE FIELD OF CENTRIFUGAL FORCES OF INERTIA

V. Shatokhin, O. Semkiv, A. Popova

Methods of tridimensional ground-thrower blades building with usage of brachistochrones, which were found for the field of centrifugal inertia forces, are suggested. Equation of brachistochrone, that was written in polar coordinate system, is used. Results of constructing blades surfaces with different shapes of foundations are shown.