

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ В ОБЛАСТИ КРЕПЛЕНИЯ

*Казанский государственный архитектурно-строительный  
 университет*

*С целью уточнения решений рассматривается расчет балки, традиционно рассчитываемой по одномерной схеме, трехмерными элементами. Отмечается, что уточнение схемы расчета позволяет получать более реальные расчетные данные и тем самым позволяет создавать более прочные и надежные конструкции.*

Конструкции и сооружения предназначены для выполнения определенных функций в течение заданного срока. К сожалению, конструкции, созданные человеком, в отличие от естественных конструкций, далеки от совершенства и они нередко разрушаются до установленного срока эксплуатации [1].

Для обеспечения нормальной работы конструкций необходимо совершенствовать каждый этап его создания: создание материала, технологии, проекта и т.д. При этом особое внимание надо уделять совершенствованию методов расчета, в частности, уточнять схемы расчета: переходить от одномерных расчетных схем к двумерным схемам; от двумерных расчетных схем к трехмерным схемам. При этом в узлах сопряжения, в областях закрепления возникает сложное напряженно-деформированное состояние (НДС). Уточнения НДС в таких областях за счет введения трехмерных схем расчета позволяют более грамотно оценить несущую способность конструкции.

Для иллюстрации рассмотрим расчет обычной балки с учетом закрепления узлов. Обычно, вводя те или иные гипотезы, расчет балки сводят к расчету одномерной задачи. Хотя известно, что любой объект, окружающий нас, представляет собой трехмерный объект. Для прикидочных расчетов, такой подход можно и нужно использовать. Однако для ответственных объектов необходимо стремиться к более точным расчетным схемам. Для этой цели разработан вариант метода конечных элементов МКЭ-3 [2]. Разрешающие соотношения получаются из уравнения Лагранжа:

$$\delta \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 W \sqrt{g} dt^1 dt^2 dt^3 = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \rho f^i \delta u_i \sqrt{g} dt^1 dt^2 dt^3 + \int_S p^i \delta u_i dS,$$

где  $W$  – удельная потенциальная энергия деформации трехмерного тела;  $f^i$ ,  $p^i$  – контравариантные компоненты вектора массовых и поверхностных сил;  $\rho$  – массовая плотность;  $g$  – определитель

метрического тензора;  $S$  – поверхность граней тела. Из вариационного уравнения Лагранжа после ряда преобразований получается система  $24N$  алгебраических уравнений вида:  $[A] \{U\} = \{R\}$ . Здесь  $[A]$  – симметричная матрица жесткости системы ленточной структуры,  $\{U\}$  – вектор неизвестных,  $\{R\}$  – вектор нагрузки,  $N$  – суммарное число узлов в рассматриваемом трехмерном объекте.

На базе сплайнового варианта метода конечных элементов [2-3] проведен анализ напряженно - деформированного состояния защемленной на одном конце балки.

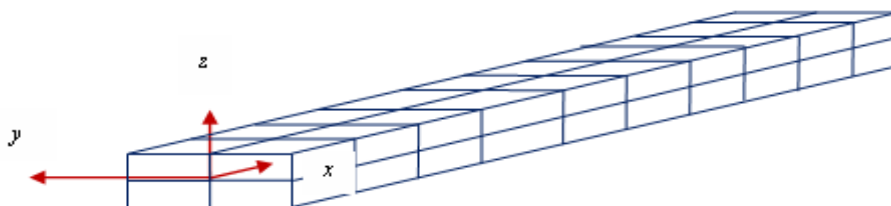


Рис. 1

Рассмотрена балка, защемленная на торце  $x=20$  см, со следующими параметрами: длина  $l=20$  см, ширина  $b=20$  мм, толщина  $t=10$  мм, модуль упругости  $E=100000$  МПа,  $\nu=0,3$ . На другом торце балки приложена сила  $P=10000$  Н, равномерно распределенная по торцу. Схема разбиения балки на конечные элементы представлена на рис.1.

На рис.2-3 представлены распределения нормальных напряжений  $\sigma_x$  и интенсивность напряжений  $\sigma_{int}$  соответственно в сечении  $x=19$  см. Согласно сопромату, следовало бы ожидать равномерное распределение напряжений  $\sigma_x$ . Однако расчет балки трехмерными элементами дает совершенно другую картину. Силы сосредотачиваются в угловых точках сечения балки.

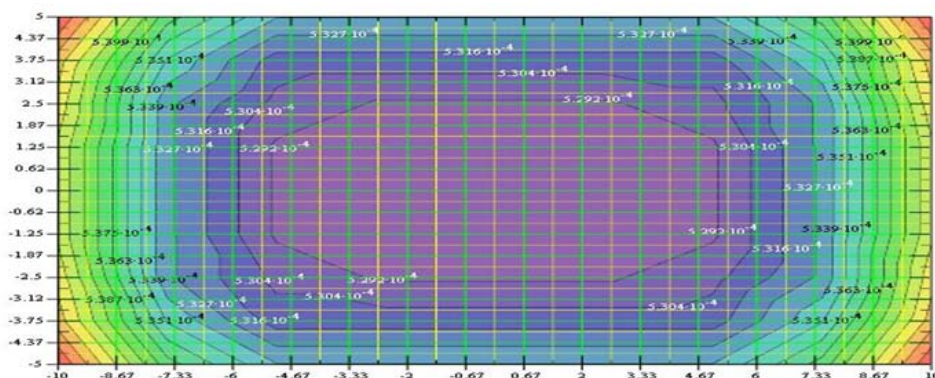


Рис. 2 Распределения нормальных напряжений  $\sigma_x$

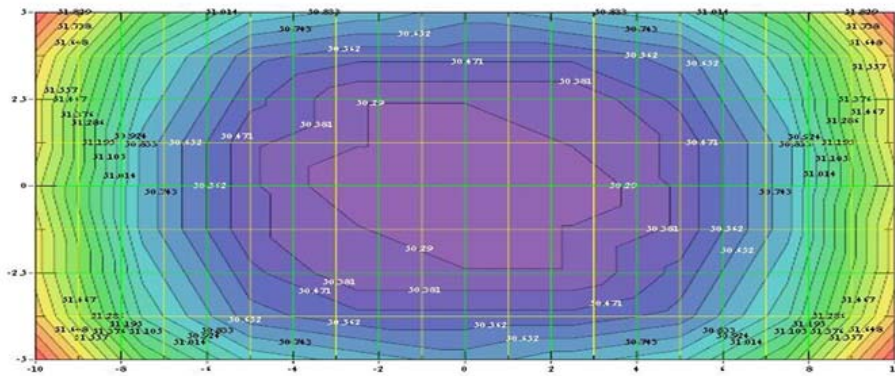


Рис. 3. Распределение интенсивности напряжений  $\sigma_{int}$

Наблюдается также интересная картина распределения касательных напряжений  $\sigma_{yz}$  в этом сечении (рис.4).

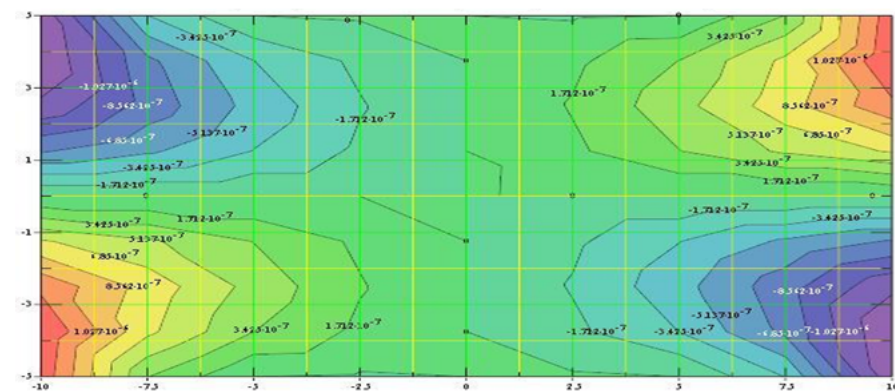


Рис. 4. Распределения касательных напряжений  $\sigma_{yz}$

Балка (рис.1) была рассчитана также на изгиб. Суммарная поперечная сила на торце ( $x=0$ ) равнялась 2кН. На рис.5 представлено распределение перемещений  $v(x,y)$  в плоскости  $z=-2.5$ см.

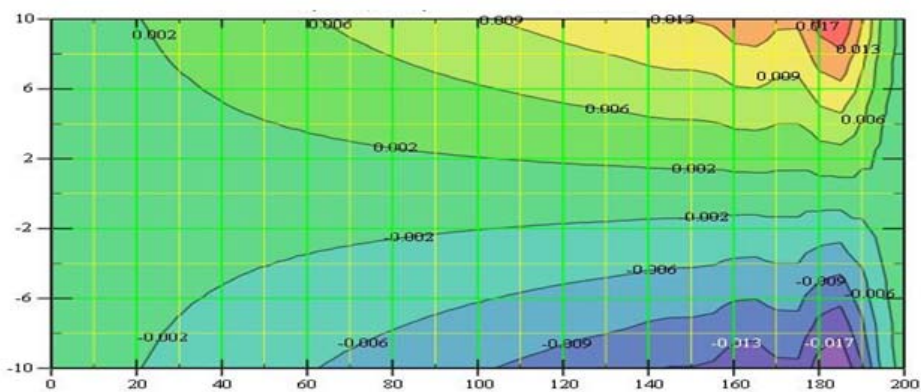


Рис. 5 Распределения перемещения  $v(x,y)$

Как видно из рис.5 вблизи защемления наблюдается существенное изменение характера деформирования, вследствие жесткого закрепления торца балки.

На рис.6 представлена картина распределения  $\sigma_{22}$  в сечении  $x=19$  см.

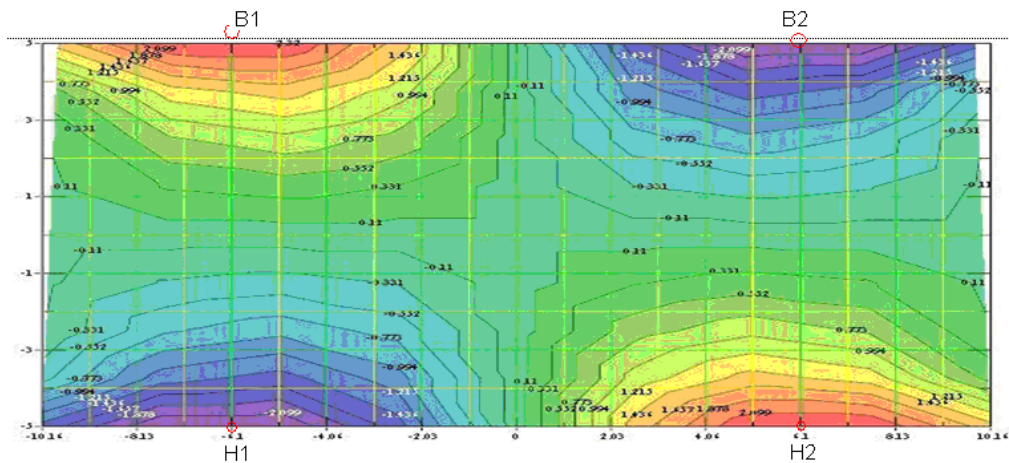


Рис. 6. Распределения напряжений  $\sigma_{22}$

Из рис.6 видно сужение поверхности  $z=+5$ мм и расширение поверхности  $z=-5$ мм. Максимальные напряжения  $\sigma_{11}$  наблюдаются на поверхностях  $z=\pm 5$  мм. Максимальные напряжения  $\sigma_{22}$  наблюдаются в точках  $B_1, B_2, H_1, H_2$ .

*Заключение.* Уточнение схемы расчета – переход от одномерной расчетной схемы к трехмерной схеме – позволяет получать более реальные расчетные данные с учетом узлов закрепления, и тем самым позволяет создавать более прочные и надежные конструкции.

### Литература

1. Якупов Н.М. Механика: проблема - идея - практика. Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. 161 с.
2. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Киямов И.Х. Моделирование элементов конструкций сложной геометрии трехмерными конечными элементами // Механика композиционных материалов и конструкций, 2011. Т.17. №1. С.145-154.
3. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Султанов Л.У. К исследованию напряженно - деформированного состояния сферических оболочек с дефектами // Труды VI международной конференции «Инженерные системы - 2013». РУДН, М., 2013. С.39-44.

### НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ В ОБЛАСТІ КРІПЛЕННЯ *Н.М. Якупов, Х.Г. Киямов, Ф.Г. Ахмадиев*

З метою уточнення рішень розглядається розрахунок балки, що традиційно розраховується за одновимірною схемою, тривимірними елементами. Відзначається, що уточнення схеми розрахунку дозволяє

отримувати реальніші розрахункові дані і тим самим дозволяє створювати міцніші і надійніші конструкції.

## **STRESS-STRAIN STATE OF DESIGN ELEMENTS OF FIXING**

*N. Yakupov, H. Kiyamov, F. Akhmadiev*

In order to clarify the calculation of the beam approaches are traditionally calculated by a one-dimensional scheme, three-dimensional elements. It is noted that the specification of the computation scheme allows to obtain more realistic estimates, and thus allows for more robust and reliable design.