УДК 621.372.54

В. С. Ситніков, д-р техн. наук,
П. В. Ступень, канд. техн. наук**,**
Б. О. Півень

ВПЛИВ ОСОБЛИВОСТЕЙ КАСКАДІВ ЦИФРОВОГО ФІЛЬТРУ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ НА ВИХІДНИЙ ШУМ КВАНТУВАННЯ

Розглянуто вплив особливостей каскадів фільтру високого порядку на вихідний шум квантування, отримана формула дисперсії вихідного шуму округлення, що враховує усереднені значення коефіцієнтів підсилення каскаду і шуму квантування. На базі контролю вихідного шуму квантування запропонований порядок розташування секцій фільтра з урахуванням значень усереднених коефіцієнтів секцій фільтру, що дозволяє зменшити вихідний шум квантування..

Ключові слова: *коефіцієнт підсилення шуму, цифровий фільтр, вихідний шум квантування, смуга пропускання, дисперсія вихідного шуму, шумова модель, каскадне з'єднання секцій*

V. S. Sitnikov, ScD.,
P. V. Stupen, Ph.D.,
B. O. Piven

EFFECT OF CASCADE DIGITAL FILTER HIGH ORDER FEATURES ON ITS ROUNDOFF NOISE

Considered the influence of features of a high order cascade filter to the output quantization noise, obtained the formula of output roundoff noise dispersion, which takes into account the averaged values of the gain of the cascade and quantization noise. Proposed order of the filter section taking into account values averaged coefficients filter section based on the control output of the quantization noise, which reduces the output quantization noise.

Keywords: *noise gain, digital filter, the output quantization noise, bandwidth, output noise variance, noise model, cascade connection of section*

В. С. Ситников, д-р. техн. наук,
П. В. Ступень, канд. техн. наук,
Б. А. Пивень

ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ КАСКАДОВ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ВИСОКОГО ПОРЯДКА НА ВЫХОДНОЙ ШУМ КВАНТОВАНИЯ

Рассмотрено влияние особенностей каскадов фильтра высокого порядка на выходной шум квантования, получена формула дисперсии выходного шума округления, учитывающая усредненные значения коэффициентов усиления каскада и шума квантования. На базе контроля выходного шума квантования предложен порядок расположения секций фильтра с учетом значений усредненных коэффициентов секций фильтра, что позволяет уменьшить выходной шум квантования.

Ключевые слова: *коэффициент усиления шума, цифровой фильтр, выходной шум квантования, полоса пропускания, дисперсия выходного шума, шумовая модель, каскадное соединение секций*

Для підвищення точності шляхом послаблення випадкової похибки у системах керування і контролю застосовують цифрові фільтри високого порядку. В більшості випадків цифрові фільтри проектуються у каскадній формі, тобто у вигляді послідовно з'єднаних фільтрів першого чи другого порядку, для спрощення наладки і реалізації.

На вихідний шум квантування будь – якого фільтру суттєво впливають як особливості каскадів цифрового фільтру, так і їх розташування відносно один одного.

© Ситніков, В.С., Ступень П.В.,
Півень Б.О., 2013

Аналіз існуючих методів оцінки похибки округлення у фільтрах високого порядку показав, що існуючи методи не в повній мірі враховують особливості структурної організації і властивості секцій фільтру. Тому проведення досліджень по впливу класу і типу фільтру на сумарний вихідний шум округлення при каскадному з'єднанні фільтрів є актуальним [1–5].

Відома шумова модель каскадної форми побудови фільтру N-го порядку по Джексону (рис.1) [6].

Передавальна функція має вигляд:

$$H(z) = \alpha_0 \prod_{i=1}^{N} \frac{1 + a_{1i} z^{-1} + a_{2i} z^{-2}}{1 + b_{1i} z^{-1} + b_{2i} z^{-2}} = a_0 \prod_{i=1}^{N} \frac{a_i(z)}{b_i(z)'} \quad (1)$$

де α_0 – коефіцієнт підсилення цифрового фільтру, a_i – коефіцієнти чисельника, b_i – коефіцієнти знаменника.

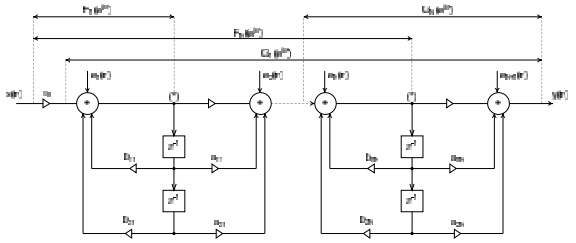


Рис. 1. Шумова модель фільтра в каскадній формі.

Для даної схеми дисперсія вихідного шуму

$$\sigma_y^2 = \frac{Q^2}{12}\left(k'_{N+1} + \alpha_0 \sum_{j=1}^{N} k'_j \left\| \frac{1}{b_j} \prod_{i=1}^{j-1} \frac{a_i}{b_i} \right\|_p^2 \left\| \prod_{i=1}^{j-1} \frac{a_i}{b_i} \right\|_2^2 \right), \quad (2)$$

де k'_j – загальне число джерел шуму, підключених до *j*-го вузла сумування, а Q – спектральна щільність білого шуму.

На основі цієї моделі проводиться аналіз рівня квантування арифметичних операцій, де шуми квантування моделюються за допомогою джерел білого шуму, які вмикаються після помножувачів. Базовими для моделі Джексона є твердження:

– шуми квантування від окремих джерел некорельовані між собою;

– будь які два відліки шуму від одного і того ж джерела некорельовані;

– шум від кожного джерела некорельований з вхідною послідовністю.

Таким чином, визначаючи передавальну функцію від кожного джерела шуму до виходу схеми можна оцінити вихідний шум квантування.

Дисперсія вихідного шуму квантування $(\sigma_{ВИХ})^2_{\Sigma 1}$ послідовно з'єднаних АЦП і перетворювача [7,8,9]

$$(\sigma_{OUT})^2_{\Sigma 1} = H^2_{01}\sigma^2_{c0} + K^2_{01}\sigma^2_{k1} = \left(1 + \frac{K^2_{01}\sigma^2_{k1}}{H^2_{01}\sigma^2_{c0}}\right) H^2_{01}\sigma^2_{c0}, \quad (3)$$

де H^2_{01} і K^2_{01} – коефіцієнти підсилення фільтру і підсилення шуму фільтру, що усереднені у смузі пропускання фільтру $\Delta\overline{\omega}_{СП}$; σ^2_{c0} і σ^2_{k1} – дисперсії шумів квантування вхідного сигналу і коефіцієнтів фільтру.

При каскадному з'єднанні секцій цифрового фільтру необхідно враховувати, що дисперсія вихідного шуму квантування попереднього каскаду є вхідною дисперсію для наступного каскаду.

При каскадному з'єднанні АЦП і двох фільтрів дисперсія вихідного шуму квантування другого фільтру $(\sigma_{OUT})^2_{\Sigma 2}$ на основі вищевказаного буде дорівнювати:

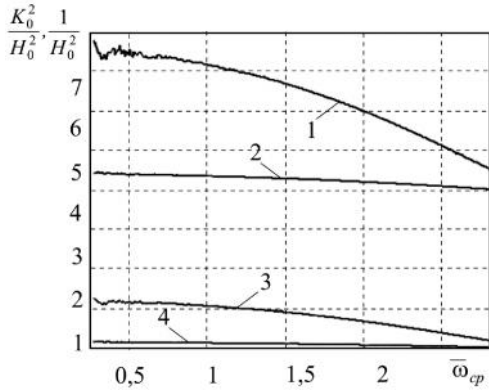
$$(\sigma_{OUT})^2_{\Sigma 2} = H^2_{02}\sigma^2_{\Sigma 1} + K^2_{02}\sigma^2_{k2}. \quad (4)$$

Узагальнюючи співвідношення на випадок N каскадно–з'єднаних фільтрів запишемо дисперсію вихідного шуму квантування $(\sigma_{OUT})^2_{\Sigma N}$ N-го порядку фільтра[6]:

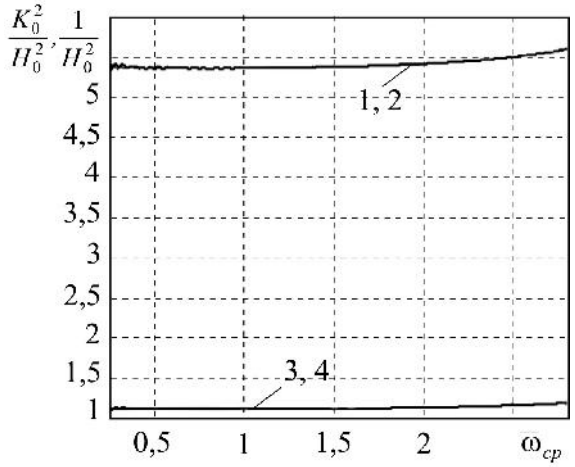
$$\begin{cases} (\sigma_{ВИХ})^2_{\Sigma N} = \left\{ 1 + \alpha \sum_{j=1}^{N} \left[\prod_{i=1}^{j-1} \left(\frac{1}{H^2_{0i}} \right) \right] \frac{K^2_{0j}}{H^2_{0j}} \right\} \sigma^2_{cN}, \\ \sigma^2_{cN} = \sigma^2_{c0} \prod_{j=1}^{N} H^2_{0j}. \end{cases} \quad (5)$$

Для створення цифрового фільтру у каскадній формі на базі контролю вихідного шуму квантування при зміні складових усереднених коефіцієнтів секцій: підсилення шуму $K^2_{0j} = \frac{1}{\Delta\overline{\omega}_{СП}} \int\limits_{\Delta\overline{\omega}_{СП}} K^2(\overline{\omega}) d\overline{\omega}$ і підсилення цифрового фільтру H^2_{0j} розглянемо найбільш популярні типи фільтрів: Батерворта, інверсний Чебишева, Чебишева, еліптичний, а серед класів фільтрів: фільтри нижніх – ФНЧ і верхніх – ФВЧ частот, а також смугові – СФ і режекторні – РФ фільтри.

Аналіз коефіцієнтів підсилення H^2_{0j} і K^2_{0j} від класу і типу фільтра для канонічної структурної схеми фільтру мінімальної розмірності з зосередженими джерелами шуму показує, що відношення K^2_{0j} / H^2_{0j} і $1/H^2_{0j}$ мають нахил і у першому наближенні їх можна описати лінійно (рис. 2–5). На рисунках лінії 1 і 2 відображають відношення K^2_{0j} / H^2_{0j} відповідно для фільтрів інверсного Чебишева і Батерворта (а), Чебишева і еліптичного (б), а лінії 3 і 4 відношення $1/H^2_{0j}$ - відповідно для фільтрів інверсного Чебишева і Батерворта (а), Чебишева і еліптичного (б).

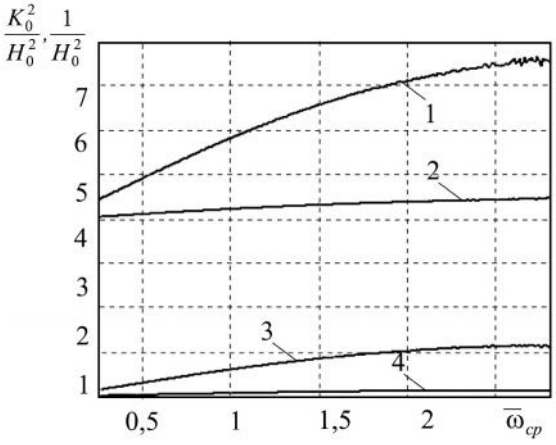


а

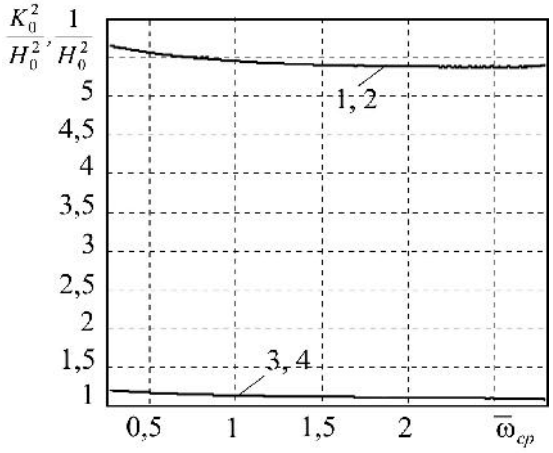


б

Рис. 2. Залежність відношення K_{0j}^2 / H_{0j}^2 і $1/H_{0j}^2$ від частоти зрізу ФНЧ для фільтрів з монотонною (а) і рівнохвильовою (б) АЧХ

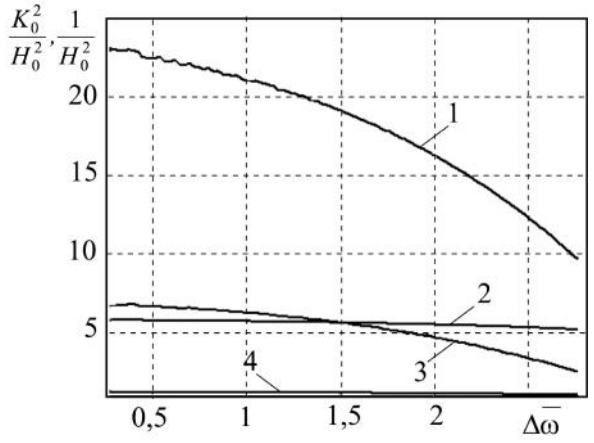


а

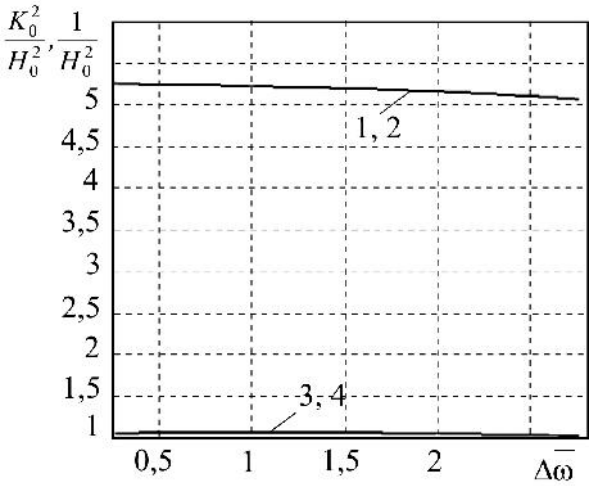


б

Рис. 3. Залежність відношення K_{0j}^2 / H_{0j}^2 і $1/H_{0j}^2$ від частоти зрізу ФВЧ для фільтрів з монотонною (а) і рівнохвильовою (б) АЧХ



а



б

Рис. 4. Залежність відношення K_{0j}^2 / H_{0j}^2 і $1/H_{0j}^2$ від частоти зрізу ПФ для фільтрів з монотонною (а) і рівнохвильовою (б) АЧХ

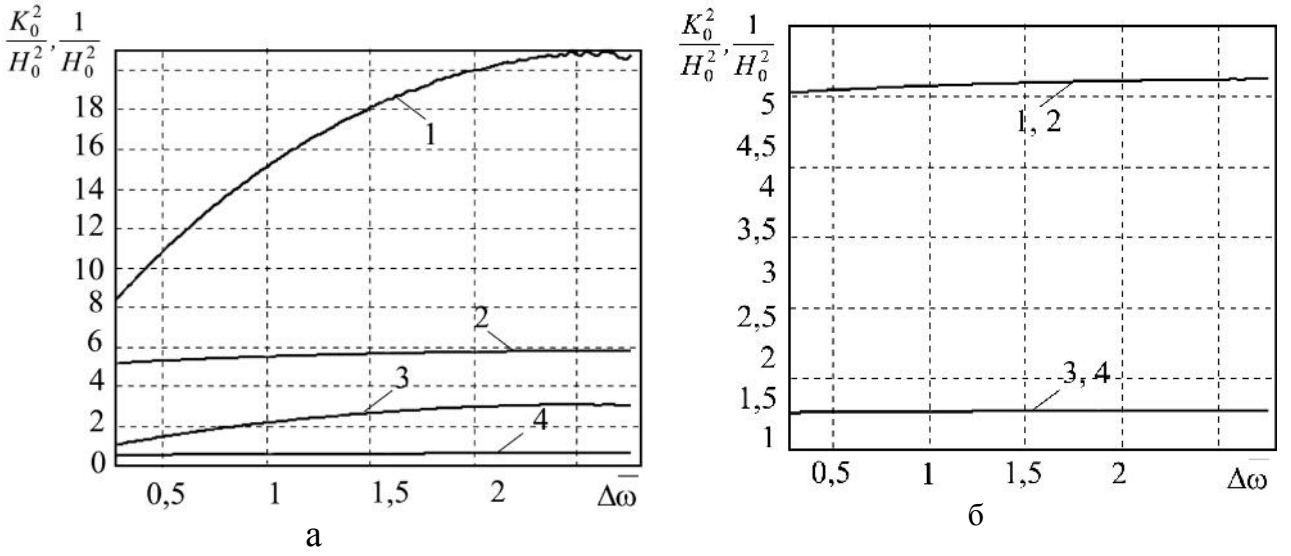


Рис. 5. Залежність відношення K_{0j}^2 / H_{0j}^2 і $1 / H_{0j}^2$ від частоти зрізу РФ для фільтрів з монотонною (а) і рівнохвильовою (б) АЧХ

Таким чином, аналіз складових усереднених коефіцієнтів секцій показав, що характер поведінки цих відношень однаковий для класів фільтрів ФНЧ і СФ, а також ФВЧ і РФ. Фільтри з рівнохвильовою АЧХ у смузі пропускання мають близькі значення при малих похибках, у той час як фільтри з монотонною АЧХ можна розбити на групи ФНЧ і ФВЧ, а також на – СФ і РФ. При цьому фільтр інверсний Чебишева має більший розкид значень, ніж фільтр Батерворта.

Мінімальне значення сумарного шуму квантування залежить від співвідношення усереднених у смузі пропускання коефіцієнтів K_0^2 і H_0^2. Усереднений у смузі пропускання коефіцієнт підсилення шуму значно більший за усереднений у смузі пропускання коефіцієнт підсилення - $K_0^2 >> H_0^2$.

На основі загального аналізу наведених характеристик для мінімізації вихідного шуму необхідно секції фільтра каскадувати так, щоб

$$\left(\frac{1}{H_0^2}\right)_i < \left(\frac{1}{H_0^2}\right)_{i+1}, \quad i = \overline{1, N} \qquad (6)$$

або,

$$\left(H_0^2\right)_{i+1} < \left(H_0^2\right)_i . \qquad (7)$$

Отже при певному каскадному з'єднанні секцій виявляються фільтруючі властивості наступної секції фільтру, тобто кожна наступна секція відфільтровує структурний шум попереднього фільтру. А мінімізація коефіцієнту підсилення сумарного шуму квантування $K_{\sigma_N^2}$ дозволяє підвищити точність цифрового фільтру.

Список використаної літератури

1. Гольденберг, Л. М. Цифровая обработка сигналов: Справочник / Л. М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк – М. : Радио и связь, 1985. – 312 с.

2. Бабак, В. П. Обробка сигналів / В. П. Бабак, В. С. Хандецький, Е. Шрюфер – К. : Либідь, 1999. – 496 с.

3. Айфичер, Є. Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е издание / Є. Айфичер, Дж. Барри – М. : Вильямс, 2004 – 992 с.

4. Mills, W. L. Digital filter realizations without overflow limit cycles / W. L. Mills, C. T. Mullis and R. D. Roberts // IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing. – 1981. – V. ASSP-29. – № 8. – P. 893 – 903.

5. Rao, B. V. D. Analysis of coefficient quantization errors in state-space digital filters / B. V. D. Rao // IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing. – 1986. – V. ASSP-34. – № 2. – P. 131 – 139.

6. Jackson, L. B. Digital Filter and Signal Processing, 3rd edition / L. B. Jackson– Springer, 1996. – 524 p.

7. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Голд – М. : Мир, 1978. – 848 с.

8. Ситников, В. С. Анализ путей уменьшения погрешностей цифровых устройств с фиксированной точкой точкою / В. С. Ситников // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы (АА-ЭКС). – 2004. – № 1(13). – С. 150 – 157.

9. Ситников, В. С. Получение наилучшего критерия оценки допусков на коэффициенты цифрового фильтра / В. С. Ситников, А. В. Баркарь // Труды Одесского политехнического университета. – 2002. – Вып. 2(18). – С. 146 – 149.

Отримано 23.12.2012

References

1. Goldenberg, L. M. Digital Signal Processing: reference book / L. M. Goldenberg, B. D. Matyushkin, M. N. Polak – Moscow : Radio i Svyaz, 1985. – 312 p. [in Russian].

2. Babak, V. P. Obrobka signaliv / V. P. Babak, V. S. Handetsky, E. Shryufer – Kyiv : – Lybid, 1999. – 496 p. [in Ukrainian].

3. Ayficher, E. Digital signal processing: a practical approach; 2nd of-Danie / E. Ayficher, J. Barry – Moscow : Williams, 2004 – 992 p. [in Russian].

4. Ayficher, E. Digital filter realizations without overflow limit cycles / E. Ayficher, J. Barry // IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing. – 1981. – V. ASSP-29. – № 8. – P. 893 – 903.

5. Rao, B. V. D. Analysis of coefficient quantization errors in state-space digital filters / B. V. D Rao // IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing. – 1986. – V. ASSP-34. – № 2. – P. 131 – 139.

6. Jackson, L. B. Digital Filter and Signal Processing, 3rd edition. / L. B. Jackson – Springer, 1996, 524 p.

7. Rabiner, L. The theory and application of digital signal processing / L. Rabiner, B. Gold – Moskva : Mir, 1978. – 848 p. [in Moscow].

8. Sitnikov, V. S. Analysis of ways to decrease the errors of digital devices with the fixed point / V. S Sitnikov // Automation. Automation. Electric trotehnicheskie complexes and systems (AAEKS). – 2004. – № 1 (13). – P. 150 – 157 [in Russian].

9. Sitnikov, V. S. Getting the best criterion of tolerance for the digital filter coefficients / V. S. Sitnikov, A. V. Barkar // Proceedings of the Odessa Polytechnic University. – 2002. – Issue. 2 (18). – P. 146 – 149 [in Russian].

Ситніков Валерій Степанович, д-р техн. наук, проф., зав. каф. комп'ютерних систем Одеського нац. політехн. ун-ту,
р/т: +38-048-734-85-13
e-mail: sitnvs@mail.ru

Ступень Павло Вячеславович,
канд.техн. наук, доц. каф. комп'ютерних систем Одеського нац. політехн. ун-ту,
р/т: +38-048-734-85-13
e-mail: stek2000@gmail.com

Півень Богдан Олександрович,
магістр Одеського. нац. політехн. ун-ту
моб. +38050 0876002