

УДК 62-83

**В. А. Войтенко**, канд. техн. наук

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

*Предложена методика математического моделирования скоростных характеристик двигателя внутреннего сгорания, позволяющая учесть зависимость этих характеристик как от скорости вращения коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания, так и от коэффициента открытия заслонки подачи топлива. В пакете Matlab Simulink проверена работоспособность предложенной методики.*

**Ключевые слова:** внешние и частичные скоростные характеристики, двигатель внутреннего сгорания, аппроксимация, полином, коэффициент открытия заслонки, аналитическая зависимость

**V. A. Voytenko**, PhD.

### SPEED CHARACTERISTICS OF COMBUSTION ENGINE MATHEMATIC MODELING

*The method of combustion engine speed characteristics mathematical modeling, allowing to take into account dependence of these characteristics, is offered, both from speed of rotation of crankshaft of combustion engine and from the coefficient of opening of shutter of serve of fuel. The capacity of the offered method is tested in the Matlab Simulink package.*

**Keywords:** external and partial speed descriptions, combustion engine, approximation, polynomial, coefficient of opening of shutter, analytical dependence

**В.А. Войтенко**, канд. техн. наук

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ШВИДКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИГУНА ВНУТРІШНЬОГО ЗГОРАННЯ

*Запропоновано методику математичного моделювання швидкісних характеристик двигуна внутрішнього згорання, що дозволяє врахувати залежність цих характеристик як від швидкості обертання колінчастого вала двигуна внутрішнього згорання, так і від коефіцієнта відкриття заслінки подачі палива. У пакеті Matlab Simulink перевірено працездатність запропонованої методики.*

**Ключові слова:** зовнішні і часткові швидкісні характеристики, двигун внутрішнього згорання, апроксимація, поліном, коефіцієнт відкриття заслінки, аналітична залежність

**Введение.** При проведении теоретических исследований тягово-скоростных свойств автомобиля [1] необходимо иметь математическую модель двигателя внутреннего сгорания (ДВС). Эта модель должна с достаточной большой достоверностью отражать скоростные характеристики ДВС. В связи с тем, что физические процессы преобразования энергии, происходящие в ДВС, очень сложные, то и математические модели ДВС, описывающие эти процессы, также получаются очень сложными [2, 3]. Поэтому существует проблема создания простой модели ДВС, которая достаточно точно отражает его тягово-скоростные характеристики.

**Целью работы** является создание математической модели ДВС, позволяющей исследовать статические и динамические режимы транспортного средства, не учитывая весьма сложные процессы, происхо-

дящие в ДВС, но с высокой степенью достоверности отображающей его характеристики «вход–выход», полученные экспериментально.

**Материалы исследования.** Предлагается в основу математической модели ДВС положить скоростные и топливные характеристики ДВС, полученные экспериментально. Из [4, 5] известно, что скоростные характеристики ДВС определяют зависимость механической мощности и движущего механического момента, развиваемых ДВС, от частоты вращения его вала при постоянном значении коэффициента открытия дроссельных заслонок. Скоростные характеристики делят на внешние и на частичные. Внешние скоростные характеристики определяют при полном открытии дроссельных заслонок или при полной подаче топлива в цилиндры ДВС, а частичные – и при частичном открытии дроссельных заслонок и неполной подаче топлива в цилиндры ДВС. На рисунках 1 и 2 показан примерный вид внешних и частич-

ных скоростных характеристик ДВС, график 1 соответствует внешней скоростной характеристике ДВС, а графики 2-6 – частичным скоростным характеристикам ДВС.

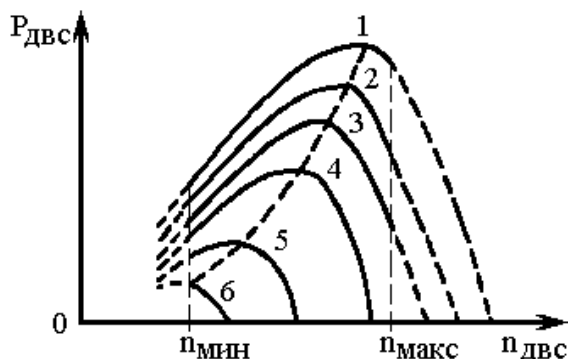


Рис. 1. Примерный вид внешней и частичных скоростных характеристик ДВС по мощности

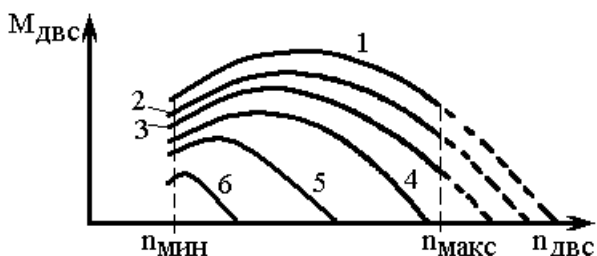


Рис. 2. Примерный вид внешней и частичных скоростных характеристик ДВС по моменту

Поскольку динамика автомобиля зависит, в 1-ю очередь, от развиваемого ДВС момента, то на основании экспериментальных скоростных характеристик  $M_{ДВС}=f(n_{ДВС})$ , приведенных на рис. 2, необходимо получить аналитическую зависимость  $M_{ДВС}=f(\omega_{ДВС})$ . Поскольку характеристики  $M_{ДВС}=f(n_{ДВС})$  имеют нелинейную форму, то их рабочие участки можно интерполировать полиномом  $n$ -го порядка, например, с использованием интерполяционной формулы Лагранжа или с применением вычислительной техники. Так, в пакете “Signal Processing Blockset”, который входит в состав системы программирования MATLAB, для этой цели можно использовать блок “Least Squares Polynomial Fit”. С целью упрощения математической модели ДВС для описания скоростных характеристик желательно использовать полином минимальной степени, но для уменьшения погрешности аналитического описания скоростных характеристик ДВС

степень полинома придется повысить. В общем случае скоростные характеристики ДВС при разных значениях коэффициента открытия дроссельной заслонки описываются полиномом  $n$ -й степени

$$M_{ДВСi} = a_{Mi(n)} \omega_{ДВС}^n + a_{Mi(n-1)} \omega_{ДВС}^{n-1} + \dots + a_{Mi(2)} \omega_{ДВС}^2 + a_{Mi(1)} \omega_{ДВС} + a_{Mi(0)}, \quad (1)$$

где  $a_{Mi(n)}$ ,  $a_{Mi(n-1)}$ , ...,  $a_{Mi(2)}$ ,  $a_{Mi(1)}$ ,  $a_{Mi(0)}$  – коэффициенты полинома  $n$ -й степени, описывающего  $i$ -ю скоростную характеристику  $M_{ДВСi}=f(\omega_{ДВС})$ , которая соответствует определённому значению коэффициента открытия дроссельной заслонки ДВС.

Поскольку каждая скоростная характеристика  $M_{ДВСi}=f(\omega_{ДВС})$  соответствует определённому значению коэффициента открытия дроссельной заслонки ДВС и описывается полиномом с определёнными значениями коэффициентов  $a_{Mi(n)}$ ,  $a_{Mi(n-1)}$ , ...,  $a_{Mi(2)}$ ,  $a_{Mi(1)}$ ,  $a_{Mi(0)}$ , то можно построить зависимости  $a_{Mi(n)}(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(n-1)}(\varphi_{ДР})$ , ...,  $a_{Mi(2)}(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(1)}(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(0)}(\varphi_{ДР})$  и описать их полиномами 1-го, 2-го или более высоких порядков.

В результате этого получим математическую модель ДВС, блок-схема которой приведена на рис. 3. Согласно этой схеме водитель оценивает скорость движения автомобиля или частоту вращения вала двигателя с помощью соответствующих приборов и, при необходимости, с помощью педали изменяет значение коэффициента открытия дроссельной заслонки ДВС  $\varphi_{ДР}$ . На основании нового значения  $\varphi_{ДР}$  производится расчёт значений коэффициентов  $a_{Mi(n)}$ ,  $a_{Mi(n-1)}$ , ...,  $a_{Mi(2)}$ ,  $a_{Mi(1)}$ ,  $a_{Mi(0)}$ . В результате этого даже при неизменном значении скорости вращения вала ДВС рабочая точка переходит на другую частичную скоростную характеристику, что сопровождается изменением значения момента, развиваемого ДВС. Это приводит к изменению угловой скорости вращения его вала. Поскольку мощность, развиваемая ДВС, определяется произведением момента на угловую скорость его вала, то достаточно моделировать скоростные характеристики ДВС по моменту (рис. 2) и нет необходимости в моделировании скоростных характеристик ДВС по мощности (рис. 1).

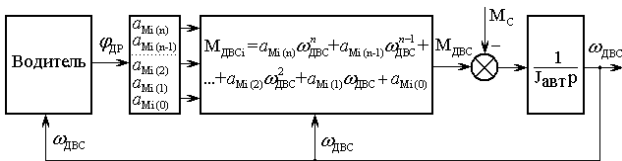


Рис. 3. Блок-схема математической модели ДВС

Для проверки работоспособности предложенного способа моделирования скоростных характеристик ДВС рассмотрим графики внешней и частичных скоростных характеристик двигателя ЗМЗ-24-01, показанные на рис. 4. Внешней характеристике ДВС ( $\varphi_{ДР1}=1,0$ ) соответствует график 1, частичным скоростным характеристикам ( $\varphi_{ДР2}=0,6$  и  $\varphi_{ДР3}=0,2$ ) – графики 2 и 3.

Для того, чтобы с приемлемой достоверностью определить нелинейную зависимость коэффициентов полинома (1) от коэффициента открытия дроссельной заслонки ДВС необходимо иметь как минимум три скоростные характеристики. Необходимо также обратить внимание на то, что рабочие участки скоростных характеристик ДВС ограничены минимальным и максимальным значениями частоты вращения его вала. Минимальное значение ( $\omega_{МИН}$ ) соответствует минимальной скорости, при которой ДВС ещё может работать устойчиво. Максимальное значение ( $\omega_{МАКС}$ ) ограничено допустимыми динамическими нагрузками, которые испытывают детали ДВС с увеличением скорости вращения его вала.

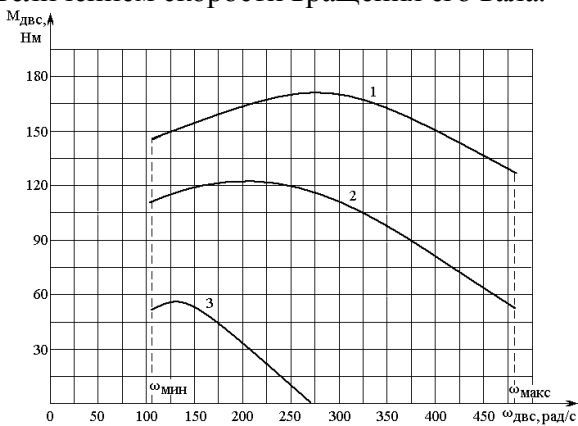


Рис. 4. График внешних и частичных скоростных характеристик ДВС ЗМЗ-24-01

В общем случае разные скоростные характеристики могут быть описаны полиномами разных порядков, но в рассматриваемом случае для упрощения математической

модели ДВС графики внешней и частичных скоростных характеристик (рис. 4) были описаны полиномами 2-го порядка

$$M_{ДВСi} = a_{Mi(2)} \omega_{ДВС}^2 + a_{Mi(1)} \omega_{ДВС} + a_{Mi(0)}. \quad (2)$$

После аппроксимации этих графиков были получены следующие выражения:

$$M_{ДВС1} = -0,971 \cdot 10^{-3} \omega_{ДВС}^2 + 0,524 \omega_{ДВС} + 100,4, \quad (3)$$

$$M_{ДВС2} = -0,991 \cdot 10^{-3} \omega_{ДВС}^2 + 0,434 \omega_{ДВС} + 75,17, \quad (4)$$

$$M_{ДВС3} = -3,456 \cdot 10^{-3} \omega_{ДВС}^2 + 0,983 \omega_{ДВС} - 13,303. \quad (5)$$

Таким образом, зависимость коэффициентов полиномов (3)-(5) от коэффициента открытия дроссельной заслонки может быть представлена в числовой форме (табл. 1)

1. Зависимость  $a_{Mi}=f(\varphi_{ДР})$

$\varphi_{ДР}$	0,2	0,6	1,0
$a_{Mi(2)}$	$-3,456 \cdot 10^{-3}$	$-0,991 \cdot 10^{-3}$	$-0,971 \cdot 10^{-3}$
$a_{Mi(1)}$	0,983	0,434	0,524
$a_{Mi(0)}$	-13,303	75,17	100,4

Поскольку значение каждого из коэффициентов при одинаковых степенях  $\omega_{ДВС}$  соответствует определённому значению  $\varphi_{ДР}$ , то можно получить аналитические зависимости значений этих коэффициентов от  $\varphi_{ДР}$

$$a_{Mi(2)} = -7,65 \cdot 10^{-3} \varphi_{ДР}^2 + 12,29 \cdot 10^{-3} \varphi_{ДР} - 5,611 \cdot 10^{-3}, \quad (6)$$

$$a_{Mi(1)} = 2,00 \varphi_{ДР}^2 - 2,974 \varphi_{ДР} + 1,499, \quad (7)$$

$$a_{Mi(0)} = -198,032 \varphi_{ДР}^2 + 379,926 \varphi_{ДР} - 81,494. \quad (8)$$

На основании выражений (6) – (8) на рис.5 построены графики  $a_{Mi(2)}=f(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(1)}=f(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(0)}=f(\varphi_{ДР})$ .

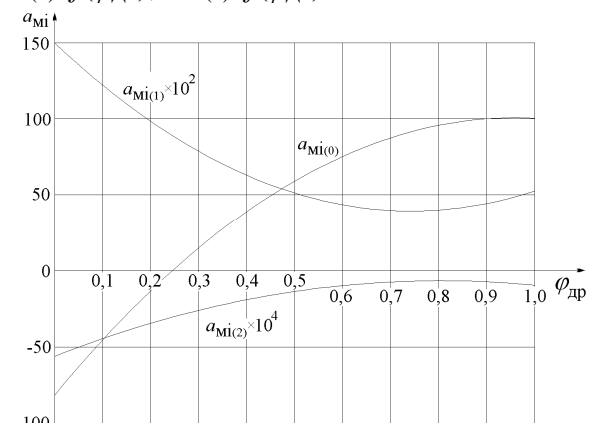


Рис. 5. Графики зависимостей коэффициентов  $a_{Mi(2)}=f(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(1)}=f(\varphi_{ДР})$ ,  $a_{Mi(0)}=f(\varphi_{ДР})$  полиномов, описывающих внешние и частичные скоростные характеристики ДВС ЗМЗ-24-01

Таким образом, задавая коэффициенты открытия дроссельной заслонки ДВС по выражениям (6) – (8), определяем значения коэффициентов полинома (2). При неизменном  $\varphi_{др}$  коэффициенты полинома (2) будут постоянными, а момент, развиваемый ДВС, будет зависеть только от скорости вращения его коленчатого вала. На рис.6 показаны графики скоростных характеристик ДВС ЗМЗ-24-01 при различных значениях  $\varphi_{др}$ . Сравнивая графики, приведенные на рис 4 и 6, и соответствующие  $\varphi_{др1}=1,0$ ;  $\varphi_{др2}=0,6$ ;  $\varphi_{др3}=0,2$ , можно убедиться в достаточно высокой их адекватности друг другу на интервале значений скорости вала ДВС  $\omega_{мин} \leq \omega_{двс} \leq \omega_{макс}$ .

Поскольку рассмотренный процесс моделирования базируется на экспериментальных графиках, соответствующих значениям коэффициента открытия дроссельной заслонки  $0,2 \leq \varphi_{др} \leq 1,0$ , то значение  $\varphi_{др}=0,1$  находится за пределами области интерполяции. Поэтому расчётная скоростная характеристика, соответствующая значению коэффициента открытия дроссельной заслонки  $\varphi_{др}=0,1$ , может существенно отличаться от экспериментальной скоростной характеристики. Кроме того, необходимо учесть, что при  $0,2 \leq \varphi_{др} \leq 1,0$  участки скоростных характеристик, соответствующие  $\omega_{двс} < \omega_{мин}$  и  $\omega_{двс} > \omega_{макс}$ , также находятся за пределами области интерполяции и их достоверность также может быть поставлена под сомнение.

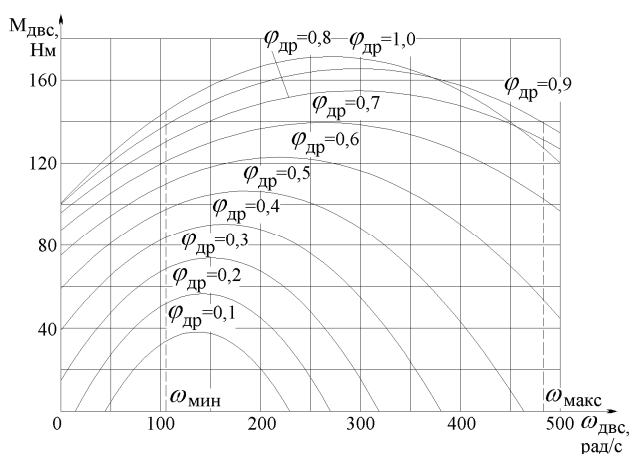


Рис. 6. Внешняя и частичные скоростные характеристики ДВС, полученные в результате моделирования

## Выводы

1. Предложенная методика моделирования основана на экспериментальных скоростных характеристиках ДВС. Она не базируется на описании физических процессов, протекающих в ДВС. В этом её простота, достоинство и недостатки.

2. Поскольку при  $\omega_{двс} < \omega_{мин}$  ДВС работать не может, то нет необходимости описывать скоростные характеристики на этом интервале. Можно принять, что при  $\omega_{двс} < \omega_{мин}$  ДВС развивает нулевой вращающий момент независимо от значения коэффициента открытия дроссельной заслонки. Это позволит более точно описать скоростные характеристики ДВС при  $\omega_{двс} > \omega_{мин}$  с помощью полиномов меньшего порядка. Но в этом случае для запуска ДВС и вывода его в рабочий режим в математической модели придётся использовать звено, имитирующее работу стартера, которое будет разгонять ДВС до скорости  $\omega_{двс} > \omega_{мин}$ .

3. Необходимо учитывать, что при  $\omega_{двс} > \omega_{макс}$  участки частичных скоростных характеристик ДВС находятся за пределами области интерполяции, поэтому для этих участков результаты моделирования могут существенно отличаться от результатов эксперимента. В связи с этим при моделировании ДВС необходимо обеспечить работу модели при значениях скорости, удовлетворяющих условию  $\omega_{мин} \leq \omega_{двс} \leq \omega_{макс}$ .

4. Необходимо обратить внимание на то, что при малом количестве скоростных характеристик зависимости (6)–(8) будут иметь существенную погрешность, которая может привести к тому, что при некоторых значениях коэффициента открытия дроссельной заслонки расчётные частичные скоростные характеристики будут настолько отличаться от скоростных характеристик ДВС, что модель ДВС станет неработоспособной. Чем больше будет получено экспериментальных частичных скоростных характеристик, тем более достоверной будет модель. Таким образом, уменьшение погрешности моделирования связано с увеличением эмпирических исследований и с усложнением аналитических выражений, описывающих скоростные характеристики ДВС. Однако, учитывая то, что имеются компьютерные программы ап-

проксимации экспериментальных данных, это не является большим недостатком предлагаемой методики.

5. Предлагаемая методика не учитывает динамических свойств ДВС.

#### Список использованной литературы

1. Войтенко, В. А. Синтез системы стабилизации мощности генератора / В. А. Войтенко // Электротехнічні та комп'ютерні системи – К. : Техніка. – 2012. – № 05(81). – С. 62–69.

2. Rizzoni, G. Estimate of indicated torque from crankshaft speed fluctuations: a model for the dynamics of the IC engine / G. Rizzoni // Vehicular Technology, IEEE Transactions on Volume 38. – Issue 3. – 1989. – P. 168 – 179.

3. Rizvi, M. A. Hybrid Model of the Gasoline Engine for Misfire Detection. Industrial Electronics / M. A. Rizvi, A. I. Bhatti, Q. R. Butt // IEEE Transactions on Vol.: 58 . – Issue 8. – 2011. – P. 3680 – 3692.

4. Абрамчук, Ф. І. Автомобільні двигуни: Підручник / Ф. І. Абрамчук, Ю. Ф. Гутаревич, К. Є. Долганов, І. І. Тимченко – К. : Арістей, 2006. – 476 с.

5. Автомобильный справочник фирмы Bosh / пер. с англ. Г. С. Дугин, Е. И. Комаров, Ю. Ф. Онуфрийчук; – [2-е изд.]. – М. : ЗАО «КЖИ «За рулём»», 2004. – 992 с.

4. 1. Abramchuk, F. I. Engine of automobiles: textbook / F. I. Abramchuk, U. F. Gutarevich, K. E. Dolganov, I. I. Timchenko – Kiev : Aristey, 2006. – 476 p. [in Ukrainian].

5. The motor-car reference book of the firm Bosh/ truded. from english. G. C. Dugyn, E.I. Komarov, Y. F. Onufryyuchuk; – [2th publ.]. – M.: Joint-stock COMPANY «KZHY «Za ru-lyom»», 2004. – 992 p. [in Russian].



Войтенко

Владимир Андреевич,  
канд.техн.наук, доцент каф.  
ЕМС КУ Одесского нац.  
политехн. ун-та,  
тел. 048-7-348-467

Получено 25.12.2012

#### References

1. Voytenko, V. A. Synthesis system of stabilization of power of generator / V. A. Voytenko / Electrical and computer systems – № 05(81) – Kiev : Technique. – 2012. – P. 62 – 69 [in Russian].

2. Rizzoni, G. Estimate of indicated torque from crankshaft speed fluctuations: a model for the dynamics of the IC engine / G. Rizzoni // Vehicular Technology, IEEE Transactions on Volume: 38. – Issue 3. – 1989. – P. 168 – 179 [in English].

3. Rizvi, M. A. Hybrid Model of the Gasoline Engine for Misfire Detection / M. A. Rizvi, A. I. Bhatti, Q. R. Butt // Industrial Electronics, IEEE Transactions on Volume: 58. – Issue 8. – 2011. – P. 3680 – 3692 [in English].