

УДК 621.771.06:233.2

И. Н. Задорожня, Н. А. Задорожний, кандидаты техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СТЕПЕНИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СВЯЗИ НА ДЕМПИРУЮЩЕЕ ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ

Аннотация. Представлено исследование функции демпфирующего действия упругой двухмассовой электромеханической системы без трения методами математического анализа. Показано, что при максимальном взаимодействии упругая двухмассовая электромеханическая система ведёт себя в динамических режимах как эквивалентная одномассовая.

Ключевые слова: электромеханическая система, упругая связь, демпфирование, двухмассовая система, предельное взаимодействие, динамический режим

I. Zadorozhnyaya, PhD., N. Zadorozhnyi, PhD.

EFFECT OF THE DEGREE OF ELECTROMECHANICAL COUPLING ON THE DAMPING EFFECT OF THE ELECTRIC DRIVE WITH ELASTIC LINKS

Abstract. In article is shown study for the damping function of elastic two-mass electromechanical system without friction of mathematical analysis methods. It is shown that the maximum interaction of elastic two-mass electromechanical system behavior under dynamic conditions as an equivalent single-mass system.

Keywords: electrical mechanical system, elastic tie, damping, two-mass electromechanical system, maximum interaction, dynamic conditions

I. M. Задорожня, М. О. Задорожний, кандидаты техн. наук

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МІРИ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ЗВ'ЯЗКУ НА ДЕМПФУЮЧУ ДІЮ ЕЛЕКТРОПРИВОДУ З ПРУЖНИМИ ЛАНКАМИ

Анотація. Представлено дослідження функції демпфуючої дії пружної двомасової електромеханічної системи без тертя методами математичного аналізу. Показано, що при максимальній взаємодії пружна двомасова електромеханічна система поводить себе у динамічних режимах як еквівалентна одномасова.

Ключові слова: електромеханічна система, пружна зв'язок, демпфірування, двомасових система, граничне взаємодія, динамічний режим

Введение. Электропривод с линейной механической характеристикой обладает благоприятным свойством демпфировать упругие колебания [1], возникающие в его механической части. Демпфирующий эффект электропривода обусловлен электромеханической связью, которая проявляется в результате механических колебаний вращающегося ротора (якоря) и обратного влияния электрической части на упругие механические колебания. Электромеханическая связь характеризуется степенью электромеханического взаимодействия и скоростью преобразования энергии упругих колебаний [2].

Цель исследования. Снижение динамических нагрузок электропривода за счёт усиления демпфирующих свойств электромеханической связи является фундаментальной задачей, поэтому выполним исследование поведения функции демпфирующего эффекта электропривода приёмами математического анализа [9], что актуально в практике оптимизации приводов технологических машин.

Исследование влияния степени электромеханической связи на демпфирующее действие электропривода производится на основании обобщённой структурной схемы двухмассовой электромеханической системы (ДЭМС), приведённой на рис. 1.

Материалы исследования. Анализ литературных источников по теории и практике разработки и совершенствования упругих ДЭМС показывает, что сформировались и интенсивно развиваются направления оптимизации параметров электропривода с целью минимизации колебательности для случаев действия упругих механических колебаний как внешнего возмущения по нагрузке, так и реализации демпфирующего действия электромеханической связи при взаимодействии колебаний упругой механической и электромеханической подсистем [4].

Динамические свойства ДЭМС при анализе демпфирующего эффекта электропривода определяются характеристическим уравнением, полученным из передаточных функций для структурной схемы рис.1:

$$Q(p) = \frac{\gamma T_{M1} T_{\Delta}}{\Omega_{12}^2} p^4 + \frac{\gamma T_{M1}}{\Omega_{12}^2} p^3 + \gamma \left(T_{M1} T_{\Delta} + \frac{1}{\Omega_{12}^2} \right) p^2 + \gamma T_{M1} p + 1 = 0, \quad (1)$$

где T_{M1} – постоянная электромеханическая электродвигателя; T_{Δ} – постоянная электромагнитная электродвигателя; Ω_{12} – частота свободных колебаний двухмассовой механической части; γ – коэффициент распределения инерционных масс электродвигателя и механизма.

© Задорожня И.Н., Задорожний Н.А. 2014

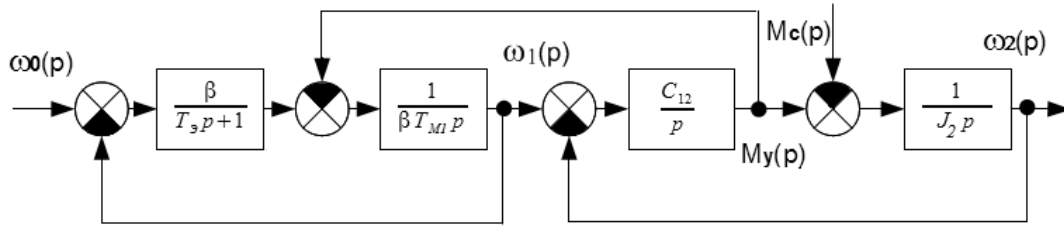


Рис. 1. Обобщённая структурная схема электромеханической системы с упругой связью

Если воспользоваться оригинальной формой нормирования характеристических уравнений ДЭМС различной структуры [2], то уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$Q(p) = \gamma K_B T_y^4 p^4 + 2\gamma \sqrt{K_B} \xi_d T_y^3 p^3 + \gamma(1 + K_B) T_y^2 p^2 + 2\gamma \sqrt{K_B} \xi_d T_y p + 1 = 0, \quad (2)$$

где K_B – коэффициент электромеханического взаимодействия (коэффициент упругой связи); T_y – постоянная упругих колебаний (масштаб времени); ξ_d – коэффициент относительного демпфирования электромагнитной подсистемы.

Общие и прямые оценки затухания колебаний в системе осуществляют по картине расположения корней характеристических уравнений. Для рассматриваемой ДЭМС обобщённые показатели электромеханического взаимодействия K_B , ξ_d , γ определяют комплектацию корней нормированного характеристического уравнения (2). В зависимости от сочетания корней, его можно представить тремя различными уравнениями [3]. В общем случае взаимодействие подсистем при их связанности всегда предполагает отвод энергии и одновременное её преобразование [5], а именно в данной задаче – энергии упругих колебаний МП в ЭП. Процессы необратимого преобразования имеют колебательный характер и описываются характеристическим уравнением эталонного вида [2]:

$$Q_2(p) = (T_0^2 p^2 + 2\xi_{\text{Э}} T_0 p + 1)(T_0^2 p^2 + 2\xi_{\text{М}} T_0 p + 1) \quad (3)$$

где $\xi_{\text{Э}}$, $\xi_{\text{М}}$ – относительный коэффициент демпфирования процессов для ЭП и МП при колебаниях в составе ДЭМС; T_0 – постоянная колебаний подсистем.

Представление исходного характеристического уравнения в форме (3) физически возможно при $\xi_{\text{М}} < \xi_{\text{Э}}$ и $\xi_{\text{Э}} < 1$, т.к. активное демпфирование упругих колебаний осуществляется собственно двигателем с колебательной реакцией и коэффициентом $\xi_d < 1$ [6] при допущении отсутствия в МП диссипативных элементов.

Полный отвод энергии МП в ЭП происходит на частоте упругих колебаний

$$\Omega_p = \Omega_{12} \sqrt{1 - \xi_0^2} \quad (4)$$

при коэффициенте упругой связи $K_B = 1/\gamma$ [2].

Оценка колебательности процессов ДЭМС производится по коэффициенту демпфирования

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \Omega_p^2}}, \quad (5)$$

где α – показатель затухания; Ω_p – резонансная частота той пары корней, которая определяет меньшее значение $\xi = \xi_{\text{min}}$.

Демпфирующее действие электропривода можно рассматривать как непрерывную функцию расположения корней [9]. При анализе границ существенного и слабого электромеханического взаимодействия установлено, что внутри интервалов допустимых значений обобщённых показателей функция степени демпфирующего действия электропривода имеет экстремум – максимум [10].

Тогда комплектация корней характеристического уравнения (2) будет такая же, как и эталонного (3) в случае соблюдения условий

$$\begin{cases} \xi_{\text{Э}} + \xi_{\text{М}} = \sqrt{\gamma} \xi_d \\ \xi_{\text{Э}} \xi_{\text{М}} = \frac{\gamma - 1}{4} \end{cases} \quad (6)$$

при строго определённой близости парциальных частот, определяемой коэффициентом K_B .

Уравнение (2) однозначно представляется в виде (3) при коэффициенте электромеханического взаимодействия K_B согласно [2]. Из (6) следует, что и математически для величин $\gamma \in (1; 5)$, $\xi_d < 1$ коэффициенты демпфирования процессов $\xi_{\text{Э}} < 1$ и $\xi_{\text{М}} < 1$, что не ограничивает условия решения задачи.

Расположение корней характеристического уравнения изменяется в зависимости от величины обобщённых показателей K_B , ξ_d , γ . Таким образом, демпфирующее действие электропривода можно рассматривать как непрерывную функцию расположения корней [9]. При анализе границ существенного и слабого электромеханического взаимодействия установлено, что внутри интервалов допустимых значений обобщённых показателей функция степени демпфирующего эффекта электропривода имеет экстремум – максимум [10]. Необходимое условие усиления электромеханической связи при реализации оптимального демпфирующего действия установлено в [2] $K_B = 1/\gamma$, произведём анализ системы уравнений (5) с целью нахождения экстремума функции демпфирующего действия, т.е. оптимального значения $\xi = \xi_0$. В первую очередь интерес представляет вносимое в систему демпфирование $\xi_{\text{М}}$ при взаимодействии подсистем. Для консервативной МП ($\xi_{12} = 0$) коэффициент $\xi_{\text{М}}$ будет являться прямым количественным показателем вносимого демпфирующего действия электропривода.

Если выразить из (5) коэффициент демпфирования $\xi_{\text{Э}}$ электромагнитной подсистемы в составе ДЭМС и произвести подстановку в (6), получим следующее уравнение

$$\sqrt{\gamma}\xi_D\xi_M - \xi_M^2 = \frac{1}{4}(\gamma - 1). \quad (7)$$

Обозначим для удобства анализа

$$F(\xi_M) = -\xi_M^2 + \sqrt{\gamma}\xi_D\xi_M - \frac{\gamma-1}{4} \quad (8)$$

и исследуем $F(\xi_M)$ на экстремум. Для этого определим из (9) первую производную

$$F'(\xi_M) = -2\xi_M + \sqrt{\gamma}\xi_D. \quad (9)$$

Функция (8) определена в интервалах вариации параметров ДЭМС $\xi_D \in (0;1)$, $\gamma \in (1;5)$, $\xi_M \in (0;1)$, и значения переменной ξ_M , при которых функция $F(\xi_M)$ имеет максимум или минимум, находим из условия обращения её производной (9) в нуль

$$-2\xi_M + \sqrt{\gamma}\xi_D = 0. \quad (10)$$

Величины коэффициентов демпфирования МП, при которых функция может иметь экстремум, находим из (10)

$$\xi_M = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\xi_D. \quad (11)$$

Вторая производная функции (8) определяется из (9) и, соответственно, имеет значение

$$F''(\xi_M) = -2. \quad (12)$$

Вблизи корня (11) функция $F''(\xi_M)$ меняет знак с положительного на отрицательный, следовательно при отрицательном значении $F''(\xi_M)$ квадратичная функция $F(\xi_M)$ имеет экстремум – максимум [9]. Подстановка ξ_M из (11) в уравнение (7) определяет величину коэффициента демпфирования отдельной (парциальной) ЭП, которая определяет ординату вершины параболы $F(\xi_M)$

$$\xi_D = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (13)$$

Искомое значение коэффициента демпфирования ξ_M , при котором достигается экстремум – максимальная (предельная) степень демпфирования упругих колебаний, найдено как результат подстановки ξ_D из (13) в соотношение (11) и имеет следующий вид:

$$\xi_M = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma-1}. \quad (14)$$

Остаётся определить процессы электромагнитной подсистемы. Согласно уравнения (3), демпфирование упругих электромеханических колебаний в электромагнитной подсистеме, характеризуется коэффициентом ξ_{Δ} , который находится из системы уравнений (6) после подстановки ξ_M и ξ_D для предельного (экстремального) случая (13), (14). Его значение при предельной степени демпфирования упругих колебаний ДЭМС

$$\xi_{\Delta} = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma-1}. \quad (15)$$

Аналогичные результаты даёт исследование функции $F(\xi_{\Delta})$ при поиске возможного экстремума по переменной ξ_{Δ} системы уравнений (6). Это указывает на симметричность системы уравнений относительно коэффициентов ξ_M , ξ_{Δ} для предельной степени электромеханического демпфирования.

Результаты исследования показывают, что максимум взаимодействия при заданном коэффициенте γ сов-

падает с наибольшим значением функции демпфирующего действия при соблюдении соотношений для обобщённых показателей:

$$\begin{cases} K_B = \frac{1}{\gamma}; \\ \xi_D = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \end{cases} \quad (16)$$

Максимальная (предельная) степень демпфирования в ДЭМС достигается при колебаниях одной частоты эталонного процесса (4) с коэффициентом

$$\xi_o = \xi_{\Delta} = \xi_M = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma-1}. \quad (17).$$

Равенство парциальных частот (4) частоте свободных колебаний ДЭМС Ω_o в теории колебаний трактуется как особый случай компенсации в динамике действия сил упругой связи [5].

Физически наличие связи подсистем не изменяет в предельном случае частоты электромеханической системы и ДЭМС в динамике ведёт себя как эквивалентная одномассовая система с оптимальными показателями

$$\begin{cases} -\xi_o = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma-1}; \\ \Omega_o = \frac{1}{2}\sqrt{5-\gamma}\Omega_{12}. \end{cases} \quad (18)$$

Наглядное представление о влиянии параметров ДЭМС на возможности демпфирования электроприводом упругих колебаний даёт графическая интерпретация результатов анализа влияния степени электромеханической связи на затухание переходных процессов.

Получены корни характеристического уравнения (2) при вариации обобщённых показателей γ и ξ_D (при $K_B = 1/\gamma$) с помощью программы математических вычислений Mathcad [11]. Вариация показателя ξ_D производилась для фиксированных значений γ , а затем рассчитывалась величина коэффициента демпфирования (5) и были получены графики зависимости $\xi = f(\xi_D)$ и $\Omega = f(\xi_D)$, которые приведены на рис. 2 и рис. 3 соответственно (график 1 – для $\gamma = 2,0$; график 2 – для $\gamma = 1,5$; график 3 – для $\gamma = 1,16$).

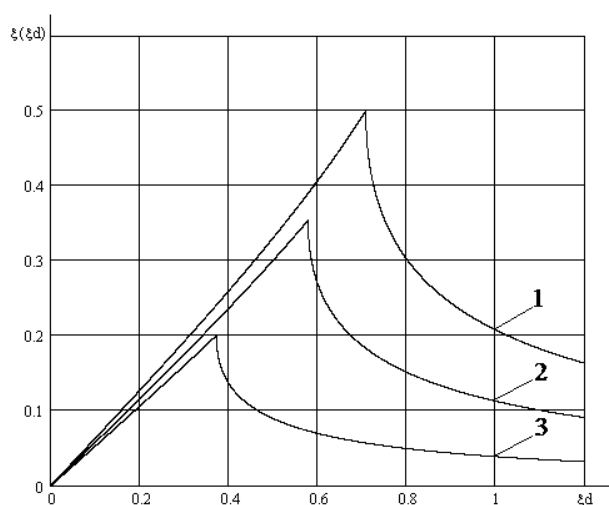


Рис. 2. Графики зависимости $\xi = f(\xi_D)$ при вариации величины коэффициента демпфирования

Графики зависимостей $\xi = f(\xi_d)$ имеют явно выраженный экстремум – максимум функции ξ в точках достижения предельной степени демпфирования при комплексно-сопряженных кратных корнях. В точках экстремума собственной частоты Ω кратные и максимальные для данного γ значение коэффициента ξ соответствует в точности оценке (5), найденной аналитически на основании исследования поведения функции и достижения экстремума (18).

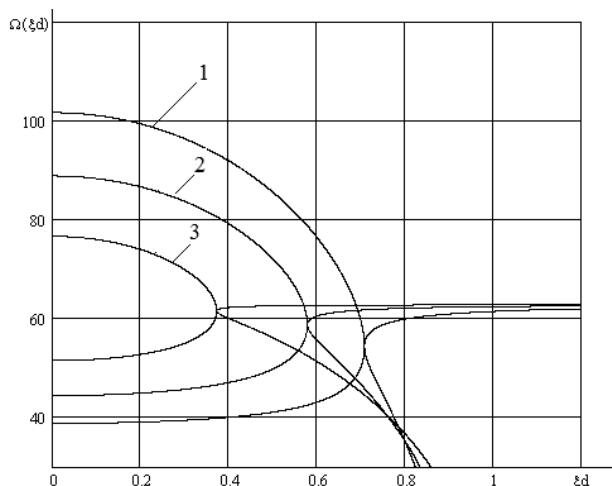


Рис. 3. Графики зависимости $\Omega = f(\xi_d)$ при вариации величины коэффициента демпфирования

Заключение. В результате исследований можно сделать следующие выводы:

- необходимыми условиями достижения максимума является определённая для данного γ величина затухания процессов в электромагнитной подсистеме ξ_d и коэффициент электромеханического взаимодействия K_B (16);

- экстремальная (максимальная) степень демпфирования электроприводом упругих механических колебаний достигается соответствующим выбором параметров ДЭМС, соотношения которых зависят от коэффициента γ , область значений которого лежит в пределах $1 < \gamma < 5$;

- при проектировании ДЭМС у инженера появляется возможность регламентировать электрическим способом степень гашения упругих механических колебаний, а показатели процессов предельного демпфирования характеризуются коэффициентами затухания и частотой колебаний согласно соотношениям (18) соответственно.

Список использованной литературы

1. Ключев В. И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В. И. Ключев. – М. : Энергия. – 1971. – 320 с.
2. Земляков В. Д. О демпфировании электроприводом упругих электромеханических колебаний [Текст] / В. Д. Земляков, Н. А. Задорожний // Изв. вузов. Электромеханика. – № 5. – 1985. – С. 92 – 98.
3. Ключев В. И. Теория электропривода / В. И. Ключев. – М. : Энергоатомиздат. – 1985. – 560 с.

4. Задорожний Н. А. Обобщённые оценки взаимосвязи упругих колебаний в приводах грузоподъёмных машин [Текст] / Н. А. Задорожний, Н. Г. Мариллов // Печатные материалы НТК «Проблемы подъёмно-транспортной техники». – Алушта : – 1993. – С. 62 – 65.

5. Мандельштам Л. И. Лекции по теории колебаний / Л. И. Мандельштам. – М. : Наука. – 1972. – 452 с.

6. Задорожний Н. А. О комплексном подходе при проектировании электромеханических систем с упругими связями [Текст] / Н. А. Задорожний // Печатные материалы НТК «Проблемы автоматизированного электропривода». – Харьков : – 1994. – С. 109 – 111.

7. Земляков В. Д. Оптимизация параметров систем подчинённого регулирования электроприводов с упругим механическим звеном [Текст] / В. Д. Земляков, Н. А. Задорожний // Электричество. – № 5. – 1984. – С. 49 – 52.

8. Задорожний Н. А. Оценка демпфирующей способности электропривода с упругим механическим звеном и вязким трением на валу двигателя [Текст] / Н. А. Задорожний, В. Д. Земляков // Электричество. – № 4. – 1989. – С. 70 – 72.

9. Кудрявцев Л. Д. Математический анализ / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Высшая шк. – 1970. – 590 с.

10. Задорожня И. Н. Влияние механической характеристики электродвигателя на динамические нагрузки в приводах металлургических машин [Текст] / И. Н. Задорожня // Машиностроение и техносфера XXI века: сб. трудов по материалам междунар. науч.-техн. конф., 17–22 сентября 2007 – Донецк : ДонНТУ. – 2007. – Т. 2. – С. 61 – 67.

11. Дьяконов В. П. Mathcad 2000. Учебный курс / В. П. Дьяконов. – СПб. : Питер. – 2000. – 592 с.

Получено 13.07.2014

References

1. Klyuchev V.I. Ogranichenie dinamicheskikh nagruzok elektroprivoda [Restricting the Dynamic Loads of the Electric Drive], (1971) Moscow, Russian Federation, *Energiya*, 320 p. (In Russian).
2. Zemlyakov V.D. O dempfirovanii elektroprivodom uprugih elektromekhanicheskikh kolebaniy [About Elastic Damping Electromechanical Oscillations by Electric Drive], (1985), *Izv. Vuzov. Elektromekhanika*, Vol. 5, pp. 92 – 98 (In Russian).
3. Klyuchev V.I. Teoriya elektroprivoda [Theory of Electric Drive], (1985), Moscow, Russian Federation, *Energoatomizdat*, 560 p. (In Russian).
4. Zadorozhnyi N., and N. Marilov Obobschyonye otsenki vzaimosvyazi uprugih kolebaniy v privodah gruzopodyomnyih mashin [Generalized Assess the Relationship of Elastic Vibrations in Drives Hoisting Machines], (1993), *Pechatnyye Materialy NTK "Problemy Pod'yomno-Transportnoy Tehniki"*, Alushta, Ukraina, pp. 62 – 65 (In Russian).

5. Mandelshtam L.I. *Leksii po teorii kolebaniy* [Lectures on the theory of Oscillations], (1972), Moscow, Russian Federation, *Nauka*, 452 p. (In Russian).

6. Zadorozhnyi N.A. O kompleksnom podhode pri proektirovanii elektromekhanicheskikh sistem s uprugimi svyazyami [About an Integrated Approach in the Design of Electromechanical Systems with Elastic ties], (1994), *Pechatnyie Materialy NTK "Problemyi Avtomatizirovannogo Elektroprivoda"*, Kharkov, Ukraina, pp. 109 – 111 (In Russian).

7. Zemlyakov V., and Zadorozhnyi N. Optimizatsiya parametrov sistem podchinYonnogo regulirovaniya elektroprivodov s uprugim mekhanicheskim zvenom [Optimization of Parameters of Electric Systems Subordinated Regulation with Elastic Mechanical Link], (1984), *Elektrichestvo*, Vol. 5, pp.49 – 52 (In Russian).

8. Zadorozhnyi N., and Zemlyakov V. Otsenka dempfiruyushey sposobnosti elektroprivoda s uprugim mekhanicheskim zvenom i vyazkim treniem na valu dvigatelya [Rating Damping Capacity with Elastic Mechanical Actuator Element and Viscous Friction of the Motor Shaft], (1989), *Elektrichestvo*, Vol. 4, pp. 70 – 72 (In Russian).

9. Kudryavtsev L.D. *Matematicheskiiy analiz* [Mathematical analysis], (1970), Moscow, Russian Federation, *Vyssh. shk.*, 590 p. (In Russian).

10. Zadorozhnyaya I.N. Vliyanie mekhanicheskoy karakteristiki elektrodvigatelya na dinamicheskie nagruzki v privodah metallurgicheskikh mashin [Effect of Mechanical Characteristics of the Motor on the Dynamic Load Drives Metallurgical Machines], (2007), *Mashinostroenie i Tehnosfera XXI veka: Sb. Trudov po Materialam Mezhdunar. Nauch.-Tehn. Konf., DonNTU*, Donetsk, Ukraina, Vol. 2, pp. 61 – 67 (In Russian).

11. Dyakonov V.P. *Mathcad 2000. Uchebnyiy kurs* [Mathcad 2000. Training], (2000), Spb-Piter, Russian Federation, 592 p.



Задорожня
Инна Николаевна, канд. техн. наук, каф. электромеханических систем автоматизации Донбасской государственной машиностроительной академии. 84313, Краматорск, ул. Шкадинова, 72.
Тел.: 0626416893, 0951542300.
E-mail:
zadorozhnyaya_in@ukr.net



Задорожний
Николай Алексеевич, канд. техн. наук, каф. электромеханических систем автоматизации Донбасской государственной машиностроительной академии, 84313 Краматорск, ул. Шкадинова, 72.
Тел.: 0626416893, 0660770779.
E-mail: bathot@mail.ru