

УДК 622.41:622.822

А.Л. Иванников

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

МГГУ, Россия

Получены аналитические решения распределения давления и скоростей газозвудушных смесей в анизотропных средах (выработанных пространствах) с различной проницаемостью по направлениям. Решения приведены для четырёх основных схем проветривания выемочных участков и проиллюстрированы графиками. Показано, что учёт анизотропности сред существенно меняет картину течения газов, вызывая вихревые потоки.

Ключевые слова: фильтрация, газозвудушные смеси, выработанное пространство, анизотропность, давление, скорость, аналитические решения

Постановка проблемы и анализ публикаций по теме исследований.

Процессы фильтрации воздуха и метана в выработанном пространстве как анизотропной среде являются важнейшим фактором, определяющим утечки воздуха и газовую ситуацию на добычном участке.

Известны многочисленные аналитические и численные решения задач фильтрации воздуха в выработанном пространстве, особенно для возвратноточной схемы проветривания [1–12]. При этом прямоточной схеме проветривания уделено незначительное внимание. Так, в работе [1] приведено аналитическое решение задачи фильтрации воздуха при прямоточной и возвратноточной схемах проветривания на выработанное пространство с изотропными свойствами. Тем самым не учтено изменение аэродинамического сопротивления в глубь анизотропного выработанного пространства с учётом уплотнения и слёживаемости пород. Вместе с тем при прямоточных схемах проветривания на целик и на выработанное пространство усиливается фильтрация воздуха вблизи лав, что меняет газовую ситуацию в глубине выработанного пространства.

Обычно процессы фильтрации воздуха рассматриваются в плоскости разрабатываемого пласта. Правомочность такого подхода обосновывается незначительной толщиной обрушенных пород по сравнению с длиной лавы и простираемостью выработанного пространства в глубину. Как отмечается в работе [10], по данным исследований на физической модели и по данным шахтных замеров фильтрационный поток утечек распространяется по всему объёму выработанного пространства. Однако этот поток по сути везде явля-

ется плоским, за исключением зон, примыкающих ко входу его в выработанное пространство и к выходу из выработанного пространства. В таких зонах наблюдается сдвиг поля скоростей перпендикулярно плоскости разрабатываемого пласта. Это объясняется увеличением плотности фильтрационного потока в связи с уменьшением площади поперечного сечения потока. Однако более правильное объяснение трёхмерного течения состоит в заполнении воздухом пустот над ещё не обрушившейся породной массой на контакте лавы с выработками добычного участка.

Цель исследования – получение аналитических решений фильтрации газоздушных смесей в анизотропных средах.

Материалы исследований. При разработке математической модели фильтрации воздуха в выработанном пространстве с анизотропными свойствами рассмотрим четыре основные схемы проветривания [10]: возвратноточную на выработанное пространство (В-Н-вт), возвратноточную на массив угля (М-Н-вт), прямоточную на выработанное пространство (В-Н-пт) и прямоточную на целик (М-Н-пт). На рис. 1 приведена схема привязки системы координат к выработанному пространству.

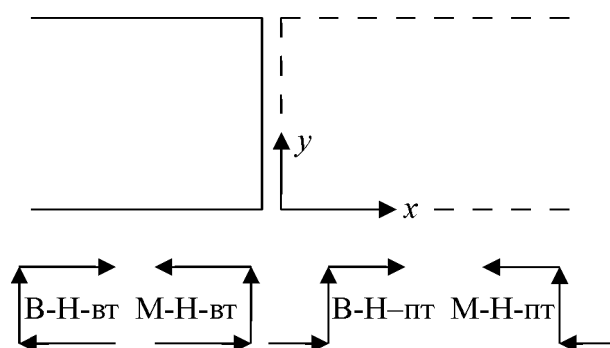


Рис. 1. Схема привязки системы координат к выработанному пространству с указанием направления движения вентиляционной струи по выработкам выемочного участка: x – в глубь выработанного пространства (штриховые линии) и y – вдоль лавы по ходу движения воздуха. Стрелками указано направление движения вентиляционной струи по выработкам выемочного участка в зависимости от схемы проветривания

Для аналитического описания фильтрации воздуха через анизотропное выработанное пространство используем двучленный закон сопротивления [13]:

$$\nabla P = -\frac{\eta}{k} \vec{v} - \frac{\beta \rho v}{\sqrt{k}} \vec{v}, \quad (1)$$

где ∇P – градиент давления, кПа/м; η – динамическая вязкость воздуха, кг/(м·с); k – коэффициент проницаемости пород выработанного пространства, м²; \vec{v} и v – соответственно вектор и модуль вектора скорости фильтрации, м/с; β – эмпирическая константа турбулентности фильтрационного потока в пористой среде; ρ – плотность воздуха в фильтрационном потоке, кг/м³.

Известно, что динамическая вязкость газов связана с кинематической вязкостью соотношением [13] $\eta = \rho\nu$ (где ν – кинематическая вязкость, м²/с). Используя это соотношение, представим уравнение (1) в виде

$$\nabla P = -\left(\frac{\nu}{k} + \frac{\beta\nu}{\sqrt{k}}\right)\rho\vec{v}. \quad (2)$$

Проведем оценку влияния турбулентности на ламинарный режим в выработанном пространстве, для чего представим уравнение (2) в виде

$$\nabla P = -\left(1 + \frac{\beta\nu}{\nu} \sqrt{k}\right)\nu\rho\vec{v}/k. \quad (3)$$

Рассмотрим поведение функции

$$f(\vec{v}) = \left(1 + \frac{\beta\nu}{\nu} \sqrt{k}\right)\vec{v} \quad (4)$$

в зависимости от скорости воздуха. На рис. 2 представлены результаты расчёта поведения функции f по формуле (4).

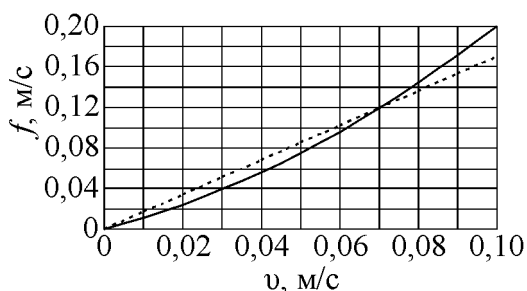


Рис. 2. Зависимость функции f (сплошная линия) от скорости фильтрации воздуха в выработанном пространстве (штриховая линия)

Как показывает сравнительный анализ, даже при ярко выраженном турбулентном характере фильтрации воздуха функцию f можно представлять в виде линейной зависимости $f = 1,7 v$ с величиной достоверности аппроксимации $R^2 = 0,96$, учитывая при этом нелинейность в коэффициенте проницаемости воздуха. Предложены различные зависимости коэффициента проницаемости выработанного пространства от расстояния до забоя лавы по простиранию разрабатываемого пласта: степенная, экспоненциальная в первой или второй степени. Будем считать, что коэффициенты проницаемости воздуха с разными начальными значениями по направлениям уменьшаются в глубину выработанного пространства по экспоненте в первой степени [3, 7]:

$$k_x = k_1 \exp(-ax); \quad k_y = k_2 \exp(-ax), \quad (5)$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты проницаемости выработанного пространства у лавы с учётом его анизотропности по направлениям соответственно по простиранию и падению разрабатываемого пласта, м²; a – показатель скорости уменьшения проницаемости в глубь выработанного пространства, учитывающий слёживаемость и уплотнение пород, 1/м; x – продольная координата по простиранию разрабатываемого пласта, м.

В проекциях на оси координат (x, y) векторное уравнение (3) с учётом (5) примет вид

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{v}{k_1} \exp(ax) \rho u; \quad -\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{v}{k_2} \exp(ax) \rho v, \quad (6)$$

где u – продольная составляющая скорости фильтрации в глубь выработанного пространства, м/с; v – поперечная составляющая скорости фильтрации по падению пласта, м/с; y – поперечная координата по падению пласта, м.

Используем уравнение неразрывности фильтрационного потока воздуха в плоскости разрабатываемого пласта [13]:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0. \quad (7)$$

Разрешая уравнение (6) относительно скоростей воздуха, затем дифференцируя его по соответствующим координатам и подставляя в уравнение (7), будем иметь

$$k_1 \frac{\partial[\exp(-ax) \frac{\partial P}{\partial x}]}{\partial x} + k_2 \exp(-ax) \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0. \quad (8)$$

Исключая экспоненту, в результате получим дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами для описания распределения давления воздуха в анизотропном выработанном пространстве

$$ak_1 \frac{\partial P}{\partial x} = k_1 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_2 \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}. \quad (9)$$

В отличие от уравнения (9) обычно при получении аналитического решения [1, 2] рассматривается уравнение Лапласа при $a = 0$ и $k_1 = k_2$, т. е. без учёта анизотропности выработанного пространства.

Преобразуем уравнение (9) к виду

$$\tilde{a} \frac{\partial P}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial^2 P}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}, \quad (10)$$

где $\tilde{x} = \sqrt{k_2/k_1} x$ – условная продольная координата с учётом анизотропности выработанного пространства, м; $\tilde{a} = \sqrt{k_1/k_2} a$ – показатель скорости изменения аэродинамического сопротивления выработанного пространства с учётом его анизотропности, 1/м.

Для решения уравнения фильтрации (10) необходимо добавить граничные условия. Так, для всех схем проветривания первое граничное условие (вдоль лавы) можно представить в виде [1, 2]:

$$P(0, y) = P_1 - (P_1 - P_2)y/L, \quad (11)$$

где P_1, P_2 – давление воздуха соответственно на входе в лаву и на выходе из нее, Па; L – длина лавы, м.

Остальные граничные условия принимаются в зависимости от схемы проветривания.

Получены аналитические решения уравнения (10) методом Фурье разделения переменных [1, 2] с первым граничным условием (11) и условиями на границах выработанного пространства по простиранию разрабатываемого пласта для четырёх основных схем проветривания (рис. 1):

1) возвратной на выработанное пространство (В-Н-вт) с дополнительными граничными условиями $P(x, 0) = P_1; P(x, L) = P_2$:

$$\frac{P - P_2}{P_1 - P_2} = 1 - y/L; \quad (12)$$

2) возвратной на целик (М-Н-вт) с дополнительными граничными условиями $P_y(x, 0) = P_y(x, L) = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{P - P_2}{P_1 - P_2} = 0,5 + \frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos[\pi(2m-1)y/L]}{(2m-1)^2} \exp[(\tilde{a}L/2 - \\ - \sqrt{(\tilde{a}L)^2/4 + [\pi(2m-1)]^2})\tilde{x}/L]; \end{aligned} \quad (13)$$

3) прямой на выработанное пространство (В-Н-пт) с дополнительными граничными условиями $P_y(x, 0) = 0; P(x, L) = P_2$:

$$\begin{aligned} \frac{P - P_2}{P_1 - P_2} = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos[\pi(m-1/2)y/L]}{(m-1/2)^2} \exp[(\tilde{a}L/2 - \\ - \sqrt{(\tilde{a}L)^2/4 + \pi^2/(m-1/2)^2})\tilde{x}/L]; \end{aligned} \quad (14)$$

4) прямой на целик (М-Н-пт) с дополнительными граничными условиями $P(x, 0) = P_1; P_y(x, L) = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{P - P_2}{P_1 - P_2} = 1 - \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos[\pi(m-1/2)y/L]}{(m-1/2)^2} \exp[(\tilde{a}L/2 - \\ - \sqrt{(\tilde{a}L)^2/4 + \pi^2/(m-1/2)^2})\tilde{x}/L]. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь функция P_y обозначена как частная производная давления P по координате y .

Полученные аналитические зависимости давления (12) – (15) позволяют по формулам (6) определить поле скоростей смеси газов и моделировать различные режимы фильтрации в анизотропном выработанном пространстве при различных основных схемах проветривания.

Так, дифференцируя решения (13) и (14) по \tilde{x} , получим формулы для расчётов продольной составляющей скорости фильтрации воздуха \bar{u} (в глубь выработанного пространства) соответственно по схемам М-Н-вт и В-Н-пт. По результатам расчётов построены кривые изменения величины \bar{u} по простиранию пласта при параметре $\tilde{a}L = 4$ (рис. 3).

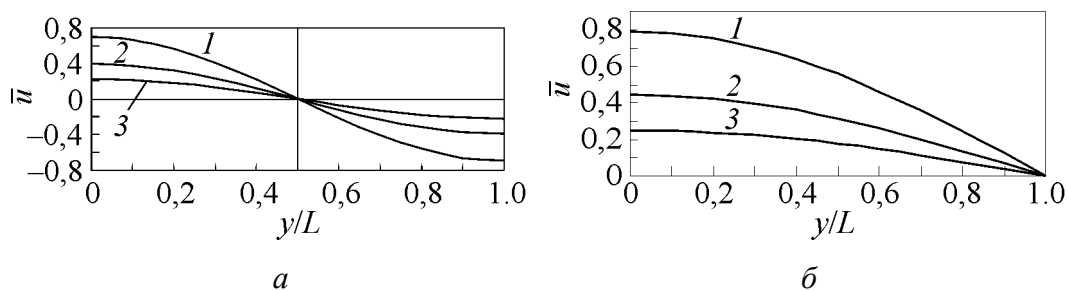


Рис. 3. Распределение по схемам М-Н-вт (а) и В-Н-пт (б) продольной составляющей относительной скорости воздуха по простиранию разрабатываемого пласта на различных расстояниях от лавы: 1 – $\tilde{x}/L = 0$; 2 – $\tilde{x}/L = 0,1$; 3 – $\tilde{x}/L = 0,2$

Очевидно, что в нижней части лавы воздух движется в глубь выработанного пространства, а в верхней части – в обратном направлении к забою лавы, причём скорость воздуха быстро падает с удалением от лавы и уже на расстоянии $\tilde{x}/L = 0,5$ составляет, как показывают расчёты, менее 5% от первоначальной.

При расчётах продольная составляющая относительной скорости определялась по формуле

$$\bar{u}(\tilde{x}, y) = \frac{u(\tilde{x}, y)\eta L}{\sqrt{k_1 k_2} (P_1 - P_2)}. \quad (16)$$

Как показывают результаты расчёта, по всему простиранию пласта воздух движется в глубь выработанного пространства, уменьшаясь с увеличением расстояния как от лавы, так и от конвейерного штрека.

Схема М-Н-пт является зеркальным отражением схемы В-Н-пт при реверсировании вентиляционной струи, а схема В-Н-вт представляет наиболее простую схему с распределением по экспоненте продольной скорости в глубь выработанного пространства.

Вывод. Таким образом, полученные аналитические решения закономерностей фильтрации газоздушных смесей в анизотропных средах для четырёх основных схем проветривания выемочных участков позволили представить более достоверную картину распределения давлений и скоростей газов.

1. *Глузберг Е.И.* Комплексная профилактика газовой и пожарной опасности в угольных шахтах / Е.И. Глузберг, Н.Ф. Гращенков, В.С. Шалаев. – М.: Недра, 1988. – 181 с.
2. *Гращенков Н.Ф.* Исследование утечек воздуха через выработанное пространство / Н.Ф. Гращенков, Е.И. Глузберг // ФТПРПИ. – 1984. – № 3. – С. 75 – 78.
3. *Абрамов Ф.А.* Распределение утечек воздуха через выработанное пространство / Ф.А. Абрамов, В.Ю. Горб, А.Е. Калюсский // Безопасность труда в промышленности. – 1972. – № 4. – С. 78 – 82.
4. *Богатырев В.Д.* Моделирование фильтрационных потоков в выработанных пространствах при помощи представления их вентиляционной сетью / В.Д. Бо-

- гатырев, Н.В. Беляева // Вопросы безопасности горных работ в шахтах. – Кемерово: ВостНИИ, 1984. – С. 34 – 38.
5. *Маевская В.М.* Распределение давления и скорости воздуха в выработанном пространстве / В.М. Маевская, В.А. Бонецкий, А.Г. Поликаров // Вентиляция шахт и предупреждения взрывов. – Кемерово, 1975. – Т. 26. – С. 28 – 39.
 6. *Масляев А.Е.* Определение утечек воздуха через выработанное пространство при прямоточных схемах проветривания / А.Е. Масляев, Н.И. Линденау // Предупреждение и тушение подземных пожаров. Повышение безопасности на рудничном транспорте и при взрывных работах. – Прокопьевск: ВостНИИ, 1974. – Т. 2. – С. 17–22.
 7. *Милетич А.Ф.* Утечки воздуха и их расчёт при проветривании шахт / А.Ф. Милетич. – М.: Недра, 1968. – 148 с.
 8. *Мясников А.А.* Аэродинамический режим выработанных пространств при разработке угольных пластов длинными столбами по простиранию / А.А. Мясников, В.М. Маевская, Л.П. Белавенцов и др. – М.: ЦНИЭИуголь, 1972. – 17 с.
 9. *Пучков Л.А.* Аэродинамика подземных выработанных пространств / Л.А. Пучков. – М.: Изд-во Московского гос. горного ун-та, 1993. – 267 с.
 10. *Пучков Л.А.* Динамика метана в выработанных пространствах / Л.А. Пучков, Н.О. Каледина. – М.: Издательство Московского гос. горного ун-та, 1995. – 313 с.
 11. *Ушаков К.З.* Аналитические методы расчёта утечек воздуха через выработанное пространство / К.З. Ушаков // ФТПРПИ. – 1971. – №1. – С. 136 – 140.
 12. *Фельдман Л.П.* Исследование движения и диффузии газовых смесей в выработанных пространствах участков угольных шахт численными методами / Л.П. Фельдман // Изв. вузов. Горный журнал. – 1977. – № 2. – С. 74 – 81.
 13. *Лыков А.В.* Тепломассообмен (Справочник) / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1971. – 560 с.

О.Л. Іванніков

АНАЛІТИЧНІ ВИРІШЕННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ ГАЗОПОВІТРЯНИХ СУМІШЕЙ В АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Отримано аналітичні рішення розподілу тиску й швидкостей газоповітряних сумішей в анізотропних середовищах (вироблених просторах) з різною проникністю по напрямках. Рішення наведено для чотирьох основних схем провітрювання виїмкових діляниць і проілюстровано графіками. Показано, що урахування анізотропності середовища істотно міняє картину перебігу газів, викликаючи вихрові потоки.

Ключові слова: фільтрація, газоповітряні суміші, вироблений простір, анізотропність, тиск, швидкість, аналітичні рішення

A.L. Ivannikov

ANALYTICAL SOLUTIONS OF FILTRATION OF AIR–GAS MIXTURES IN THE ANISOTROPIC MEDIA

The analytical solutions of distribution of pressures and velocities of the air–gas mixtures in the anisotropic media (goafs) with the various penetrability in any directions have been received. The solutions for four principal ventilation schemes of the blocks are adduced and illustrated with the diagrams. It is shown that the taking into account of the anisotropy of the media changes the picture of the gas flows essentially provoking the vortex flows.

Keywords: filtration, air–gas mixtures, goafs, anisotropy, pressure, speed, analytical decisions