

УДК 622+536.12:517.956.4

И.Р. Венгеров, А.Н. Молчанов, А.А. Камчатный

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ДЕСОРБИРУЮЩЕГОСЯ МЕТАНА В НЕОДНОРОДНЫХ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТАХ

Институт физики горных процессов НАН Украины

*Изложен и реализован метод математического моделирования фильтрации метана в неоднородных пластах с учётом его десорбции, описываемой изотермой Ленгмюра. Использован новый, аналитико-численный метод приближённого решения краевых задач тепло- и массопереноса. Найдены поля давлений метана в неоднородных пластах по двум моделям. Рассчитана динамика дебитов метана через поверхность обнажения в забое. Решена обратная задача фильтрации.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование, десорбция и фильтрация метана, неоднородный пласт угля, численные расчёты, поля давления метана, дебит метана

### Введение

Актуальность исследований физических свойств системы уголь–метан в последнее время повысилась в связи с ростом трудностей совершенствования технологии угледобычи и техники безопасности при проведении горных работ на глубоких горизонтах. Обобщение фундаментальных исследований, выполненных в ИФГП НАН Украины, осуществлено в [1–4] и других работах. Исследование проблемы уголь–метан проводится и в других научных организациях как в Украине, так и за рубежом [5, 6]. Наряду с тонкими экспериментальными методами современной микрофизики [3, 4], развиваются, дополняя их, классические макроскопические методы математического моделирования процессов переноса (фильтрации, в частности) [7–10].

Обширный, выполненный ранее обзор работ последнего направления [11] показал, что целостной теоретической концепции нет, а имеющиеся математические модели процессов либо чрезмерно упрощены, либо, напротив, сводятся к нагромождению формул, численная реализация которых отсутствует. Определённые пути преодоления этих недостатков были указаны в [12], однако инерция старых подходов велика [8, 9, 13]: в моделях фильтрации метана, в частности, иногда не учитывают процессы его десорбции и неоднородности реальных угольных пластов.

Настоящая работа продолжает [10], где были получены решения ряда базисных краевых задач фильтрации в неоднородных пластах на основе анали-

тико-численного метода [12]. Целью является математическое моделирование фильтрации метана «полного цикла»: формулировка моделей, нахождение исходных данных – численных значений всех параметров (предварительный этап моделирования) и численная реализация моделей – получение пригодных для последующего анализа графиков, отображающих динамику полей давлений и дебитов метана. Рассматриваются две дополняющие друг друга математические модели.

### Модель 1. Фильтрация метана в экзогенной зоне пласта

Рассматривается одномерная область в угольном пласте –  $\Omega_1 = \{z \in (0, l_1)\}$ . Ось  $Oz$  направлена от поверхности обнажения пласта ( $z = 0$ ) вглубь его. Эта область – экзогенная зона, в которой под воздействием угледобычи коллекторские свойства пласта (его пористость и проницаемость) зависят от координаты  $z$ , принимая максимальные значения на его поверхности ( $z = 0$ ) и убывая экспоненциально [11] до значений, соответствующих его удалённым областям пласта (вне зоны влияния горных работ). На основании [7, 14, 15] принято  $l_1 = 6m$ , где  $m$  – мощность пласта, м. Согласно экспериментальным данным [11]:

$$n_1 = n_0 \exp\left(-\alpha \frac{z}{l_1}\right), \quad K_1(z) = K_0 \exp\left(-k \frac{z}{l_1}\right), \quad (1)$$

где  $n_1(z)$ ,  $K_1(z)$  – соответственно эффективная пористость и проницаемость,  $n_0$  и  $K_0$  – соответственно их максимальные (при  $z = 0$ ) значения,  $n_1(l_1) = n_\infty$ ,  $K_1(l_1) = K_\infty$  – их минимальные значения (в глубине пласта). Коэффициенты  $\alpha$  и  $k$  в (1) определяются выражениями:

$$\alpha = \ln\left(\frac{n_0}{n_\infty}\right), \quad k = \ln\left(\frac{k_0}{k_\infty}\right). \quad (2)$$

В соответствии с формулой Козени–Кармана принимаем, как и в [7, 11, 14], что справедлива зависимость:

$$\frac{K_\infty}{n_\infty^2} = \frac{K_0}{n_0^2} = \Gamma_0 = \text{const}. \quad (3)$$

Для описания процесса фильтрации метана, сопровождающегося его десорбцией, используем уравнение Р.М. Кричевского, модифицируя его:

$$C_1(z) \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_1(z) \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial z} \right) + \tilde{U}_\infty \delta_+(t), \quad \tilde{U}_1(z, t) = \Theta_+(t) P^2(z, t). \quad (4)$$

Здесь  $P = P(z, t)$  – давление метана в  $\Omega_1$ ;  $\tilde{U}_\infty = P_\infty^2$  (где  $P_\infty$  – давление метана в глубине пласта вне зоны влияния очистных работ);  $\delta_+(t)$  – «правая» дельта-функция Дирака;  $C_1(z)$ ,  $K_1(z)$  – функции, определённые согласно (1) и соотношению

$$C_1(z) = \frac{\mu}{P_*} (n_1(z) + N_*), \quad N_* = \frac{abRT}{(1 + bP_*)^2}, \quad (5)$$

где  $\mu$  – вязкость метана;  $a, b$  – коэффициенты изотермы Ленгмюра;  $T$  – абсолютная температура пласта на данной глубине;  $P^* = 0,86P_\infty$  – параметр линеаризации уравнения фильтрации по Р.Н. Кригман [10].

Краевые условия к (4) сформулируем, предполагая, что: 1) поверхность обнажения формируется достаточно быстро, так что начальное давление в пласте одномерно, однородно и совпадает с  $P_\infty$ ; 2) на границе  $z = 0$  давление совпадает с атмосферным давлением  $P_0$ ; 3) на границе  $\Omega_1 z = l_1$  начинается область повышенного горного давления (опорное давление, геологическое нарушение, выбросоопасная зона), что приводит к практически нулевой газопроницаемости при  $z > l_1$  (что делает границу области  $\Omega_1 z = l_1$  газопроницаемой). Отсюда следуют краевые условия для (4):

$$\tilde{U}_1(z, 0) = \tilde{U}_\infty = P_\infty^2 = \text{const}; \quad \tilde{U}_1(0, t) = \tilde{U}_0 = P_0^2 = \text{const}; \quad \left. \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial z} \right|_{z=l_1} = 0, \quad t > 0. \quad (6)$$

Решение этой краевой задачи было получено в [10] и после некоторых преобразований приводится к виду

$$\tilde{U}_1(\xi, t) = \tilde{U}_0 + 1,25\psi_2(\xi)(\tilde{U}_\infty - \tilde{U}_0)E_1(t), \quad \xi \in [0, 1], \quad t > 0. \quad (7)$$

Здесь

$$\xi = \frac{z}{l_1}, \quad \psi_2(\xi) = (2 - \xi)\xi, \quad E_1(t) = \exp\left(-2,5 \frac{a_{1e}}{l_1^2} t\right), \quad (8)$$

$$a_{1e} = a_0\Phi_0(k, m_1) + a_\infty\Phi_\infty(k, m), \quad (9)$$

$$\Phi_0(k, m) = m \left[ \frac{112 + 18k + (60 - 9k)m + (8 - 3k)m^2}{8(2 + m)(3 + m)(4 + m)} \right], \quad a_0 = \frac{K_0}{C_0}, \quad (10)$$

$$\Phi_\infty(k, m) = \frac{3(1 + k)}{2 + m} - \frac{3(6k + 2)}{4(3 + m)} + \frac{3k}{2(4 + m)}, \quad a_\infty = \frac{K_\infty}{C_\infty}. \quad (11)$$

Коэффициент  $a_{1e}$  будем называть эффективным коэффициентом баропроницаемости, поскольку с его помощью описывается неоднородность пласта;  $K_0, C_0$  – значения  $K_1(z)$  и  $C_1(z)$  при  $z = 0$ , а  $K_\infty$  и  $C_\infty$  – при  $z = l_1$ . Параметр  $k$  определен второй из формул (2), а параметр  $m$  является показателем степени при  $\xi$  в степенной аппроксимации функции  $a_1(z) = K_1(z)/C_1(z)$  [10].

Для определения из (7) поля давлений  $P_1(\xi, t)$  достаточно простой формулы

$$P_1(\xi, t) = \sqrt{\tilde{U}_1(\xi; t)}. \quad (12)$$

По (7) также находятся « $U$ -поток»  $q_U$  и дебит метана  $q_0$ , имеющий размерность  $\text{м}^3/\text{ч} \cdot 1 \text{ п.г.}$  (1 п.г. – один погонный метр забоя):

$$q_U = \left. \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2,5}{l_1} (\tilde{U}_\infty - \tilde{U}_0) E_1(t), \quad q_0 = m \left( \frac{K_0}{2\mu} \right) q_U. \quad (13)$$

Формулы (12) и (13) используются при численной реализации модели 1.

**Модель 2. Фильтрация метана в двухзонной модели**

Рассматривается модель  ${}_1\{\Omega_1, \Omega_2\}_2$ , что означает составную область, образованную экзогенной  $\Omega_1$  и эндогенной  $\Omega_2$  зонами. В последней коллекторские параметры  $n_\infty, K_\infty, C_\infty$  постоянны. Левый индекс «1» у скобки говорит о том, что при  $z = 0$  (т.е. на левой границе области  $\Omega_1$ ) имеется, как и в модели 1, граничное условие 1-го рода. Правый индекс «2» у скобки говорит о том, что на правой границе области  $\Omega_2 = \{z' \in (0, l_2)\}$  (где  $z' = l_2$ ) задано граничное условие 2-го рода. По тем же основаниям, что и в модели 1, считаем это условие однородным (т.е.  $\left(\frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial z'}\right)_{z'=l_2} = 0$ ).

Математическая формулировка смешанной краевой задачи фильтрации в системе двух областей  ${}_1\{\Omega_1, \Omega_2\}_2$  содержит в себе как составляющую модель 1, в которой граничное условие 2-го рода на границе  $z = l_1$  ( $z' = 0$ ) заменено на граничное условие 4-го рода – условие «склейки» полей  $\tilde{U}_1(z, t)$  и  $\tilde{U}_2(z', t)$  на общей границе двух областей:

$$\tilde{U}_1(z, t) \Big|_{z=l_1} = \tilde{U}_2(z', t) \Big|_{z'=0}, \quad \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial z} \Big|_{z=l_1} = \frac{\partial \tilde{U}_2}{\partial z'} \Big|_{z'=0}, \quad t > 0. \quad (14)$$

Решение двухслойной краевой задачи осуществляется методом функций склейки [12]. Функция склейки  $\tilde{\mu}_U(t)$  вводится на основании первого из условий (14). Структура решения в  $\Omega_2$  имеет вид, аналогичный (7), но с учётом (14):

$$\tilde{U}_2(\xi'; t) = \tilde{\mu}_U(t) + 1, 25 \left( \tilde{U}_\infty - \mu_U(t') \right) \psi_2(\xi') E_2(t), \quad \xi' = \frac{z'}{l_2} \in [0, 1], \quad t > 0.$$

Подстановка во второе из условий (14) функций  $\tilde{U}_1(\xi; t)$  и  $\tilde{U}_2(\xi'; t)$  даёт уравнение, из которого находится  $\tilde{\mu}_U(t)$ . Однако использовать в качестве  $\tilde{U}_1(\xi; t)$  ту функцию, которая найдена по модели 1, нельзя, т.к. она при  $\xi = 1$  удовлетворяет однородному граничному условию 2-го рода, а не (14). Поэтому, используя данные численных расчётов по модели 1 (т.е. фактически в диалоге с ПК), аппроксимируем поле в области  $\Omega_1$  простой экспоненциальной зависимостью, дающей погрешность, не превосходящую 5% [12]. Это позволяет найти, с той же точностью, простое выражение для функции склейки  $\tilde{\mu}_U(t)$ :

$$\tilde{\mu}_U(t) = \tilde{U}_0 + (\tilde{U}_\infty - \tilde{U}_0) \exp(-\gamma_2 t), \quad (15)$$

$$\gamma_2 = 0,0694 M(K_l) \left( \frac{a_\infty}{m^2} \right), \quad M(K_l) = [(16,7 + K_l) K_l]^{-1}, \quad K_l = \frac{l_2}{l_1}. \quad (16)$$

$U$ -поток  $q_U$  и поток метана  $q_0$  можно найти, подставив в выражение для  $\tilde{U}_1(\xi; t)$  (аппроксимированное) функцию  $\tilde{\mu}_U(t)$ . В итоге находим

$$q_{U_2} = \frac{2,5}{l_2} (\tilde{U}_\infty - \tilde{U}_0) \exp(-F_2 t), \quad F_2 = \gamma_2 t, \quad q_0 = m \left( \frac{K_0}{2\mu} \right) q_{U_2}. \quad (17)$$

Для перехода к численной реализации моделей 1 и 2 необходим предварительный этап моделирования – определение численных значений всех параметров.

### Предварительный этап моделирования

Используем в качестве литературных источников, как численных констант, так и эмпирических формул-корреляций параметров с главными влияющими факторами, наиболее, на наш взгляд, надёжные [16, 17]. Принимаем следующие диапазоны горно-геологических параметров: глубина  $H = 700–1300$  м; выход летучих  $V^\Gamma = 5–45\%$ ; мощность пласта –  $m = 0,5–1,5$  м. По формулам, приведенным в [17], были рассчитаны: температура пластов на различных глубинах  $T = T(H)$ ; фильтрующий объём (эффективная пористость) пласта в экзогенной зоне  $n_\infty = n_\infty(H, V^\Gamma)$ ; начальное давление метана в эндогенной зоне  $P_\infty = P_\infty(H, V^\Gamma)$ ; коэффициенты изотермы Ленгмюра  $b = b(V^\Gamma)$ ;  $a = a(H, V^\Gamma)$ .

Численные расчёты показали, что минимальное  $n_\infty = 0,02$  соответствует  $V^\Gamma = 25\%$ , а максимальное  $n_\infty = 0,102$  соответствует  $V^\Gamma = 45\%$ . При  $V^\Gamma \in [5\%; 25\%]$  параметр  $n_\infty$  возрастает, как и при  $V^\Gamma \in [25\%; 45\%]$ . Этот рост близок к линейному, что позволяет осуществить моделирование для двух граничных значений параметра  $n_\infty$ : 0,02 и 0,102. Соответственно и другие коллекторские параметры будем вычислять для граничных значений  $V^\Gamma = 25\%$  и  $V^\Gamma = 45\%$ . Обозначим  $V_1^\Gamma = 25\%$  и  $V_2^\Gamma = 45\%$ . Используя корреляции [17] и учитывая (3), находим

$$K_{\infty,j} = \Gamma_0(n_{\infty,j})^3, \quad n_{\infty,j} = n_\infty(V_j^\Gamma), \quad j = 1, 2.$$

Полагая минимальное  $K_\infty = 10^{-3} \mu D = 10^{-18} \text{ м}^2$ , находим, что  $\Gamma_0 = 1,25 \cdot 10^{-13}$ . Тогда  $K_{0j} = \Gamma_0(n_{0j})^3$ ,  $K_{01} = 1,26 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ ,  $K_{02} = 2,88 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2$ . Отсюда и с учётом (2):  $k_j = k_j(V_j^\Gamma)$ ,  $k_1 = 7,18$ ,  $k_2 = 2,97$ ;  $b_j = b_j(V_j^\Gamma)$ ,  $b_1 = 0,0126 \text{ атм}^{-1}$ ,  $b_2 = 0,094 \text{ атм}^{-1}$ .

Для вычисления  $n_{0j}$  ( $j = 1, 2$ ) используем полученную нами зависимость

$$n_0 = 1 - (1 - n_\infty)K_p, \quad K_p = \gamma_0/\gamma_\infty, \quad (18)$$

где  $\gamma_0, \gamma_\infty$  – соответственно плотность пласта вблизи поверхности обнажения и в глубине пласта. Величина  $K_p$  является обратной к коэффициенту разрыхления, используемому в механике горных пород.

Из (18) определяем  $n_{0j} = 1 - (1 - n_\infty)K_p$ . По литературным данным [7] находим:  $K_p \approx 0,8$ , так что  $n_{01} = 0,216$ ,  $n_{02} = 0,285$ .

Ряд необходимых параметров зависит не только от  $V^\Gamma$ , но и от  $H$ . Граничными значениями глубины  $H$  принимаем, как и в случае  $V^\Gamma$ , минимальное и максимальное значения, т.е.  $H_1 = 700$  м,  $H_2 = 1300$  м. Обозначая величины, зависящие от  $V_j^\Gamma$  и  $H_i$  ( $i = 1, 2$ ), совокупностью  $\{i, j\}$ , вычисляем двухиндексные (т.е. принимающие 4 граничных значения) параметры и результаты расчётов сводим в таблицу.

Параметры математических моделей

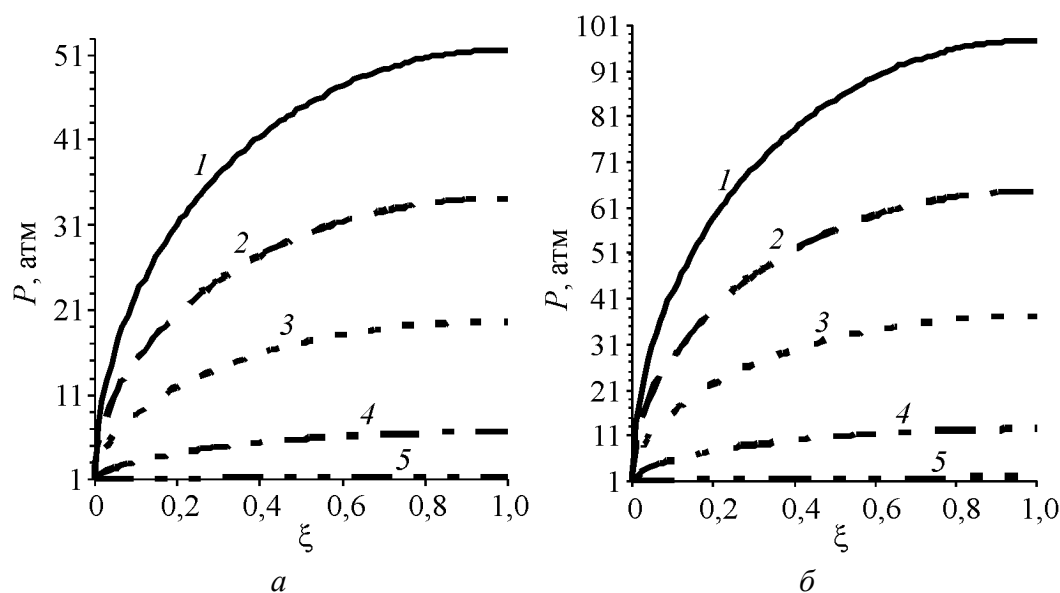
Параметры	$\{i, j\}$ – комбинации параметров			
	{1, 1}	{1, 2}	{2, 1}	{2, 2}
$P_{\infty ij}$ , атм	53,2	41,6	112	100
$a_{ij}$ , кг/м <sup>3</sup>	12,78	8,32	10,26	6,68
$a_{\infty ij}$ , м <sup>2</sup> /ч	0,016	0,854	0,078	2,982
$a_{0ij}$ , м <sup>2</sup> /ч	5,84	8,15	14,65	23,18
$a_{1ei,j}$ , м <sup>2</sup> /ч	0,64	3,45	2,1	10,87

На основании полученных на предварительном этапе численных значений всех используемых в моделях 1 и 2 величин производим численные расчёты по формулам (12), (13), (15) и (17).

### Результаты моделирования

В рамках модели 1 были найдены конфигурации полей давления метана  $P$  (атм) в экзогенной зоне пласта для различных моментов безразмерного времени  $F_1 = a_{1e}t/m^2$ . По этой формуле осуществляется пересчёт от  $F_1$  к физическому времени  $t$  (час). Данные расчётов частично представлены на рис. 1.

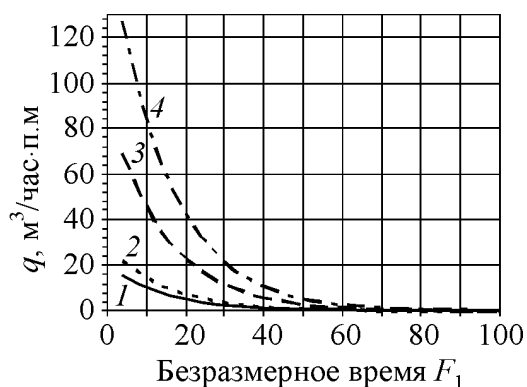
Как видно из рис. 1,а, спустя четверо суток после формирования поверхности обнажения давление метана в экзогенной зоне практически становится равным атмосферному.



**Рис. 1.** Поле давлений метана в экзогенной зоне для различных моментов времени ( $\xi$  – безразмерная ширина зоны): а – распределения давлений для случая  $H = 700$  м,  $P_{\infty} = 53$  атм,  $V^r = 25\%$ , б – для случая  $H = 1300$  м,  $P_{\infty} = 100$  атм,  $V^r = 45\%$ . Для других случаев кривые аналогичны. На рис. 1,а кривые 1–5 соответствуют моментам времени:  $t_1 = 6,25$  ч,  $t_2 = 12,5$  ч,  $t_3 = 25$  ч,  $t_4 = 50$  ч,  $t_5 = 100$  ч; на рис. 1,б – моментам времени:  $t_1 = 0,32$  ч,  $t_2 = 0,64$  ч,  $t_3 = 1,28$  ч,  $t_4 = 2,56$  ч,  $t_5 = 5,12$  ч

Падение давления метана на рис. 1,б происходит существенно более быстро:  $t_5^{(б)}/t_5^{(а)} \simeq 0,05$  (т.е. в случае б давление метана становится равным атмосферному в 20 раз быстрее, чем в случае а). Это обусловлено тем, что в случае б глубина пласта  $H$  и выход летучих  $V^Г$  почти в 2 раза превышают таковые в случае а. Соответственно, и начальное давление метана, являющееся потенциалом массопереноса при фильтрации, в случае б в два раза больше. Таким образом, наблюдая в шахтных условиях кинетику падения давления метана, можно оценить параметры модели.

Динамика дебитов метана представлена на рис. 2.

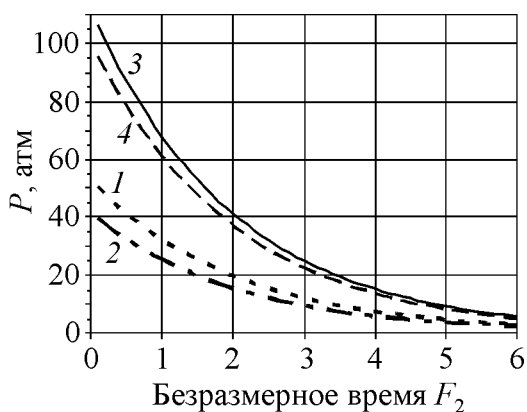


**Рис. 2.** Дебит метана в различные моменты безразмерного времени ( $F_1 \in [4, 100]$ ). Кривым 1–4 соответствуют падающие со временем дебиты метана для граничных значений исходных данных: кривая 1 –  $H = 700$  м,  $P_\infty = 53$  атм,  $V^Г = 25\%$ ; кривая 2 –  $H = 700$  м,  $P_\infty = 42$  атм,  $V^Г = 45\%$ ; кривая 3 –  $H = 1300$  м,  $P_\infty = 112$  атм,  $V^Г = 25\%$ ; кривая 4 –  $H = 1300$  м,  $P_\infty = 100$  атм,  $V^Г = 45\%$

Из рис. 2 видно, что кривые 1 и 2 стремятся к нулю быстрее, чем кривые 3 и 4, т. е. при меньших глубинах ( $H = 700$  м) метаноотдача пласта происходит быстрее, что, казалось бы, противоречит данным рис. 1 о том, что падение давления при больших глубинах ( $H = 1300$  м) происходит быстрее. Это противоречие кажущееся, поскольку на больших глубинах количество метана (как в свободном состоянии, так и в связанном-сорбированном) в пласте значительно превышает (в силу почти удвоения  $P_\infty$ ) таковое в неглубоком пласте.

**В рамках модели 2** были рассчитаны величины давления метана на границе между экзогенной и эндогенной зонами (рис. 3).

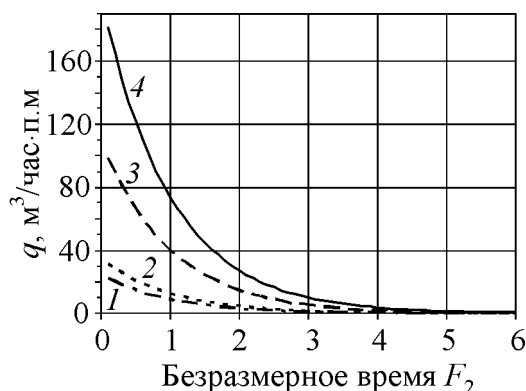
Безразмерное время  $F_2$  определено по формулам (16) и (17) и содержит множитель  $M(K_l)$ , который позволяет по рис. 3 находить значения давления метана на межзонной границе не только для разных наборов параметров



**Рис. 3.** Динамика давлений метана на межзонной границе. Кривым соответствуют наборы параметров: кривая 1 –  $H = 700$  м,  $V^Г = 25\%$ ; кривая 2 –  $H = 700$  м,  $V^Г = 45\%$ ; кривая 3 –  $H = 1300$  м,  $V^Г = 25\%$ ; кривая 4 –  $H = 1300$  м,  $V^Г = 45\%$

(кривые 1–4) и моментов физического времени  $t$  (час), определённых по (16), (17), где  $F_2 \in [0,1; 2,0]$ , но и для различных размеров эндогенной зоны  $\Omega_2$  (параметр  $K_l = l_2/l_1 \in [0,1; 2,0]$ ).

Это же относится и к дебитам метана, результаты вычисления которых представлены на рис. 4.



**Рис. 4.** Дебиты метана в модели 2 для различных моментов времени. Кривым 1–4 соответствуют: кривая 1 –  $H = 700$  м,  $V^r = 25\%$ ; кривая 2 –  $H = 700$  м,  $V^r = 45\%$ , кривая 3 –  $H = 1300$  м,  $V^r = 25\%$ ; кривая 4 –  $H = 1300$  м,  $V^r = 45\%$

Сравнение данных рис. 2 и 4 показывает, что начальные дебиты метана в модели 2 превышают таковые в модели 1. Это обусловлено тем, что в модели 2, в отличие от модели 1, имеет место подпитка метаном области  $\Omega_1$  из области  $\Omega_2$ .

**Возможности верификации моделей 1 и 2** существенно ограничены отрывочностью и неполнотой сведений обо всей совокупности параметров, используемых в моделях и, как правило, не фиксируемых в шахтных экспериментах по измерению давлений метана и его дебитов. Тем не менее, по совокупности данных, приведённых в [7, 8, 11, 13, 19–21], можно заключить, что для весьма разнообразных горно-геологических условий и коллекторских свойств угольных пластов Донбасса и Кузбасса дебиты метана в забоях варьируются в диапазоне (0,18–180)  $\text{м}^3/\text{м}^2 \cdot \text{час}$ , т.е. соответствуют данным моделирования.

### Решение обратной задачи

Обратная задача заключается в том, чтобы зная измеренные в шахтных условиях значения дебита метана в определённый момент времени для угольного пласта с известными горно-геологическими и фильтрационными параметрами, найти  $l_2 = K_l l_1$  – ширину эндогенной зоны  $\Omega_2$ , граничащей слева с экзогенной зоной  $\Omega_1$ , а справа – с «особой» областью  $\Omega_3$ , в которой проницаемость по метану близка к нулевой.

Решение этой частной обратной задачи легко найти, используя графики на рис. 4. Пусть при  $t = t^*$  измеренное значение дебита  $q = q^*$ . На рис. 4 находим значение  $q^*$  и соответствующее значение  $F_2 = F_2^*$ . Фиксируем  $K_l = K_l^*$  и из (16), (17) получаем

$$F_2^* = 0,0694M(K_l^*)(a_\infty t^*/m^2), M(K_l^*) = 14,4(F_2^*/t^*)(m^2/a_\infty). \quad (19)$$



Согласно (16)

$$M_* = M(K_{l_*}) = [(16,7 + K_{l_*}) K_{l_*}]^{-1}. \quad (20)$$

Из (19) и (20) следует

$$K_{l_*} = -8,35 + \sqrt{69,7225 + M_*^{-1}}. \quad (21)$$

Результаты расчётов по (21) приведены на рис. 5, по которому для любого значения  $M_s$  (в указанной области измерения) можно найти соответствующее значение  $K_{ls}$ , т.е. значение  $l_{2s} = K_{ls}l_1$ .

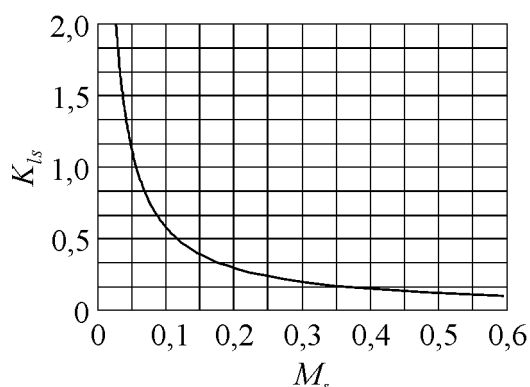


Рис. 5. Решение обратной задачи

Таким образом, расстояние от забоя до «особой» зоны будет равно

$$l_{3s} = l_1 + l_{2s} = (1 + K_{ls})l_1 = 6(1 + K_{ls})m. \quad (22)$$

### Выводы

1. Показано, что моделирование процессов фильтрации десорбирующегося метана в неоднородном пласте угля может быть осуществлено на основе системного подхода, включающего в себя новые аналитико-численные методы решения краевых задач фильтрации в неоднородных средах.

2. Получены аналитические решения задач фильтрации в моделях 1 и 2, первая из которых ординарная, а вторая – двухслойная краевая задача, имеющие простую, удобную для инженерных расчётов, форму.

3. Проведено численное моделирование полей давлений и дебитов метана для четырёх граничных наборов горно-геологических и фильтрационных параметров и различных моментов времени.

4. Установлено, что полученные данные согласуются качественно и количественно с экспериментальными, позволяют анализировать влияние параметров на поля давлений и дебиты метана и решить обратную задачу.

Авторы выражают признательность к.ф.-м.н. Г.А. Троицкому, оказавшему существенную помощь в осуществлении численных расчётов.

1. *Алексеев А.Д.* Физика угля и горных процессов : монография / А.Д. Алексеев // Ин-т физики горных процессов НАН Украины. – Киев : Наук.думка, 2010. – 423 с.
2. *Алексеев А.Д.* Диффузионно-фильтрационная модель выхода метана из угольного пласта / А.Д. Алексеев, Т.А. Василенко, К.В. Гуменник, Н.А. Калугина, Э.П. Фельдман // Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77, Вып. 4. – С. 65–74.
3. *Василенко Т.А.* Сорбційні явища в системі вугілля–метан у різних термобаричних умовах: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 01.04.07 / Т.А. Василенко. – Харків, 2009. – 32 с.
4. *Молчанов О.М.* Наукові основи оцінки стану, сорбційної кінетики та властивостей системи вугілля–вода–метан: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.15.09 / О.М. Молчанов. – Донецьк, 2012. – 32 с.
5. *Булат А.Ф.* Физико-химическая модель генерации метана угольным пластом / А.Ф. Булат, С.И. Скипочка, Т.В. Паламарчук // Доповіді НАН України. – 2009, №11. – С. 53–59.
6. *Аль-Джебори А.* Метан угольных пластов чистая энергия для всего мира / А. Аль-Джебори, Ш. Джонстон, Ч. Бойер и др. // Нефтегазовое обозрение. – 2009. – Т. 21, № 2. – С. 4–17.
7. *Колмаков В.А.* Метановыделение и борьба с ним в шахтах / В.А. Колмаков. – М.: Недра, 1981. – 134 с.
8. *Звягильский Е.Л.* Исследование процесса перераспределения метана в окрестности движущегося очистного забоя / Е.Л. Звягильский, Б.В. Бокий, В.В. Назимко. – Донецк: Норд-Пресс, 2005. – 195 с.
9. *Шевелев П.А.* Фильтрация газа в шахтах / П.А. Шевелев, В.Г. Перепелица. – Киев: Наукова думка, 2010. – 296 с.
10. *Слесаренко А.П.* Приближенные решения нелинейных краевых задач десорбирующегося метана в неоднородных пластах угля / А.П. Слесаренко, И.Р. Венгерров // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Серия: Математика и кибернетика – прикладные аспекты. – 2014. – №1/4 (69). – С. 4–9.
11. *Венгерров И.Р.* Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. Монография в 2-х томах. – Том 1. Анализ парадигмы / И.Р. Венгерров. – Донецк: Норд-пресс, 2008. – 632 с.
12. *Венгерров И.Р.* Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. Монография в 2-х томах. – Том 2. Базисные модели / И.Р. Венгерров. – Донецк: Донбасс, 2012. – 684 с.
13. *Каркашадзе Г.Г.* Исследование притоков в лаву из очистного забоя и вмещающих пород / Г.Г. Каркашадзе, Е.В. Мазаник, Ю.А. Семакин // Современные проблемы шахтного метана: сб-к научн. трудов к 85-летию проф. Н.В. Ножкина. – М.: ИД ООО «Роликс», 2014. – С. 113–125.
14. *Айруни А.Т.* Основы предварительной дегазации угольных пластов на больших глубинах / А.Т. Айруни. – М.: Наука, 1970. – 179 с.
15. *Стукало В.А.* О ширине зоны десорбции метана в призабойной части пласта при ведении очистных работ / В.А. Стукало // Разработка месторождений полезных ископаемых: Респ. межвед. научно-техн. сб. научн. работ. – Вып. 25. – Киев: Техніка, 1971. – С. 41–43.
16. *Прогнозирование и нормализация тепловых условий в угольных шахтах / Стандарт Минэнерго Украины (СОУ-Н 10.1.00174088.027).* – Киев: Минэнергоуголь Украины, 2011. – 188 с.

17. Складов Л.А. Определение метаноёмкости угольных пластов расчётным методом / Л.А. Складов, Р.Н. Кривицкая, Т.В. Струковская // Уголь Украины. – 1982. – №7. – С. 37–38.
18. Рогов Е.И. Математические модели адаптации процессов и подсистем угольной шахты / Е.И. Рогов, Г.И. Грицко, В.Н. Вылегжанин. – Алма-Ата: Наука Казах. ССР, 1979. – 240 с.
19. Щербань А.Н. Газопроницаемость угольных пластов / А.Н.Щербань, А.С. Цырульников. – Киев: Изд-во АН УССР, 1958. – 110 с.
20. Юхман Н.Л. Исследование степени дегазации пласта при проведении подготовительных выработок / Н.Л. Юхман // Внезапные выбросы угля и газа. Рудничная аэрология: сб. научн. работ. – М.: ИГД им. А.А. Скочинского, 1992. – С. 49–53.
21. Рубинский А.А. Об использовании газовой выделении в шпур для оценки выбросоопасного состояния призабойной части угольного пласта / А.А. Рубинский // Физико-технические проблемы горного производства: сб. науч. тр. – Институт физики горных процессов. – 2004. – Вып. 7. – С. 113–118.

*I.P. Vengerov, O.M. Molchanov, O.A. Kamchatniy*

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ МЕТАНУ, ЩО ДЕСОРБУЄТЬСЯ, В НЕОДНОРІДНИХ ВУГІЛЬНИХ ПЛАСТАХ**

Викладено і реалізовано метод математичного моделювання фільтрації метану в неоднорідних пластах з урахуванням його десорбції, яка описується ізотермою Ленгмюра. Використано новий, аналітико-чисельний метод наближеного рішення крайових задач тепло- й масоперенесення. Знайдено поля тисків метану в неоднорідних пластах по двох моделях. Розраховано динаміку дебітів метану через поверхню оголення у вибої. Вирішено зворотну задачу фільтрації.

**Ключові слова:** математичне моделювання, десорбція й фільтрація метану, неоднорідний пласт вугілля, чисельні розрахунки, поля тиску метану, дебіт метану

*I.R. Vengerov, A.N. Molchanov, A.A. Kamchatniy*

## **MATHEMATICAL MODELING OF DISORDERED METHANE FILTRATION IN INHOMOGENEOUS COAL SEAMS**

In this article the method of mathematical modeling of methane filtration in heterogeneous reservoirs with allowance desorption described by the Langmuir isotherm is presented and realized. The new, analytical and numerical method for approximate solution of boundary value problems of heat and mass transfer is used. The fields of methane pressure in inhomogeneous reservoir were found in two models. The dynamics of methane production through the surface outcrops in the mine was calculated. The inverse problem of filtration was solved.

**Keywords:** mathematical modeling, filtering and desorption of methane, inhomogeneous coal seam, numerical calculations, pressure field of methane, methane production rate