

ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ФОРМУВАННЯ ТА АНАЛІЗ АВТОКОЛИВАНЬ У ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЯХ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ КРАНІВ

Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерук², Костянтин Почка²

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України,
вул. Героїв Оборони, 11, Київ, Україна

² Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітофлотський пр-кт 31, Київ, Україна, e-mail: Dicteluk@ukr.net

GENERAL PRINCIPALS OF FORMATION AND ANALYSIS OF SELF-OSCILLATIONS IN THE DYNAMICAL MODELS OF THE HOISTING CRANES

Yuriy Chovnyuk¹, Mykhaylo Dykteruk², Kostyantyn Pochka²

¹ National University of Life Environmental Sciences of Ukraine,
Heroyiv Oborony st., 11, Kyiv, Ukraine

² Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitoflotskyu Prospect 31, Kyiv, Ukraine

АНОТАЦІЯ. Сформульовані загальні принципи формування та аналізу можливих автоколивань у відомих динамічних моделях вантажопідйомних кранів. Отримані основні закономірності та виявлені фізичні механізми генерації автоколивань у межах моделі запропонованої В.І. Брауде, М.С. Тер-Мхітарова, яка застосовується для аналітичних розрахунків навантажень вантажопідйомних кранів.

Ключові слова: автоколивання, динамічна модель, вантажопідйомні крани, аналіз.

АННОТАЦИЯ. Сформулированы общие принципы формирования и анализа возможных автоколебаний в известных динамических моделях грузоподъемных кранов. Получены основные закономерности и выявлены физические механизмы генерации автоколебаний в рамках модели предложенной В.И. Брауде, М.С. Тер-Мхитарова, которая применяется для аналитических расчётов нагрузок грузоподъемных кранов.

Ключевые слова: автоколебания, динамическая модель, грузоподъемные краны, анализ.

SUMMARY. Purpose. Substantiation of the hoisting (overhead) cranes' dynamic model, which allows defining the principal patterns and conditions of the auto-oscillations generation in such systems. **Methodology/approach.** Researches in this work are of the analytical character. **Findings.** Results received in prospective may be applied for specification or modification of the existing engineering methods of calculation of the auto-oscillation modes of the crane systems within the start up/slow down modes both at the stage of designing/drafting as well as at the stage of real exploitation. **Research limitations/implications.** The presented main principles of forming together with the dynamic analysis of the auto-oscillations in the models of the hoisting cranes within their start up/slow down modes allowed defining the patterns and conditions of the soft excitation of the mentioned oscillations in the system. Usage of the Kenigs – Lamerey diagram for the mentioned crane systems allowed defining the principal parameters (period and amplitude) of the auto – oscillations which correspond to the boundary cycle. **Originality/value.** The work has scientific and practical interest.

Key words: self-oscillations, dynamical model, hoist cranes, analysis.

Подано 01.04.2013; прийнято 24.06.2013

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Відомо [1], що за кінцевою метою моделювання динаміки вантажопідйомних кранів (зокрема, мостових кранів), воно поділяється на два окремих класи: моделі кранів з мехатронними системами керування та з традиційними. Перші призначені для визначення оптимальних переміщень жорстких елементів вантажопідйомних машин, вантажу та траєкторій їх руху, а другі – для визначення навантажень та зусиль у елементах машин. В моделях першого класу не враховуються деформації пружних ланцюгів механізмів і металоконструкцій. Залеж-

но від конструкції машини та деталізації вирішуваної задачі вантаж вважається з'єднаним з машиною жорстко або на лінійному, плоскому чи просторовому виску. У моделях другого класу враховуються деформації пружних ланцюгів та маятниковий висок вантажу. В сучасних моделях зазвичай враховується фактор затухання коливань, нелінійність характеристик приводів тощо. Проте відсутній аналіз можливих автоколивань у таких складних технічних системах.

АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ

Системні методи розрахунку вантажопідйомних машин наведені у [1]. Динаміка

вантажопідйомних кранів досліджувалась у [3]. Методи аналізу найпростіших автоколивних систем розглянуті у [2].

МЕТА СТАТТІ

Мета даної роботи полягає у обґрунтуванні динамічної моделі вантажопідйомних (мостових) кранів, яка дозволяє методами [2] встановити основні закономірності та умови виникнення автоколивань у подібних системах.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ

Математична модель для розрахунку навантажень у вантажопідйомних (мостових) кранах за наявності автоколивань.

Автори [1, 3] розглядають процес навантаження навіть у найпростішій двомасовій розрахунковій схемі як досить складний за своїм характером. Це пояснюється тим, що за кожному пуску і гальмуванні системи в ній виникають вимушені пружні коливання мас за початкових умов. (Останні, до речі, носять доволі випадковий характер). Якщо у задачі, що розглядається, для врахування процесу розсіювання енергії коливань застосовується теорія в'язкого тертя, тоді деформація пружного ланцюга (каната) $q = q_1 - q_2$ (де q_1 – переміщення ведучої маси m_1 (вантажного візка), а q_2 – переміщення веденої маси m_2 (вантажу на канаті)), зв'язана з навантаженням S_n у ланцюгу формулою $S_n = q \cdot c$ (c – коефіцієнт жорсткості) визначається (на стадії пуску крана) у результаті розв'язку диференціального рівняння (аналогічного наведеному в [1], проте з іншою правою частиною):

$$\ddot{q} + 2 \cdot n \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{1}{m_1 \cdot m_2} \cdot A(t), \quad (1)$$

де n – параметр, що характеризує затухання коливань, $n = \frac{\mu \cdot (m_1 + m_2)}{2 \cdot m_1 \cdot m_2}$; ω_0 – кругова частота вільних коливань відповідної консервативної системи, $\omega_0 = \sqrt{\frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$;

$A(t)$ – зовнішнє збурення,

$A(t) = m_2 \cdot (F - W) \cdot \text{sign}(\dot{q})$ (F – середньопускове зусилля двигуна чи гальм [3], W – сила опору рухові вантажного візка вдовж рейок балки мостового крана, $W = k \cdot (m_1 + m_2) \cdot g$, k – коефіцієнт тертя ковзання, $g = 9,81 \text{ М/с}^2$ – прискорення вільного падіння); μ – коефіцієнт непружного опору, кг/с .

У розгорнутому вигляді рівняння (1) набуває вигляду:

$$\ddot{q} + 2 \cdot n \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{(F - W)}{m_1} \cdot \text{sign}(\dot{q}), \quad (2)$$

$$F - W > 0.$$

Таким чином, диференціальне рівняння малих маятникових коливань вантажу на канаті у системі “вантажний візок – канат – вантаж” крана (2) описує рух у середовищі з в'язким тертям (на яке діє постійна сила), завжди спрямована у сторону руху [4].

1. Фізичні механізми та динамічний аналіз автоколивань у процесах пуску/гальмування вантажопідйомних кранів

Спочатку визначимо фізичні механізми, які призводять до виникнення автоколивань кранових систем.

Згідно з визначенням [2] автоколивними називають автономні (кранові) системи, у яких можуть відбуватися періодичні коливання, водночас втрати механічної енергії безперервно поповнюються припливом енергії від джерела, що не має власних коливних властивостей; надходження енергії від джерела керується самим рухом (кранової) системи, а період і розмах коливань не залежать (у широких межах) від початкових умов. Зазвичай такі коливання називають усталеними (стаціонарними) автоколиваннями, а процес поступового наближення до усталених автоколивань, який виникає після довільного початкового збурення системи, – перехідним процесом.

Характерні задачі для автоколивних систем полягають у визначенні частот та розмахів усталених автоколивань, дослідженні стійкості усталених режимів, вивченні перехідних процесів

Розрізняють м'яке і жорстке самозбудження автоколивань. Якщо стан рівноваги

нестійкий і відповідна йому особлива точка оточена граничним циклом (стійким), тоді самозбудження є м'яким: зростаючі коливання виникають після як завгодно малого початкового збурення стану рівноваги системи. Якщо ж стан рівноваги стійкий і відцикл. Якщо на автоколивну систему діє зовнішнє збудження з частотою ω (близькою до частоти автоколивань Ω_0), тоді у системі може встановитись коливний процес з однією частотою ω .

Для автоколивної системи з одним степенем вільності руху характерним є наявність на фазовій площині одного чи кількох стійких граничних циклів. Відповідно у автоколивних системах можуть існувати кілька стаціонарних процесів з різними амплітудами. Встановлення конкретного процесу залежить від того, у якій області «протягування» знаходяться початкові умови.

Автоколивання можуть бути за формою близькими до гармонічних, але можуть і суттєво відрізнятися від них. Автоколивання, які суттєво відрізняються від гармонічних, називаються релаксаційними.

Враховуючи все викладене вище (у пункті 2) проведемо дослідження рівняння (2) з точки зору можливості виникнення у розглядуваній крановій системі режиму автоколивань. За цим використаємо підходи, розглянуті в роботі [4].

Для зручності подамо рівняння (2) у наступному вигляді:

$$\ddot{q} + 2 \cdot h \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = \tilde{F} \cdot \text{sign}(\dot{q}), \quad (3)$$

де $\tilde{F} = \frac{(F - W)}{m_1}$, $h = n > 0$, $\tilde{F} > 0$, $\omega_0^2 > h^2$. (В

цьому разі h , \tilde{F} та ω_0^2 – постійні величини, які не залежать від часу t).

При $\dot{q} < 0$ і початкових умовах $t = 0$, $q = q_1$, $\dot{q} = 0$ рівняння (3) має розв'язок:

$$q = \exp(-h \cdot t) \left[\left(q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) + \frac{T}{\pi} \cdot h \cdot \left(q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) \right] - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}, \quad (4)$$

де $T = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - h^2}}$. При $t = T$

повідна до нього точка оточена нестійким граничним циклом, тоді для збудження автоколивань, що відповідають стійкому граничному циклу, необхідне досить велике початкове збурення стану рівноваги, здатне “закинути” систему за нестійкий граничний

$$q = q_2 = -\exp(-h \cdot T) \cdot \left(q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}, \quad \dot{q} = 0. \quad (5)$$

При $\dot{q} > 0$ і початкових умовах $t = 0$, за яких $q = q_2$, $\dot{q} = 0$ розв'язок рівняння (3) буде:

$$q = \exp(-h \cdot t) \left[\left(q_2 - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) + \frac{T}{\pi} \cdot h \cdot \left(q_2 - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right) \right] + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}. \quad (6)$$

При $t = T$

$$q = q_3 = -\exp(-h \cdot T) \cdot \left(q_2 - \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \right) + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}, \quad (7)$$

або відповідно з виразом (5)

$$q_3 = \exp(-2 \cdot h \cdot T) \cdot q_1 + \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2} \cdot (1 + \exp(-h \cdot T))^2. \quad (8)$$

Для періодичного руху кранової системи повинно бути $q_3 = q_1 = q_0$, і, відповідно,

$$q_0 = \frac{1 + \exp(-h \cdot T)}{1 - \exp(-h \cdot T)} \cdot \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}. \quad (9)$$

Розглянемо далі вираз (9) за різних співвідношень $h \cdot T$ (випадок *a*, *б*):

a) $h \cdot T \ll 1$; *б*) $h \cdot T \gg 1$.

У випадку *б*) $q_0 \rightarrow \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}$, а для випадку *a*)

матимемо:

$$q_0 \rightarrow \frac{2}{h \cdot T} \cdot \frac{\tilde{F}}{\omega_0^2}. \quad (10)$$

Для дослідження стійкості періодичного руху треба скористатися діаграмою Кенігса-Лемерея [2].

На площині змінних q_1 , q_3 (рис. 1) побудовані пряма $q_3 = q_1$ і пряма, яка визначається виразом (8). Точка перетину цих прямих визначає значення q_0 .

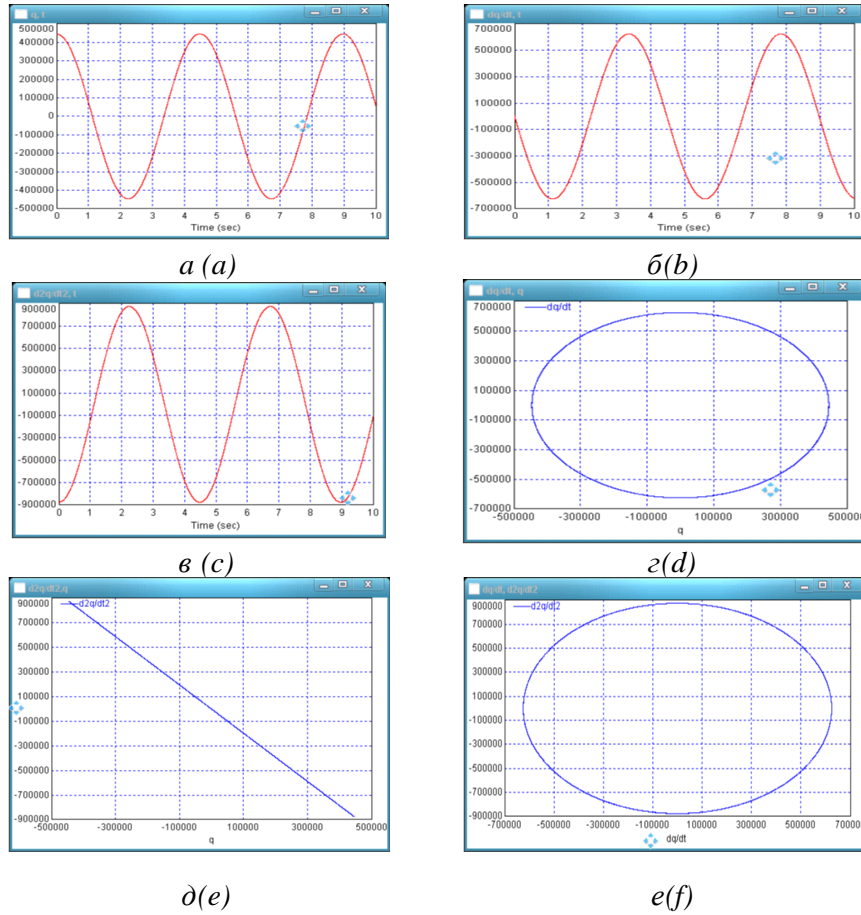


Рис. 3. Графічні залежності $q(t)$ – a , $\dot{q}(t)$ – b , $\ddot{q}(t)$ – c та фазові портрети (q, \dot{q}) – d , (q, \ddot{q}) – e , (\dot{q}, \ddot{q}) – f :

$m_1 = 10^4$ кг , $m_2 = 10^4$ кг , $l = 10$ м , $\mu = 0,01$ кг/с , $2T = 4,49$ с

Fig. 3. Graphic dependences $q(t)$ – a , $\dot{q}(t)$ – b , $\ddot{q}(t)$ – c and phase portraits (q, \dot{q}) – d , (q, \ddot{q}) – e , (\dot{q}, \ddot{q}) – f :

$m_1 = 10^4$ kg , $m_2 = 10^4$ kg , $l = 10$ m , $\mu = 0,01$ kg/sec , $2T = 4,49$ sec

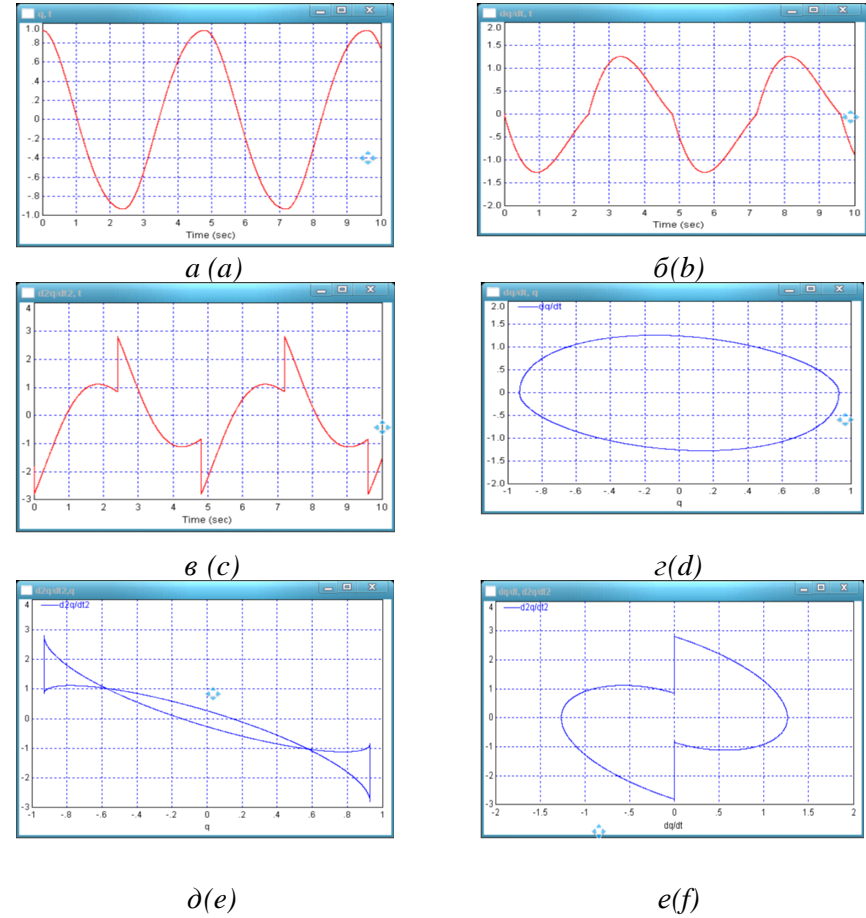


Рис. 4. Графічні залежності $q(t)$ – a , $\dot{q}(t)$ – b , $\ddot{q}(t)$ – c та фазові портрети (q, \dot{q}) – d , (q, \ddot{q}) – e , (\dot{q}, \ddot{q}) – f :

$m_1 = 10^4$ кг , $m_2 = 10^4$ кг , $l = 10$ м , $\mu = 5000$ кг/с , $2T = 4,80$ с

Fig. 4. Graphic dependences $q(t)$ – a , $\dot{q}(t)$ – b , $\ddot{q}(t)$ – c and phase portraits (q, \dot{q}) – d , (q, \ddot{q}) – e , (\dot{q}, \ddot{q}) – f :

$m_1 = 10^4$ kg , $m_2 = 10^4$ kg , $l = 10$ m , $\mu = 5000$ kg/sec , $2T = 4,80$ sec

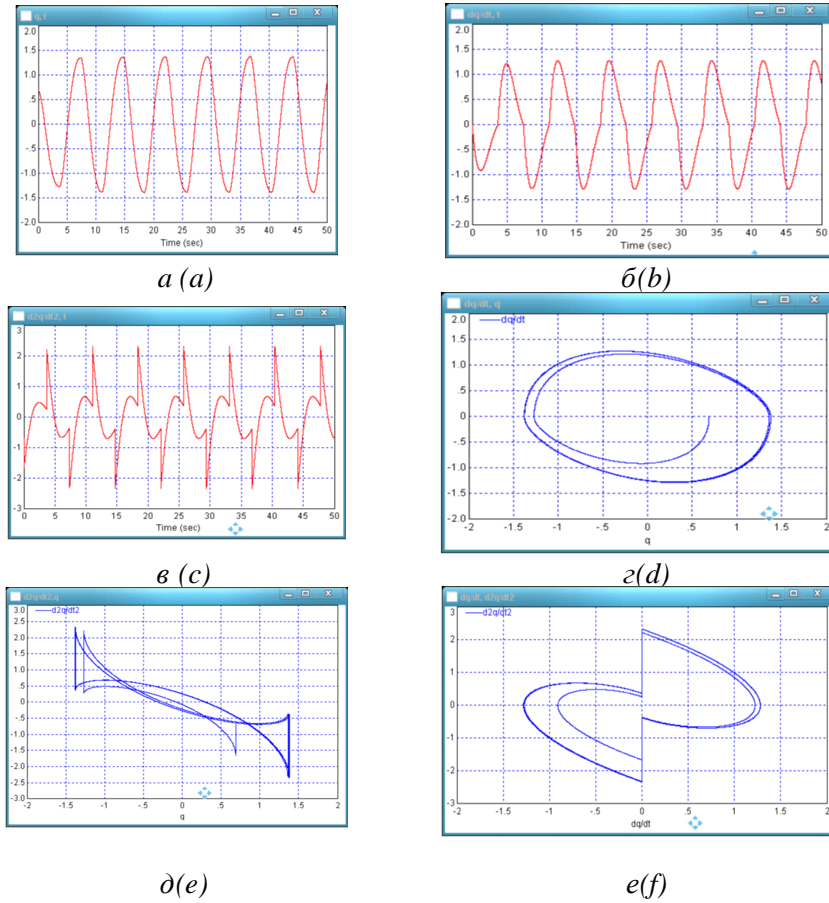


Рис. 5. Графічні залежності $q(t) - a$, $\dot{q}(t) - b$, $\ddot{q}(t) - c$ та фазові портрети $(q, \dot{q}) - d$, $(q, \ddot{q}) - e$, $(\dot{q}, \ddot{q}) - f$:

$$m_1 = 10^4 \text{ кг}, m_2 = 10^4 \text{ кг}, l = 20 \text{ м}, \mu = 5000 \text{ кг/с}, 2T = 7,35 \text{ с}$$

Fig. 5. Graphic dependences $q(t) - a$, $\dot{q}(t) - b$, $\ddot{q}(t) - c$ and phase portraits $(q, \dot{q}) - d$, $(q, \ddot{q}) - e$, $(\dot{q}, \ddot{q}) - f$:

$$m_1 = 10^4 \text{ kg}, m_2 = 10^4 \text{ kg}, l = 20 \text{ m}, \mu = 5000 \text{ kg/sec}, 2T = 7,35 \text{ sec}$$

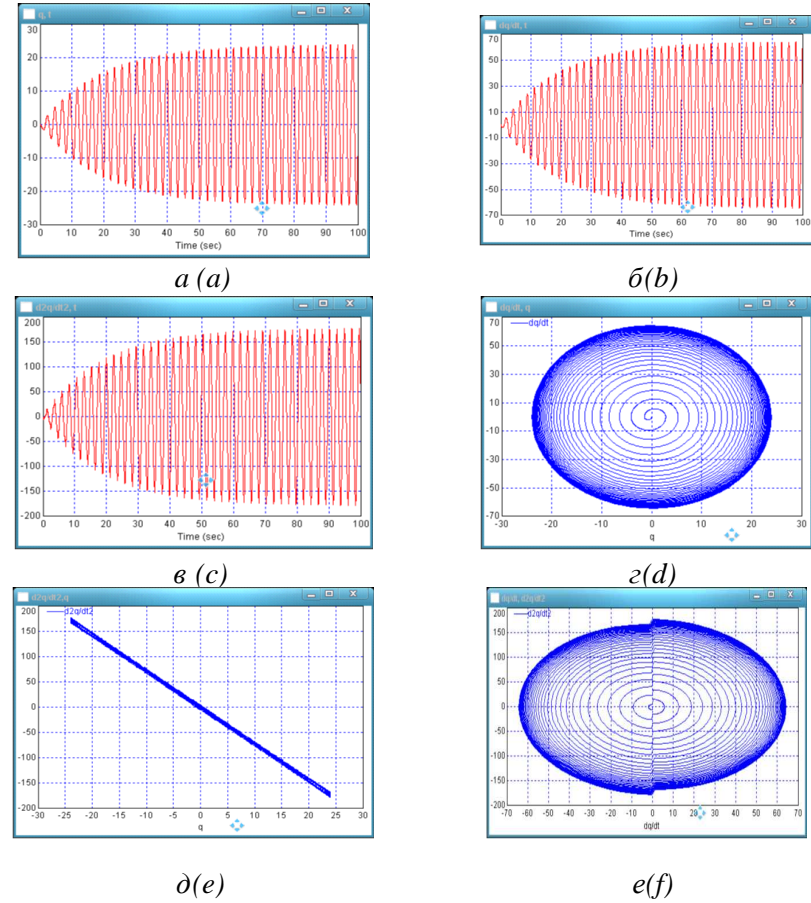


Рис. 6. Графічні залежності $q(t) - a$, $\dot{q}(t) - b$, $\ddot{q}(t) - c$ та фазові портрети $(q, \dot{q}) - d$, $(q, \ddot{q}) - e$, $(\dot{q}, \ddot{q}) - f$:

$$m_1 = 10^4 \text{ кг}, m_2 = 10^5 \text{ кг}, l = 15 \text{ м}, \mu = 1000 \text{ кг/с}, 2T = 2,34 \text{ с}$$

Fig. 6. Graphic dependences $q(t) - a$, $\dot{q}(t) - b$, $\ddot{q}(t) - c$ and phase portraits $(q, \dot{q}) - d$, $(q, \ddot{q}) - e$, $(\dot{q}, \ddot{q}) - f$:

$$m_1 = 10^4 \text{ kg}, m_2 = 10^5 \text{ kg}, l = 15 \text{ m}, \mu = 1000 \text{ kg/sec}, 2T = 2,34 \text{ sec}$$

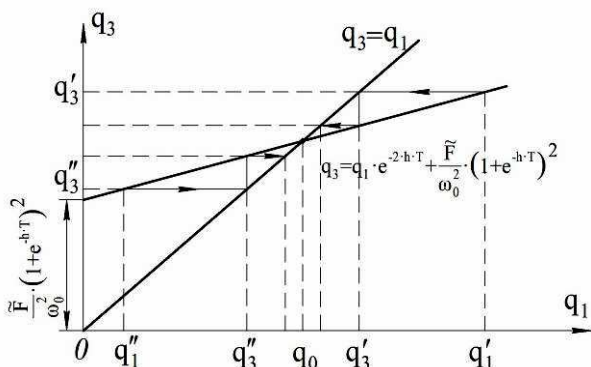


Рис. 1. Діаграма Кенігса-Лемерея для досліджуваної кранової системи

Fig.1. A diagram of Kenigsa-Lemerey is for the investigated crane system

Із розгляду діаграми випливає, що за початкових відхилень $q_1' > q_0$ коливання згасують, а при $q_1' < q_0$ нарощуються. І у тому й у іншому випадках система приходиться до періодичних коливань з періодом $2T$ і амплітудою, що визначається виразом (9).

Картина фазової площини (q, \dot{q}) подана на рис. 2. Інші графіки для q, \dot{q} та \ddot{q} , котрі залежать від t , та фазові портрети на площинах $(q, \dot{q}), (q, \ddot{q})$ та (\dot{q}, \ddot{q}) подані нижче на рис. 3-6.

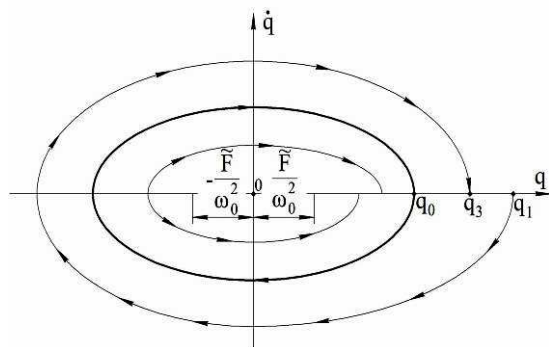


Рис. 2. Картина фазової площини (q, \dot{q}) (у загальному випадку)

Fig. 2. Picture of phase plane (q, \dot{q}) (in general case)

ВИСНОВКИ

1. Наведені основні принципи формування та обґрунтований динамічний аналіз автоколивань у моделях вантажопідійомних кранів у процесах їх пуску/гальмування дозволили встановити закономірності та умо-

ви м'якого збудження вказаних коливань у системі.

2. Використання діаграми Кенігса-Лемерея для вказаних кранових систем дозволило встановити основні параметри (період та амплітуду) автоколивань, які відповідають граничному циклу.

3. Результати, отримані у даній роботі, можуть бути у подальшому використані для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку автоколивань режимів кранових систем у процесах їх пуску/гальмування як на стадіях проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Брауде В.И. Системные методы расчёта грузоподъёмных машин. / В.И. Брауде, М.С. Тер-Мхитаров. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1985. – 181 с.
2. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И. Блехмана. – 1979. – 351 с.
3. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов. / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с.
4. Бутенин Н.В. Элементы теории нелинейных колебаний. / Н.В. Бутенин. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 195 с.

REFERENCES

1. Braude V.I., Ter-Mhitarov M.S., 1985. Sistemnye metody raschjota gruzopodjomnyh mashin [System methods of calculation of load-lifting cars]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 181.
2. Blehman I.I., 1979. Vibracii v tehnikе: Spravochnik. V 6-ti t. T. 2. Kolebanija nelinejnyh mehanicheskikh system [Vibrations in equipment: Directory. In 6 t. Vol. 2. Fluctuations of nonlinear mechanical systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 351.
3. Lobov N.A., 1987. Dinamika gruzopodjomnyh kranov [Dynamics of load-lifting cranes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 160.
4. Butenin N.V., 1962. Jelementy teorii nelinejnyh kolebanij [Elements of the theory of nonlinear fluctuations]. Leningrad, Sudpromgiz Publ., 195.