

**АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ТА ХВИЛЕУТВОРЕНЬ У СИСТЕМІ
“ПАНТОГРАФ – ЕЛЕКТРИЧНИЙ ПІДВІС” ВАНТАЖНИХ ЕЛЕКТРОТРОЛЕЙВОЗІВ**

Юрій Човнюк¹, Михайло Діктерук², Костянтин Почка²

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України,
вул. Героїв Оборони, 11, Київ, Україна

² Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський пр-т, 31, Київ, Україна, e-mail: Dicteruk@ukr.net

**THE ANALYSIS OF DYNAMICS AND WAVE FORMATIONS IN SYSTEM
"A PANTOGRAPH - ELECTRIC SUBWEIGHT" CARGO ELECTROTROLLS OF CARTS**

Yuriy Chovnyuk¹, Mykhaylo Dykteruk², Konstantin Pochka²

¹ National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,
Heroyiv Oborony st., 11, Kyiv, Ukraine

² Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotskyu Prospect, 31, Kyiv, Ukraine

АНОТАЦІЯ. Проведено динамічний аналіз та досліджені можливі хвилеутворення у системі “пантограф – електричний підвіс” вантажних електротролейвозів. Визначені умови, за яких хвилеутворення відсутні, а сили взаємодії у рухомому контакті не перевищують тих, що допустимі на розрив та прискорене зношування.

Ключові слова: аналіз, динаміка, хвилеутворення, пантограф, електричний підвіс, вантажні електротролейвози.

АННОТАЦИЯ. Проведен динамический анализ и исследованы возможные волнообразования в системе “пантограф – электрический подвес” грузовых электротролейвозов. Определены условия, при которых волнообразования отсутствуют, а силы взаимодействия в подвижном контакте не превышают тех, которые допустимы на разрыв и ускоренный износ.

Ключевые слова: анализ, динамика, волнообразования, пантограф, электрический подвес, грузовые электротролейвозы.

SUMMARY. Purpose. Establishment of regularities of wave formations of system "a pantograph - electric subweight" cargo electrotralls of carts and conditions under which the specified wave formations are absent, and interaction forces in moving contact don't exceed admissible on a gap and the accelerated wear. **Methodology/approach.** Researches in this work are of analytical character. **Findings.** The results received in work can serve further for specification and improvement of existing engineering methods of systems "a pantograph – electric subweight" cargo electrotralls of carts. **Research limitations/implications.** The mathematical model is offered and the main consistent patterns of wave formations of system "a pantograph – electric subweight" are determined cargo electrotralls of carts. **Originality/value.** The work has scientific and practical interest.

Key words: analysis, dynamics, wave formations, pantograph, electric subweight, cargo electrotralls of carts.

Подано 19.11.2013; прийнято 26.11.2013

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У динаміці конструкцій, які знаходяться під впливом рухомих навантажень, добре відомо про існування так званих критичних швидкостей, за яких прогини під навантаженням необмежено (у лінійному наближенні) зростають. При визначенні цих швидкостей зазвичай припускають, що навантаження постійне (рульової частоти). Однак тривалий час залишалось без відповіді питання про динамічну поведінку на прямих при закритичних швидкостях.

Виявилось, що при закритичних у вказаному сенсі швидкостях має місце ефект типу Вавілова-Черенкова, який полягає у

випромінюванні хвиль рівномірно рухомих джерелом нульової частоти. Детальне вивчення особливостей його прояву в пружних системах представляє інтерес, принаймні, за двома причинами. Знання умов його прояву, по-перше, вказує шляхи боротьби з відповідними джерелами вібрацій у машинах і створення нових вібротехнологій, а, по-друге, дозволяє обґрунтовано розраховувати силові впливи у рухомих контактах.

ОГЛЯД ПУБЛІКАЦІЙ

Автор [1] встановив існування критичних швидкостей, за яких прогини під нава-

нтаженням, що рухається, необмежено зростають (у лінійному наближенні). У роботах [2-5] було виявлено, що при закритичних у вказаному сенсі швидкостях має місце ефект Вавілова-Черенкова [6]. Результати розглянутих робіт будуть використані у даному дослідженні.

МЕТА РОБОТИ

Мета даної роботи полягає у встановленні закономірностей хвилеутворень системи “пантограф – електричний підвіс” вантажних електротролейвозів та умов, за яких вказані хвилеутворення відсутні, а сили взаємодії у рухомому контакті не перевищують допустимих на розрив та прискорене зношування.

ВИКЛАД МАТЕРІАЛУ

Одна із проблем знімання струму в електричному транспорті полягає у визначенні параметрів системи “пантограф – електричний підвіс”, за яких у підвісі не збуджуються хвилі, а сили взаємодії у рухомому контакті не перевищують допустимих на розрив та прискорене зношування. Ця проблема є актуальною у зв’язку з широким застосуванням електротролейвозів при видобуванні корисних копалин у кар’єрах відкритим способом.

У найпростішій моделі задача зводиться до аналізу динамічної поведінки підпружиненої струни з піджимним пристроєм, який рівномірно рухається вздовж неї. У цьому випадку з рівняння поперечних коливань струни отримуємо:

$$\rho_0 \cdot u_{tt} - N \cdot u_{xx} + h_0 \cdot u = 0, \quad (1)$$

де h_0 – коефіцієнт жорсткості основи; ρ_0 – питома щільність струни (на одиницю довжини); N – натяг; $u_{x,t}$ – поперечне відхилення струни; x – поздовжня координата; t – час, отримуємо наступне дисперсійне рівняння (яке зв’язує частоту ω та хвильовий вектор k можливих у системі хвилеутворень):

$$\omega^2 - c_0^2 \cdot k^2 - \omega_*^2 = 0, \quad (2)$$

$$c_0 = \sqrt{\frac{N}{\rho_0}}, \quad \omega_* = \sqrt{\frac{h_0}{\rho_0}}.$$

Використовуючи (2), а також кінематичний інваріант: $\omega - k \cdot v = \Omega$ (v – швидкість руху гармонійного джерела з частотою Ω , $v = const$), вимогу обмеженості переміщень на нескінченності ($x \rightarrow \pm\infty$): $\text{Im } k > 0$ при $x < v \cdot t$, $\text{Im } k < 0$ при $x > v \cdot t$ та умови випромінювання Мандельштама

$$[7]: \frac{d\omega}{dk} < v, \quad x < v \cdot t \quad \text{та} \quad \frac{d\omega}{dk} > v, \quad x > v \cdot t, -$$

знаходимо, що за докритичних швидкостей руху, коли $v < c_0$, джерело нульової частоти ($\Omega = 0$) хвиль не випромінює, профіль прогину під навантаженням симетричний та експоненціально спадає за віддалення від нього: зліва ($x < v \cdot t$)

$$k = \frac{\left(\frac{i \cdot \omega_*}{c_0} \right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad i^2 = -1, \quad \text{а справа } (x > v \cdot t)$$

$$k = \frac{-\left(\frac{i \cdot \omega_*}{c_0} \right)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \text{де } \beta = \frac{v}{c_0}. \quad \text{При закритичних швидкостях, коли } v > c_0,$$

перед навантаженням ($x > v \cdot t$) прогинів немає ($u(x, t) = 0$), а за навантаженням збуджується біжуча за ним хвиля з $\omega = \frac{\beta \cdot \omega_*}{\sqrt{\beta^2 - 1}}$ та

$$k = \frac{\left(\frac{\omega_*}{c_0} \right)}{\sqrt{\beta^2 - 1}}.$$

Записуючи умову у рухомому контакті ($x = v \cdot t$) у вигляді [8]:

$$u(v \cdot t + 0, t) = u(v \cdot t - 0, t) = u_0(t), \quad (3)$$

$$m \cdot \ddot{u}_0 + k \cdot u_0 = [N \cdot u_x + v \cdot \rho_0 \cdot u_t] + F_0,$$

де m та k – параметри пантографа; F_0 – постійна сила притискування; квадратні дужки – різниця величин, які стоять всередині дужок справа та зліва від рухомої границі, для випадку закритичних швидкостей ($v > c_0$) маємо:

$$u(x, t) = \begin{cases} u_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x), & x < v \cdot t, \\ 0, & x > v \cdot t, \end{cases} \quad (4)$$

$$u_0 = \frac{(c_0 \cdot F_0) / (\omega_* \cdot N)}{\sqrt{\beta^2 - 1}}.$$

При цьому сила опору хвилеутворення, яка заважає рухові [8], набуває вигляду:

$$T_g = \frac{1}{2} \cdot [N \cdot u_x^2 + \rho_0 \cdot u_t^2 + 2 \cdot v \cdot \rho_0 \cdot u_x \cdot u_t] = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{F_0^2}{N} \right) \cdot (\beta^2 - 1). \quad (5)$$

За характером цієї залежності (5) від швидкості руху видно, що вона може бути причиною розриву проводу.

При нехтуванні дисипативними втратами, як показано у [9], при закритичних швидкостях ($v < c_0$) прогин під навантаженням симетричний і, відповідно, опір рухові відсутній ($T_g = 0$). Якщо ж врахувати розподілені втрати, тоді профіль під навантаженням виявляється несиметричним і опір рухові буде існувати навіть за відсутності тертя.

Оскільки у цьому випадку дисперсійне рівняння приймає вигляд:

$$\omega^2 - 2 \cdot i \cdot \gamma \cdot \omega - c_0^2 \cdot k^2 - \omega_*^2 = 0, \quad (6)$$

де $\gamma = \frac{\delta}{\rho_0}$; δ – коефіцієнт в'язкості, тоді із розв'язку задачі кінематики хвиль [9] випливає, що зліва від навантаження ($x < v \cdot t$):

$$c_0 \cdot k = i \cdot \chi_1 = i \cdot \frac{\sqrt{\omega_*^2 \cdot (1 - \beta^2) + (\beta \cdot \gamma)^2} - \beta \cdot \gamma}{1 - \beta^2}, \quad (7)$$

а справа ($x > v \cdot t$):

$$c_0 \cdot k = i \cdot \chi_2 = i \cdot \frac{\sqrt{\omega_*^2 \cdot (1 - \beta^2) + (\beta \cdot \gamma)^2} + \beta \cdot \gamma}{1 - \beta^2}. \quad (8)$$

Далі, конструюючи відповідним чином розв'язок для переміщень

$$u = \begin{cases} A \cdot \exp\left[\left(\frac{x}{c_0} - \beta \cdot t\right) \cdot \chi_1\right], & x < v \cdot t, \\ B \cdot \exp\left[\left(\frac{x}{c_0} - \beta \cdot t\right) \cdot \chi_2\right], & x > v \cdot t, \end{cases} \quad (9)$$

з (3) знаходимо:

$$A = B = \frac{F_0 / c_0 \cdot N}{2 \cdot \sqrt{\omega_*^2 \cdot (1 - \beta^2) + (\beta \cdot \gamma)^2} + (1 - \beta^2) \cdot k}. \quad (10)$$

Підставляючи знайдений розв'язок (9) та (10) у вираз для сил тиску хвиль [8]

$$T_g = \frac{1}{2} \cdot \left[\rho_0 \cdot u_t^2 + N \cdot u_x^2 - h_0 \cdot n^2 + 2 \cdot v \cdot \rho_0 \cdot u_x \cdot u_t \right], \quad (11)$$

знаходимо, що при закритичних швидкостях ($\beta < 1$); тоді

$$T_g = (1 - \beta^2) \cdot \frac{N}{2 \cdot c_0^2} \cdot (\chi_2^2 - \chi_1^2) \cdot A^2 = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \beta}{(1 - \beta^2)} \cdot \frac{N}{c_0^2} \cdot A^2 \cdot \sqrt{\omega_*^2 \cdot (1 - \beta^2) + (\beta \cdot \gamma)^2}. \quad (12)$$

Звідси видно, що для розрахунку допустимих швидкостей руху пантографу врахування розподілених втрат принципово необхідне, оскільки поздовжня складова, діюча на підвіс у контакті, досягає небезпечних значень навіть при докритичних швидкостях.

ВИСНОВКИ

1. Запропонована математична модель та встановлені основні закономірності хвилеутворень системи “пантограф – електричний підвіс” вантажних електротролейвозів, а також умови, за яких виникаючі хвилі можуть створити сили тиску (опору рухові) джерела нульової частоти у рухомому контакті, що перевищать допустимі на розрив і призводять до прискореного зношування.

2. Отримані у даному дослідженні результати можуть у подальшому слугувати для уточнення та вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку систем “пантограф – електричний підвіс” вантажних електротролейвозів як у режимах їхньої реальної експлуатації, так і на стадіях проектування/конструювання, а також для запобігання можливих передчасних руйнувань вказаних підвісів виникаючими у них хвилеутвореннями.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Бидерман В.Л.** Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
2. **Весницкий А.И., Крысов С.В., Сьянов С.А., Уткин Г.А.** Излучение упругих волн в одномерных системах равномерно движущимися источниками. – Горький, 1982. – (Препринт/НИРФИ; № 160). – 17 с.
3. **Крысов С.В., Сьянов С.А.** Излучение упругих волн в одномерных системах движущимся источником // Прикладная математика и техническая физика. – 1983. – № 1. – С. 150-153.
4. **Весницкий А.И., Крысов С.В.** Особенности проявления эффекта Доплера в одномерных упругих системах с дисперсией // Волны и дифракции. – 1981. – Т. 2. – С. 291.
5. **Весницкий А.И., Крысов С.В.** Возбуждение колебаний в движущихся элементах конструкций // Машиноведение. – 1983. – № 1. – С. 16, 17.
6. **Тамм И.Е.** Общие свойства излучения, испускаемого системами, движущимися со сверхсветовыми скоростями, и некоторые приложения к физике плазмы: (Нобелевская лекция) // Успехи физических наук. – 1959. – Т. 68, вып. 3. – С. 42-59.
7. **Мандельштам Л.И.** Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике: Сб. трудов. – М.: Изд-во АН СССР. – 1947. – Т. 2. – 372 с.
8. **Весницкий А.И., Каплан Л.Э., Уткин Г.А.** Законы изменения энергии и импульса для одномерных систем с движущимися закреплениями и нагрузками // Прикладная математика и механика. – 1983. – Т. 47, № 5. – С. 863-866.
9. **Весницкий А.И.** Волновые эффекты в упругих системах. – В кн.: Волновая динамика машин. – М.: Наука, 1991. – 188 с. – С. 15-30.

REFERENCES

1. **Biderman V.L., 1980.** Teorija mehanicheskikh kolebanij [Theory of mechanical fluctuations]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 408.
2. **Vesnickij A.I., Krysov S.V., S'janov S.A., Utkin G.A., 1982.** Izluchenie uprugih voln v odnomernyh sistemah ravnomerno dvizhushhimisja istochnikami [Radiation of elastic

waves in one-dimensional systems evenly moving sources]. Gor'kij, Pre-print NIRFI Publ., no 160, 17.

3. **Krysov S.V., S'janov S.A., 1983.** Izluchenie uprugih voln v odnomernyh sistemah dvizhushhimisja istochnikom [Radiation of elastic waves in one-dimensional systems a moving source]. Prikladnaja matematika i tehničeskaja fizika [Applied mathematics and technical physics], no 1, 150-153.
4. **Vesnickij A.I., Krysov S.V., 1981.** Osobennosti projavlenija jeffekta Doplera v odnomernyh uprugih sistemah s dispersiej [Features of manifestation of effect of Doppler in one-dimensional elastic systems with dispersion]. Volny i difrakcii [Waves and diffractions], vol. 2, 291.
5. **Vesnickij A.I., Krysov S.V., 1983.** Vozbuzhdenie kolebanij v dvizhushhimisja jelementah konstrukcij [Initiation of fluctuations in moving elements of designs]. Moscow, Mashinovedenie Publ., no 1, 16, 17.
6. **Tamm I.E., 1959.** Obshhie svojstva izluchenija, ispuskaemogo sistemami, dvizhushhimisja so sverhsvetovymi skorostjami, i nekotorye prilozhenija k fizike plazmy: (Nobelevszkaja lekcija) [The general properties of the radiation which is let out by systems, moving with superlight speeds, and some annexes to plasma physics: (Nobel lecture)]. Uspеhi fizicheskikh nauk [Successes of physical sciences], vol. 68, no 3, 42-59.
7. **Mandel'shtamm L.I., 1947.** Lekcii po optike, teorii otносitel'nosti i kvantovoj mehanike: Sb. trudov [Lectures on optics, theory of a relativity and quantum mechanics: Collection of works]. Moscow, AN SSSR Publ., vol. 2, 372.
8. **Vesnickij A.I., Kaplan L.Je., Utkin G.A., 1983.** Zakony izmenenija jenerгии i impul'sa dlja odnomernyh sistem s dvizhushhimisja zakreplenijami i nagruzkami [Laws of change of energy and impulse for one-dimensional systems with moving fixing and loadings]. Prikladnaja matematika i mehanika [Applied mathematics and mechanics]. T. 47, no 5, 863-866.
9. **Vesnickij A.I., 1991.** Volnovye jeffekty v uprugih sistemah [Wave effects in elastic systems]. V kn.: Volnovaja dinamika mashin [Wave dynamics of cars]. Moscow, Nauka Publ., 15-30.