

**ОПТИМІЗАЦІЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО РЕЖИМУ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ ВРІВНОВАЖЕНОЇ
ШАРНІРНО-ЗЧЛЕНОВАНОЇ СТІЛОВОЇ СИСТЕМИ ВАНТАЖОПІДНІМАЛЬНОГО
КРАНА З УРАХУВАННЯМ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ**

Вячеслав Ловеїкін¹, Дмитро Паламарчук², Ольга Ходневич²

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України

² Київський національний університет будівництва і архітектури
e-mail: palamarchuk-dima@ukr.net

**OPTIMIZATION OF POWER MODE CHANGING SPEED BALANCED JIB SYSTEM CRANES
WITH OSCILLATIONS OF CARGO**

Vyacheslav Loveykin¹, Dmytro Palamarchuk², Olga Hodnevich²

¹ National University of Life Environmental Sciences of Ukraine

² Kyiv National University of Construction and Architecture

АНОТАЦІЯ. В статті проводиться визначення такого режиму руху механізму зміни вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи крана, за яким середнє значення кінетичної енергії стрілової системи за час зміни вильоту вантажу було б мінімальним. Для цього записано вираз кінетичної енергії стрілової системи та проведено її мінімізацію. Наведено порядок проведення оптимізації за допомогою чисельного методу, а саме методу колокацій.

Ключові слова: ланка, виліт, стрілова система, кран, рівняння.

АННОТАЦИЯ. В статье проведено определение такого режима движения механизма изменения вылета шарнирно-сочлененной стреловой системы крана, при котором среднее значение кинетической энергии стреловой системы за время изменения вылета груза стало бы минимальным. Для этого записано выражение кинетической энергии стреловой системы и проведено ее минимизацию. Приведен порядок проведения оптимизации с помощью численного метода, а именно метода коллокации.

Ключевые слова: звено, вылет, стреловая система, кран, уравнение.

SUMMARY. Purpose. In the article the definition of the motion mode change mechanism departure hinged-articulated jib crane system, in which the average value of the kinetic energy boom system during changing speed cargo would be minimal. **Methodology/approach.** The study was conducted by means of numerical methods. **Findings.** The method of collocation defined under study mode. **Research limitations/implications.** It was established that the energy mode cannot be set using analytical methods. Therefore, a study conducted by means of a numerical collocation method. **Originality/value.** The research results can be used for energy optimizing mechanisms of nonlinear dependence between the coordinates of the links.

Key words: link, boom, boom system, crane, equation.

Подано 05.12.2013; прийнято 12.12.2013.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

В процесі зміни вильоту вантажу в елементах шарнірно-зчленованих стрілових систем кранів виникають значні динамічні навантаження. В попередніх дослідженнях проведено оптимізацію режимів руху стрілової системи за кінематичними критеріями [1]. А саме визначені закони, що дозволяють мінімізувати різницю між переміщеннями, швидкостями та прискореннями кінцевої точки хобота та вантажу [2]. Однак, запропоновані закони не завжди можуть бути використані на практиці. Тому, поставила задача оптимізації за енергетичним режимом. У цьому разі потрібно провести міні-

мімізацію зміни кінетичної енергії стрілової системи.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Для вирішення поставленої задачі необхідно розробити методіку оптимізації.

Розглянемо стрілову систему крана (рис. 1), яка складається зі: стріли 1, хобота 2, відтяжки 3, механізму врівноваження 4, вантажу 5 та привідного механізму 6.

Вважаємо, що стрілова система, окрім гнучкого підвісу вантажу, складається з абсолютно жорстких ланок. Також вважається, що стрілова система повністю врівноважена рухомою противагою, і її рух та коливання вантажу відбуваються лише у вер-

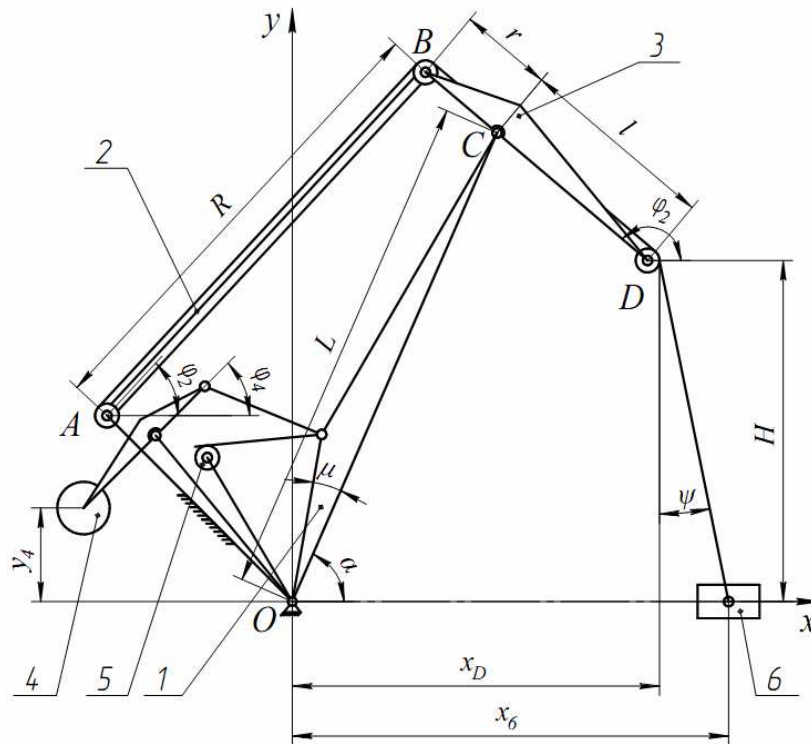


Рис. 1. Кінематична схема стрілової системи крана: 1 – стріла; 2 – відтяжка; 3 – хобот в зборі з контрхоботом; 4 – протывага; 5 – рейковий механізм зміни вильоту; 6 – вантаж

Fig. 1. The kinematics of the jib of the crane: 1 – arrow; 2 – backstay; 3 – trunk assembly; 4 – counterweight; 5 – gear changing speed rail; 6 – load

тикальній площині. За цим кінцева точка хобота D рухається по горизонтальній лінії, що розміщена на відстані H від осі X [2, 3].

Таку стрілову систему в процесі зміни вильоту вантажу представимо як голономну механічну систему з двома ступенями вільності [3]. За узагальнені координати прийнято кутову координату стріли α та кут відхилення вантажного каната від вертикалі ψ .

Згідно умови поставленої задачі, потрібно встановити такий режим руху привідного механізму, за якого середнє значення кінетичної енергії стрілової системи за час зміни вильоту вантажу стало б мінімальним, тобто:

$$T_{cp} = \frac{1}{t_k} \int_0^{t_k} T dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

де t – час; t_k – тривалість зміни вильоту; T – кінетична енергія стрілової системи.

При цьому крайові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad \alpha = \alpha_0, \quad \psi = 0; \\ t = t_k, \quad \alpha = \alpha_k, \quad \psi = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Кінетична енергія стрілової системи визначається із залежності [4]:

$$T = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^5 J_i \dot{\phi}_i^2 + m \dot{x}_6^2 \right), \quad (3)$$

де J_i , $\dot{\phi}_i$ – моменти інерції відносно власних осей обертання та кутові швидкості, відповідно стріли, хобота, відтяжки, коромисла протываги та привідного механізму, зведені до осі повороту ротора електродвигуна; m , \dot{x}_6 – маса вантажу та горизонтальна складова його швидкості. Вертикальною складовою швидкості вантажу знехтувано, оскільки її значення дуже мале, порівняно зі значенням горизонтальної складової.

При цьому, кутові швидкості ланок стрілової системи пов'язані з узагальненою координатою α та її похідними наступним співвідношенням:

$$\dot{\phi}_i = \dot{\alpha} \frac{\partial \phi_i}{\partial \alpha}, \quad i=1, 2, \dots, 5, \quad (4)$$

де $\partial\varphi_i/\partial\alpha$ – перші передавальні функції між кутовими координатами ланок стрілової системи та кутовою координатою стріли.

Горизонтальна складова лінійної швидкості вантажу з урахуванням його коливань визначається залежністю:

$$\dot{x}_6 = \dot{\alpha} \frac{\partial x}{\partial \alpha} + H\dot{\psi}, \quad (5)$$

де $\partial x/\partial\alpha$ – перша передавальна функція між лінійною координатою вантажу та координатою стріли; H – довжина звисаючої гілки вантажного каната; $\dot{\psi}$ – кутова швидкість відхилення вантажного каната від вертикалі.

З урахуванням залежностей (4, 5) вираз кінетичної енергії стрілової системи представлено у наступному вигляді:

$$T = \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \left[\sum_{i=1}^5 J_i \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial\alpha} \right)^2 + m \left(\frac{\partial x}{\partial\alpha} \right)^2 \right] + mH \left(\dot{\alpha}\dot{\psi} \frac{\partial x}{\partial\alpha} + \frac{\dot{\psi}^2 H}{2} \right). \quad (6)$$

Умовою мінімуму критерію (1) є рівняння Ейлера-Лагранжа [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial \alpha} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = 0; \\ \frac{\partial T}{\partial \psi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Після підставлення виразу кінетичної енергії стрілової системи (6) в рівняння системи (7), отримано систему нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} \left[\sum_{i=1}^5 J_i \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial\alpha} \right)^2 + m \left(\frac{\partial x}{\partial\alpha} \right)^2 \right] + \dot{\alpha}^2 \left(\sum_{i=1}^5 J_i \frac{\partial\varphi_i}{\partial\alpha} \frac{\partial^2\varphi_i}{\partial\alpha^2} + m \frac{\partial x}{\partial\alpha} \frac{\partial^2 x}{\partial\alpha^2} \right) + mH\dot{\psi} \frac{\partial x}{\partial\alpha} = 0; \\ \ddot{\alpha} \frac{\partial x}{\partial\alpha} + \dot{\alpha}^2 \frac{\partial^2 x}{\partial\alpha^2} + H\ddot{\psi} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

де $\partial^2\varphi_i/\partial\alpha^2$, $\partial^2 x/\partial\alpha^2$ – другі передавальні функції між координатами ланок стрілової системи та кутовою координатою стріли.

Із другого рівняння системи (8) знайдено вираз кутового прискорення зміни кутового відхилення вантажного каната від вертикалі

$$\ddot{\psi} = -\frac{1}{H} \left(\ddot{\alpha} \frac{\partial x}{\partial\alpha} + \dot{\alpha}^2 \frac{\partial^2 x}{\partial\alpha^2} \right), \quad (9)$$

підставивши його в перше рівняння цієї системи отримано вираз:

$$\ddot{\alpha} \sum_{i=1}^5 J_i \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial\alpha} \right)^2 + \dot{\alpha}^2 \sum_{i=1}^5 J_i \frac{\partial\varphi_i}{\partial\alpha} \frac{\partial^2\varphi_i}{\partial\alpha^2} = 0. \quad (10)$$

Як приклад визначено передавальні функції для деяких ланок стрілової системи [5]:

– стріла

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial\alpha} = 1; \quad \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial\alpha^2} = 0; \quad (11)$$

– хобот

$$\frac{\partial\varphi_3}{\partial\alpha} = \frac{L \cos \alpha}{\sqrt{l^2 - (L \sin \alpha - H)^2}}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial\alpha^2} = L \frac{(L^2 + H^2 - l^2) \sin \alpha - HL(1 + \sin^2 \alpha)}{[l^2 - (L \sin \alpha - H)^2]^{3/2}}; \quad (13)$$

– ротор електродвигуна

$$\frac{\partial\varphi_5}{\partial\alpha} = -\frac{iab \sin(\Theta + \mu + \alpha)}{R\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos(\Theta + \mu + \alpha)}}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2\varphi_5}{\partial\alpha^2} = -\frac{abi}{R} \times \frac{(a^2 + b^2) \cos(\Theta + \mu + \alpha) + ab[1 + \cos^2(\Theta + \mu + \alpha)]}{[a^2 + b^2 + 2ab \cos(\Theta + \mu + \alpha)]^{3/2}}. \quad (15)$$

В залежностях (12-15) прийнято наступні позначення: L – довжина стріли; l – довжина хобота; H – довжина звисаючої гілки каната; a – довжина стояка привідного механізму; Θ – кут нахилу його до горизонту; b – довжина стрілового плеча привідного механізму; μ – кут розхилу стріли; R – радіус зубчастого колеса приводу рейкового механізму зміни вильоту; i – передаточне число привідного механізму.

Аналогічним шляхом визначено передавальні функції відтяжки та механізму врівноваження, однак у зв'язку з громіздкістю цих виразів вони в статті не наведені.

Рівняння (10) з урахуванням виразів (11-15), а також передавальних функцій інших

ланок стрілової системи (відтяжки, механізму врівноваження), будуть мати вигляд нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку зі змінними коефіцієнтами. З урахуванням того, що при розв'язку рівняння (10) необхідно забезпечити крайові умови руху, тому необхідно розв'язати крайову задачу:

$$\ddot{\alpha} \sum_{i=1}^5 J_i \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \alpha} \right)^2 + \dot{\alpha}^2 \sum_{i=1}^5 J_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial \alpha^2} = 0, \quad (16)$$

при $t = 0$, $\alpha = \alpha_0$ і $t = t_k$, $\alpha = \alpha_k$.

Для розв'язку таких задач використовують наближені аналітичні методи [6], до яких відносяться методи Рітца, Галеркіна, коллокацій, тощо. В цих методах розв'язок шукають у вигляді суми лінійно незалежних базисних функцій, що задовільняють задані крайові умови. В перших двох методах необхідно знайти визначені інтеграли від функцій (12-15), що входять до складу диференціального рівняння (10). Ці функції не вдається проінтегрувати в аналітичному вигляді, тому найбільш доцільно використати метод коллокацій.

При використанні методу коллокацій розв'язок крайової задачі (16) з урахуванням передавальних функцій (11-15) визначаємо як:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \left[\Delta\alpha + (1-\bar{t}) \sum_{i=0}^n a_i \bar{t}^i \right] \bar{t}_n; \\ \dot{\alpha} &= \left[\Delta\alpha + \sum_{i=0}^n a_i \bar{t}^i [i+1 - (i+2)\bar{t}] \right] / t_k; \\ \ddot{\alpha} &= \left[\sum_{i=0}^n a_i \bar{t}^{i-1} (i+1) [i - (i+2)\bar{t}] \right] / t_k^2, \quad (17) \end{aligned}$$

де $\Delta\alpha = \alpha_k - \alpha_0$; α_0, α_k – відповідно початкове та кінцеве значення кутової координати стріли крана; $\bar{t} = t/t_k$ – відносний час руху стрілової системи; t – координата часу; t_k – тривалість циклу руху стрілової системи; a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) – постійні коефіцієнти, що визначаються із системи рівнянь в деяких точках відрізка $[0, t_k]$, які називаються точками коллокацій.

Як приклад розглянуто розв'язок поставленої задачі для трьох точок коллокацій:

$\bar{t}_1 = 1/4$, $\bar{t}_2 = 1/2$, $\bar{t}_3 = 3/4$. Після підставлення цих точок в систему (17) отримано:

$$\begin{aligned} &\text{– для } \bar{t} = \bar{t}_1 = 1/4 \\ \alpha_1 &= \alpha_0 + \left[\Delta\alpha + \frac{3}{4}(a_0 + a_1/4 + a_2/16) \right] / 4; \\ \dot{\alpha}_1 &= [\Delta\alpha + a_0/2 + 5a_1/16 + a_2/8] / t_k; \\ \ddot{\alpha}_1 &= [-2a_0 + a_1/2 + 3a_2/4] / t_k^2; \quad (18) \\ &\text{– для } \bar{t} = \bar{t}_2 = 1/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_0 + \left[\Delta\alpha + \frac{1}{2}(a_0 + a_1/2 + a_2/4) \right] / 2; \\ \dot{\alpha}_2 &= [\Delta\alpha + a_0/2 + a_1/4 + a_2/4] / t_k; \\ \ddot{\alpha}_2 &= [-a_0 - a_1 - a_2] / t_k^2; \quad (19) \\ &\text{– для } \bar{t} = \bar{t}_3 = 3/4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= \alpha_0 + \left[\Delta\alpha + \frac{1}{4}(a_0 + \frac{3}{4}a_1 + \frac{9}{16}a_2) \right] \frac{3}{4}; \\ \dot{\alpha}_3 &= \left[\Delta\alpha + a_0/2 - \frac{3}{16}a_1 - a_2/8 \right] / t_k; \\ \ddot{\alpha}_3 &= \left[-\frac{3}{2}a_0 - \frac{10}{4}a_1 - \frac{9}{4}a_2 \right] / t_k^2. \quad (20) \end{aligned}$$

Визначимо в точках коллокацій нев'язки рівняння (16), в результаті чого отримаємо систему трансцендентних рівнянь з невідомими коефіцієнтами a_0, a_1, a_2 :

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{4}(a_1 + \frac{3}{2}a_2) + \frac{1}{2} \left[\Delta\alpha + \frac{1}{2}(a_0 + \frac{5}{8}a_1 + \frac{1}{4}a_2) \right]^2 f_1; \\ a_1 = a_0 - \left[\Delta\alpha + \frac{1}{4}(a_1 + a_2) \right]^2 f_2; \\ a_2 = -\frac{2}{3}a_0 - \frac{10}{9}a_1 + \frac{4}{9} \left[\Delta\alpha - \frac{1}{2}(a_0 + \frac{3}{8}a_1) \right]^2 f_3. \end{cases} \quad (21)$$

Причому:

$$f_i = \frac{\sum_{i=1}^5 J_i \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \alpha} \right)_j \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial \alpha^2} \right)_j}{\sum_{i=1}^5 J_i \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \alpha} \right)_j^2}, \quad (22)$$

де $j = 1, 2, 3$.

Вирази (21-22) відповідають кутовим координатам стріли в точках коллокацій $\bar{t}_1 = 1/4$; $\bar{t}_2 = 1/2$; $\bar{t}_3 = 3/4$.

$$\left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial \alpha}\right)_1 = \frac{L \cos[\alpha_0 + [\Delta\alpha + 3/4(a_0 + a_1/4 + a_2/16)]/4]}{\sqrt{l^2 - [L \sin[\alpha_0 + [\Delta\alpha + 3/4(a_0 + a_1/4 + a_2/16)]/4] - H]^2}}; \quad (23)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_5}{\partial \alpha}\right)_1 = -\frac{iab \sin[\Theta + \mu + \alpha_0 + [\Delta\alpha + 3/4(a_0 + a_1/4 + a_2/16)]/4]}{R\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos[\Theta + \mu + \alpha_0 + [\Delta\alpha + 3/4(a_0 + a_1/4 + a_2/16)]/4]}}. \quad (24)$$

Для прикладу показано визначення деяких передавальних функцій для першої точки коллокації:

Систему трансцендентних рівнянь (21) з урахуванням виразів (22-24) та виразів передавальних функцій інших ланок в усіх точках коллокацій розв'яжемо методом ітерацій, для чого запишемо цю систему в такому вигляді:

$$\begin{cases} a_{0,k+1} = \frac{1}{4}(a_{1,k} + \frac{3}{2}a_{2,k}) + \frac{1}{2} \times \\ \times \left[\Delta\alpha + \frac{1}{2}(a_{0,k} + \frac{5}{8}a_{1,k} + \frac{1}{4}a_{2,k}) \right]^2 f_{1,k}; \\ a_{1,k+1} = a_{0,k} - \left[\Delta\alpha + \frac{1}{4}(a_{1,k} + a_{2,k}) \right]^2 f_{2,k}; \\ a_{2,k+1} = -\frac{2}{3}a_{0,k} - \frac{10}{9}a_{2,k} + \\ + \frac{4}{9} \left[\Delta\alpha - \frac{1}{2}(a_{0,k} + \frac{3}{8}a_{1,k}) \right]^2 f_{3,k}. \end{cases} \quad (25)$$

В системі (25) індексом k позначається порядок наближення. Розрахунки проводяться до того часу, доки коефіцієнти коллокацій наступної ітерації не стануть наближатися з заданим рівнем точності до попередньої ітерації.

ВИСНОВКИ

В роботі розв'язується задача визначення такого режиму руху механізму зміни вильоту шарнірно-зчленованої стрілової системи крана, за яким середнє значення кінетичної енергії системи за час зміни вильоту стало б мінімальним. Наведено порядок визначення цього режиму за допомогою числового методу коллокацій.

В подальших дослідженнях буде проведено визначення цього режиму, а також встановлені графічні залежності зміни кінематичних параметрів стрілової системи за часом.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Ловейкін В.С.** Оптимізація режиму зміни вильоту шарнірно-зчленованої врівноваженої стрілової системи крана / В.С. Ловейкін, Д.А. Паламарчук // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2008. – №72. С. 21-27.
2. **Паламарчук Д.А.** Оптимізація режимів руху шарнірно-зчленованої стрілової системи крана з горизонтальним переміщенням вантажу : дис. на здобуття наук. ступеня кандидата техн. наук : 05.05.05 / Паламарчук Дмитро Анатолійович. – К., 2013. – 240 с.
3. **Ловейкин В.С.** Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин : [учеб. пособие] / В.С. Ловейкин. – К. : УМК ВО, 1990. – 168 с.
4. **Яблонский А.А.** Курс теоретической механики. В 2 ч. Ч. 2. Динамика : [учеб. пособие] / А.А. Яблонский, В.М. Ники-форова. – М. : Высшая школа, 1977. – 430 с.
5. **Ловейкин В.С.** Динамический анализ стреловых систем кранов с горизонтальным перемещением груза при изменении вылета: дис. кандидата тех. наук : 05.05.05 / Ловейкин Вячеслав Сергеевич. – К., 1982. – 268 с.
6. **Цлаф Л.Я.** Вариационное исчисление и интегральные уравнения / Л.Я. Цлаф. – Санкт-Петербург : Лань, 2005. – 192 с.

REFERENCES

1. **Lovejkin V.S., Palamarchuk D.A., 2008.** Optymizacija rezhymu zminy vyl'otu sharnirno-zchlenovanoi' vrvnovazhenoi' strilivoi' systemy kрана [Optimization regime change departure hinged-articulated a balanced jib crane system]. Girnychi, budivel'ni, dorozhni ta melioratyvni mashyny [Mining, constructional, road and melioration machines], no. 72. 21-27.
2. **Palamarchuk D.A., 2013.** Optymizatsiya rezhymiv rukhu sharnirno-zchlenovanoi' strilivoi' systemy kрана z horyzontalnym peremish-

chennyam vantazhu : dys. kandydata tehn. nauk [Optimization of movement-hinged articulated jib crane system with horizontal moving loads. Candidate tech. science dis.]. Kyiv, 240.

3. **Lovejkin V.S., 1990.** Raschety optimal'nykh rezhimov dvizheniya mekhanizmov stroitel'nykh mashin [Calculations of optimum modes of motion mechanisms of construction machinery]. Kyiv, 168.
4. **Yablonskiy A.A., Nikiforova V.M., 1977.** Kurs teoreticheskoy mekhaniki. Dinamika [Course of theoretical mechanics. Dynamics]. Moscva, 430.
5. **Lovejkin V.S., 1982.** Dinamicheskyy analiz strelovykh sistem kranov s gorizontalnym peremeshcheniyem gruzha pri izmenenii vyleta : dys. kandydata tehn. nauk [Dynamic analysis jib crane systems with horizontal movement of the load when the departur. Candidate tech. science dis.]. Kyiv, 268.
6. **Tslaf L.Ya., 2005.** Variatsionnoye ischisleniye i integral'nyye uravneniya [Calculus of variations and integral equations]. St. Petersburg, 192.