

першому режимі є зменшення робочої зони керування і затягування кута комутації на всьому проміжку керування; характерною особливістю другого режиму є також зменшення робочої зони керування, але різниця у тому, що кут комутації буде мати зону сприятливої комутації і зону її затягування, що в порівнянні з першим режимом буде більш сприятливо. Характерною особливістю третього режиму, на відміну від першого і другого режимів, є збільшення робочої зони керування, і зона сприятливої комутації буде на всьому діапазоні керування.

Список літератури

1. Справочник по преобразовательной технике / [Под ред. **И.М. Чиженко**]. – К. : Техника, 1978. – 445 с.
2. **Шипило В.П.** Влияние тиристорного электропривода на питающую сеть / **В.П. Шипило** // Электротехническая промышленность. Электропривод. – 1970. – №1. – С. 5–10.
3. **Ващенко А.П.** Взаимное влияние тиристорных преобразователей мощных электроприводов через общую сеть «Тяжпромэлектропроект». – М. : Энергия, 1970. – № 7. – С. 3–9.
4. **Аннопольский Ю.Ф.** Особенности работы управляемых выпрямителей при групповом питании / **Ю.Ф. Аннопольский, И.И. Левитан** // Электротехника. – 1976. – №9. – С. 40–43.
5. **Синолицый А.Ф.** Электромагнитная совместимость в системах питания и управления группой турбомеханизмов / **А.Ф. Синолицый, В.А. Кольсун** // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету, 2005 р. – №3(32). – С. 46–50.

Рукопис подано до редакції 21.03.13

УДК 621.317.41:537.812

С.Т. ТОЛМАЧЕВ*, д-р техн. наук, проф., С.Л. БОНДАРЕВСКИЙ, ст. преподаватель, Д.Л. ЮХИМОВИЧ, ассистент, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

ТЕНЗОР ЭФФЕКТИВНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПОЛЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРОВ

На основе метода мультиполей для двух типов решеток - простой орторомбической и моноклинной - с взаимно-перпендикулярными осями симметрии получены явные формулы для тензора приведенной проницаемости двояко-периодической системы полых круговых цилиндров с произвольными магнитными проницаемостями областей.

Расчет приведенных свойств упорядоченной гетерогенной среды (УГС) начиная с классической работы Дж. Релея [1] постоянно был объектом пристального внимания многих исследователей [2-4]. Однако в обширной библиографии по данному вопросу большинство работ посвящено УГС со сплошными круговыми цилиндрами. Обобщение метода мультиполей на случай произвольной решетки с полыми круговыми цилиндрами впервые дано в статьях авторов [5,6].

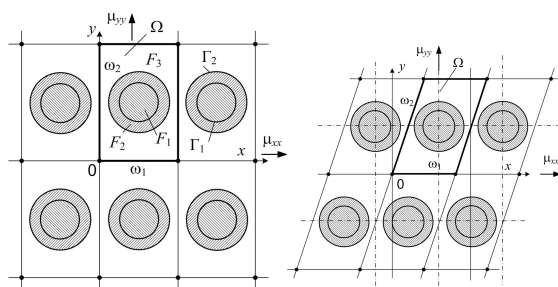


Рис. 1. Решетки W_1 - а и W_2 - б со взаимно-ортогональными осями симметрии

В данной статье, основанной в основном на материалах статей [5,6], рассмотрена задача приведения указанной УГС для двух важных случаев решетки W - простой орторомбической W_1 и моноклинной W_2 , а именно: $W_1 \rightarrow \omega_1=c, \omega_2=jd, \tau=jd/c$ и $W_2 \rightarrow \omega_1=c, \omega_2=c/2+jd, \tau=1/2+jd/c$ (рис. 1).

Важными частными случаями решеток W_1 и W_2 являются квадратная ($\tau=j$) и гексагональная ($\tau=e^{j\pi/3}$). Выбор указанных структур обусловлен тем, что в силу симметрии в них главные оси тензора магнитной проницаемости очевидны и совпадают с направлениями осей x и y . В общем случае косоугольной решетки эта задача требует специального рассмотрения.

Обозначим через $H_0=H_{0x}+jH_{0y}$ напряжённость внешнего поля, а через μ_1, μ_2, μ_3 - относительные магнитные проницаемости областей F_1, F_2 и F_3 , причем примем $\mu_3=1$. Компоненты тензора приведенной магнитной проницаемости выражаются через дипольный момент цилиндров $\wp = \wp_x + j\wp_y$:

$$\wp = \int_F J(\xi) d\tau_\xi = \int_{F_1} J(\xi) d\tau_\xi + \int_{F_2} J(\xi) d\tau_\xi = \wp_x + j\wp_y. \quad (1)$$

При $\mu=\text{const}$ двумерные интегралы выражаются через контурные [7]

$$\wp = \int_F J(\xi) d\tau_\xi = -\frac{1}{2j} \int_{\Gamma_1} \xi J(\xi) d\bar{\xi} = -\frac{1}{2j} \int_{\Gamma_1} \xi J(\xi) d\bar{\xi} - \frac{1}{2j} \int_{\Gamma_2} \xi J(\xi) d\bar{\xi}. \quad (2)$$

Учитывая, что $jJ(\xi)d\bar{\xi}$ выражается через поверхностные заряды и токи: $jJ(\xi)d\bar{\xi} = (\sigma + j\tau)dS$ [7], преобразуем выражение (2) к виду

$$\wp = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_1} (\sigma + j\tau)(x + jy)ad\varphi = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_1} a^2 (\sigma_1 \cos \varphi - \tau_1 \sin \varphi) d\varphi + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_2} b^2 (\sigma_2 \cos \varphi - \tau_2 \sin \varphi) d\varphi. \quad (3)$$

Представляя потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ в виде

$$\varphi_1 = \sum_{(k)} C_k R^k \cos k\varphi, \quad (4)$$

$$\varphi_2 = \sum_{(k)} (A_k R^k + B_k R^{-k}) \cos k\varphi, \quad (5)$$

$$\varphi_3 = \sum_{(k)} (D_k R^k + E_k R^{-k}) \cos k\varphi, \quad (6)$$

определим на границах цилиндров $\Gamma_1 (R=a)$ и $\Gamma_2 (R=b)$ поверхностные заряды

$$\sigma_1 = \left. \frac{d\varphi_1}{dR} - \frac{d\varphi_2}{dR} \right|_{R=a} = \sum_k ka^{k-1} (C_k - A_k + B_k a^{-2k}) \cos k\varphi, \quad (7)$$

$$\sigma_2 = \left. \frac{d\varphi_2}{dR} - \frac{d\varphi_3}{dR} \right|_{R=b} = \sum_k kb^{k-1} [A_k - D_k - (B_k - E_k) b^{-2k}] \cos k\varphi \quad (8)$$

и токи

$$\tau_1 = \left. \frac{(\mu_2 - 1)d\varphi_2}{Rd\varphi} - \frac{(\mu_1 - 1)d\varphi_1}{Rd\varphi} \right|_{R=a} = \sum_k ka^{k-1} [-C_k(1 - \mu_1) + (A_k + B_k a^{-2k})(1 - \mu_2)] \sin k\varphi, \quad (9)$$

$$\tau_2 = \left. \frac{(\mu_3 - 1)d\varphi_3}{Rd\varphi} - \frac{(\mu_2 - 1)d\varphi_2}{Rd\varphi} \right|_{R=b} = \sum_k kb^{k-1} (A_k + B_k b^{-2k})(\mu_2 - 1) \sin k\varphi \quad (10)$$

Подставляя выражения (7)-(10) в (3) и учитывая ортогональность функций $\cos\varphi\cos k\varphi$ и $\sin\varphi\sin k\varphi$ при $k \neq 1$, получаем

$$\wp = \frac{\pi}{2} (E_1 - 2A_1 a^2 + A_1 b^2 + 2C_1 a^2 - D_1 b^2 + A_1 a^2 \mu_2 - A_1 b^2 \mu_2 - C_1 a^2 \mu_1) \quad (11)$$

После учета связи между коэффициентами [5] $A_k = -2\bar{E}_k(\mu_2 + 1)^{-1}(\lambda_1 a^2 + \lambda_2 b^2)^{-1}$, $A_k = -\bar{B}_k a^{-2k} \lambda_1^{-1}$, $D_k = \beta_k \bar{E}_k$ и $C_k = -2B_k a^{-2k} \lambda_1^{-1} \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)^{-1}$, где после преобразований

$$\beta_k = -\frac{1 + \lambda_1 \lambda_2 (a/b)^{2k}}{\lambda_1 a^{2k} + \lambda_2 b^{2k}}, \quad \lambda_1 = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad \lambda_2 = \frac{\mu_2 - \mu_3}{\mu_2 + \mu_3}. \quad (12)$$

и упрощений выражение (11) принимает окончательный вид

$$\wp_x = 2 \int_0^{2\pi} \sum_k k [a^{-k+1} B_k - b^{-k+1} (B_k - E_k)] \cos k\varphi \cos \varphi d\varphi = 2 \int_0^{2\pi} \sum_k E_1 \cos^2 \varphi d\varphi = 2\pi E_1. \quad (13)$$

Аналогично вычисляется дипольный момент по оси y . При этом в потенциалах (4)-(6) $\cos\varphi$ следует заменить на $\sin\varphi$, а в (3) принять $y = a \sin\varphi$ на Γ_1 и $y = b \sin\varphi$ на Γ_2 .

Следовательно,

$$\mu_x = 1 + \frac{\wp_x}{F_\Omega H_{0x}} = 1 + \frac{2\pi E_1}{F_\Omega H_{0x}}, \quad \mu_y = 1 + \frac{\wp_y}{F_\Omega H_{0y}} = 1 + \frac{2\pi E_1}{F_\Omega j H_{0y}}, \quad (14)$$

т.е. эффективная проницаемость, как и в случае сплошных цилиндров [1], определяется только моментами диполей E_1 . Заметим, что формальное совпадение выражений для μ_x и μ_y не говорит об изотропии приведенных свойств среды, поскольку дипольный момент E_1 определен при разных направлениях поля. Этот принципиальный вопрос требует специального рассмотрения.

Коэффициенты E_k можно получить из решения системы уравнений [5]

$$(-1)^k (\delta_{1k} \bar{H}_0 + k! \beta_k \bar{E}_k) = \sum_p E_p \frac{(k+p-1)!}{(p-1)!} \sum_{k+p}, \quad k, p = 1, 3, 5, \dots \quad (15)$$

Входящие в систему (15) ряды Эйзенштейна

$$\sum_{2l} = \omega_1^{-2l} \sum' (m+n\tau)^{-2l} = \omega_1^{-2l} S_{2l}(\tau), \quad \omega_1, \omega_2 \in W, \quad (16)$$

где ' означает $m^2+n^2 \neq 0$, при $l \geq 2$ сходятся абсолютно, т.е. их значения зависят только от решетки W , а не от периодов ω_1 и ω_2 [8]. Значения ряда \sum_2 зависят от порядка суммирования. Именно эта особенность ряда \sum_2 определяет анизотропию приведенных свойств.

Применяя в (16) суммирование по Эйзенштейну [8], запишем

$$\sum_2' = \sum_m \sum_n = \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{m=-M}^{m=M} \left(\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^{n=N} \right) = \omega_1^{-2} \sum_{m,n}' (m+n\tau)^{-2} = \omega_1^{-2} S_2(\tau). \quad (17)$$

Выражение (17) относится к направлению поля вдоль оси x и его следует понимать так: сначала суммирование ведется по ω_1 , а затем по ω_2 . Для $H_0 = jH_{0y}$ следует изменить порядок суммирования в (17), например, перейдя к эквивалентным периодам ω_2' и ω_1' . Для решетки W_1 $\omega_1=c$, $\omega_2=jd$, $\omega_1'=\omega_2=jd$, $\omega_2'=-\omega_1=-c$ а для решетки W_2 $\omega_1=c$, $\omega_2=c/2+jd$, $\omega_1'=2jd$, $\omega_2'=-c/2+jd$. При переходе к эквивалентной паре периодов \sum_2' принимает значение $\sum_{2_3}' = (\omega_1')^{-2} \sum_{m,n}' (m+n\tau')^{-2} = (\omega_1')^{-2} S_{2_3}'(\tau')$, $\tau' = \omega_2' / \omega_1'$. Эквивалентные периоды связаны матричным со-

отношением $(\omega_1' \omega_2') = (\omega_1 \omega_2) \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$, где $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – целые числа, причем $\alpha\delta - \beta\gamma = \pm 1$ [9]. При этом справедливо соотношение

$$\sum_2' - \sum_{2_3}' = \frac{2\pi j \gamma}{\omega_1 \omega_1'} \quad (18)$$

Нетрудно установить, что для решетки W_1 $\gamma=1$, а для решетки W_2 $\gamma=2$. В дальнейшем для наглядности условимся обозначать $\sum_2' = \sum_{2x}$, а $\sum_{2_3}' = \sum_{2y}$.

Для рядов S_{2l} удобно использовать быстро сходящиеся ряды ($q = e^{j\pi\tau}$) [9]: $S_2 = 4\pi^2 \left(\frac{1}{12} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{kq^{2k}}{1-q^{2k}} \right)$, $S_4 = \frac{4}{15} \pi^4 \left(\frac{1}{12} + 20 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 q^{2k}}{1-q^{2k}} \right)$, $S_6 = \frac{16}{35} \pi^6 \left(\frac{1}{216} - \frac{7}{3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^5 q^{2k}}{1-q^{2k}} \right)$ (19)

Ряды S_{2l} более высокого порядка можно находить из рекуррентного соотношения:

$$S_8 = \frac{3}{7} S_4^2, \quad S_{10} = \frac{5}{11} S_4 S_6, \quad S_{12} = \frac{1}{143} (18S_4^3 + 25S_6^2), \quad S_{14} = \frac{30}{143} S_4^2 S_6, \dots \quad (20)$$

В общем случае ряды S_{2l} комплексные, однако для рассматриваемых решеток W_1 и W_2 они вещественны. Легко показать, что только для квадратной и гексагональной решеток $S_{2x} = S_{2y}$.

В первом случае $S_{2x} = \pi$, поэтому на основании соотношений (17) и (18) $\sum_{2x} = -\sum_{2y} = \pi \omega_1^{-2}$.

Во втором случае $S_2 = 2\pi / \sqrt{3}$, поэтому $\sum_{2x} = -\sum_{2y} = 2\pi \omega_1^{-2} / \sqrt{3}$.

Явные формулы для приведенной проницаемости. Точность решения задачи зависит от глубины учета мультипольного влияния, т.е. от порядка системы уравнений (15). Для системы первого порядка (дипольное приближение) при $H_0 = H_{0x}$ имеем: $-H_{0x} = E_{1x} (\sum_{2x} + \beta_1)$ и

$$\mu_{x1} = 1 - \frac{2\pi}{F_{\Omega} \left(\sum_{2x} - \frac{\pi(\lambda_1 \lambda_2 d^2 + 1)}{pF_{\Omega}(\lambda_1 d^2 + \lambda_2)} \right)}, \quad (21)$$

где $d=a/b$, $p=\pi b^2/F_{\Omega}$. Эта формула впервые получена в [6], однако там вместо $p=\pi b^2/F_{\Omega}$ ошибочно приведено $p=\pi(b^2-a^2)/F_{\Omega}$. Второй индекс в указанной формуле соответствует порядку системы уравнений (15). Аналогично, для двух и трёх уравнений системы (15)

$$\mu_{x2} = 1 - \frac{2\pi}{F_{\Omega} \left(\sum_{2x} - \frac{\pi(\lambda_1 \lambda_2 d^2 + 1)}{pF_{\Omega}(\lambda_1 d^2 + \lambda_2)} + \frac{3p^3 F_{\Omega}^3 \sum_4^2 (\lambda_1 d^6 + \lambda_2)}{\pi^3 (\lambda_1 \lambda_2 d^6 + 1)} \right)}, \quad (22)$$

$$\mu_{x3} = 1 - \frac{2\pi}{F_{\Omega} \left[\Sigma_{2x} - \frac{\pi(\lambda_1\lambda_2d^2 + 1)}{pF_{\Omega}(\lambda_1d^2 + \lambda_2)} + \frac{5p^5F_{\Omega}^5\Sigma_6^2(\lambda_1d^{10} + \lambda_2)}{\pi^5(\lambda_1\lambda_2d^{10} + 1)} - \frac{3\Sigma_4^2}{10\Sigma_6 - \frac{\pi^3(\lambda_1\lambda_2d^6 + 1)}{p^3F_{\Omega}^3(\lambda_1d^6 + \lambda_2)}} \right]}. \quad (23)$$

Для частного случая квадратной решётки ($\Sigma_{2x} = \omega_1^{-2}\pi$, $\Sigma_4 = \omega_1^{-4} \cdot 3,151212$, $\Sigma_6 = 0$)

$$\mu_{x1} = 1 - \frac{2p}{p - \frac{\lambda_1\lambda_2d^2 + 1}{\lambda_1d^2 + \lambda_2}}, \mu_{x2} = \mu_{x3} = 1 - \frac{2p}{p - \frac{\lambda_1\lambda_2d^2 + 1}{\lambda_1d^2 + \lambda_2} + \frac{0,30583p^4(\lambda_1d^6 + \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2d^6 + 1}}, \quad (24)$$

$$\mu_{x4} = 1 - \frac{2p}{p - \frac{\lambda_1\lambda_2d^2 + 1}{\lambda_1d^2 + \lambda_2} + \frac{0,01336p^8(\lambda_1d^{10} + \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2d^{10} + 1} - \frac{0,21799(\lambda_1\lambda_2d^{10} + 1)}{p^4(\lambda_1d^{10} + \lambda_2) \left(1 - \frac{0,71278(\lambda_1\lambda_2d^6 + 1)(\lambda_1\lambda_2d^{10} + 1)}{p^8(\lambda_1d^6 + \lambda_2)(\lambda_1d^{10} + \lambda_2)} \right)}}. \quad (25)$$

Для идеально проводящих полых цилиндров ($\mu_1 = \mu_3 = 1$, $\mu_2 = \infty$, т.е. $\lambda_2 = -\lambda_1 = 1$)

$$\mu_{x1} = 1 - \frac{2p}{p-1}, \mu_{x2} = 1 - \frac{2p}{p-1+0,30583p^4}, \mu_{x4} = 1 - \frac{2p}{p-1+0,013362p^8 - \frac{0,30583p^4}{1,40296p^8-1}}. \quad (26)$$

Для сплошных цилиндров ($a=0$)

$$\mu_{x1} = 1 - \frac{2p}{p - \lambda_2^{-1}}, \mu_{x2} = \mu_{x3} = 1 - \frac{2p}{p - \lambda_2^{-1} + 0,305828p^4\lambda_2}, \quad (27)$$

$$\mu_{x4} = 1 - \frac{2p}{p - \lambda_2^{-1} + 0,0133615p^8\lambda_2 - \frac{0,305828p^4\lambda_2}{1,40296p^8\lambda_2^2 - 1}}. \quad (28)$$

Для гексагональной решётки ($\Sigma_{2x} = \omega_1^{-2} 2\pi/\sqrt{3}$, $\Sigma_4 = 0$, $\Sigma_6 = \omega_1^{-6} \cdot 5,86303$)

$$\mu_{x1} = \mu_{x2} = 1 - \frac{2p}{p - \frac{\lambda_1\lambda_2d^2 + 1}{\lambda_1d^2 + \lambda_2}}, \mu_{x3} = \mu_{x4} = 1 - \frac{2p}{p - \frac{\lambda_1\lambda_2d^2 + 1}{\lambda_1d^2 + \lambda_2} + \frac{0,0754222p^6(\lambda_1d^{10} + \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2d^{10} + 1}}. \quad (29)$$

Для идеально проводящих полых цилиндров ($\mu_1 = \mu_3 = 1$, $\mu_2 = \infty$, т.е. $\lambda_2 = -\lambda_1 = 1$)

$$\mu_{x1} = \mu_{x2} = 1 - \frac{2p}{p-1}, \mu_{x3} = \mu_{x4} = 1 - \frac{2p}{p-1+0,07542217p^6}. \quad (30)$$

Для сплошных цилиндров $a=0$

$$\mu_{x1} = \mu_{x2} = 1 - \frac{2p}{p - \lambda_2^{-1}}, \mu_{x3} = \mu_{x4} = 1 - \frac{2p}{p - \lambda_2^{-1} + 0,075422p^6\lambda_2}, \quad (31)$$

$$\mu_{x6} = 1 - \frac{2p(1 - 1,06028p^{12}\lambda_2^2)}{p - \lambda_2^{-1} + 0,075422p^6\lambda_2 + 1,06036p^{12}\lambda_2^2 - 1,06028p^{13}\lambda_2^2 - 0,000081111p^{24}\lambda_2^5}. \quad (32)$$

Как следует из (14) и системы уравнений (15), аналогичные выражения для магнитной проницаемости μ_y могут быть получены путем замены в приведенных выше выражениях Σ_{2x} на $-\Sigma_{2y}$.

Анализ полученных результатов и численные примеры.

a - простая орторомбическая решетка:

$$\omega_1=2; \omega_2=3j; \mu_1=200; \mu_2=50; a=0,5; b=0,9; \omega'_1 = \omega_2 = 3j, \omega'_2 = -\omega_1 = -2; \gamma=1;$$

$$\Sigma_{2x}=0,8208737; \Sigma_{2y}=-0,22632385; \Sigma_4=0,1379126; \Sigma_6=0,03049546;$$

$$\mu_{x1}=3,336878; \mu_{x2}=3,499618; \mu_{x3}=3,54177; \mu_{y1}=1,700319; \mu_{y2}=1,714255; \mu_{y3}=1,717655.$$

б - квадратная решётка с полым цилиндром:

$$\omega_1=3; \omega_2=3j; \mu_1=1; \mu_2=1000; a=1; b=1,3; \omega'_1 = \omega_2 = 2j; \omega'_2 = -\omega_1 = -2; \gamma=1;$$

$$\Sigma_{2x}=0,349066; \Sigma_{2y}=-0,349066; \Sigma_4=0,038904; \Sigma_6=0;$$

$$\mu_{x1}=3,823415; \mu_{x2}=4,097091; \mu_{x3}=4,097091; \mu_{y1}=3,823415; \mu_{y2}=4,097091; \mu_{y3}=4,097091.$$

в - квадратная решётка со сплошным цилиндром:

$$\omega_1=3; \omega_2=3j; \mu_1=1000; \mu_2=1000; a=1; b=1,3; \omega'_1 = \omega_2 = 3j; \omega'_2 = -\omega_1 = -2; \gamma=1;$$

$\Sigma_{2x}=0,349066$; $\Sigma_{2y}=-0,349066$; $\Sigma_4=0,038904$; $\Sigma_6=0$;
 $\mu_{x1}=3,863135$; $\mu_{x2}=4,145272$; $\mu_{x3}=4,145272$; $\mu_{y1}=3,863135$; $\mu_{y2}=4,145272$; $\mu_{y3}=4,145272$.

c - моноклинная решётка:

$\omega_1=2$; $\omega_2=1+2j$; $\mu_1=100$; $\mu_2=200$; $a=0,5$; $b=0,9$; $\omega'_1=4j$; $\omega'_2=-1+2j$; $\gamma=2$;

$\Sigma_{2x}=0,859123$; $\Sigma_{2y}=-0,711673$; $\Sigma_4=0,075668$; $\Sigma_6=0,059896$;

$\mu_{x1}=5,0203$; $\mu_{x2}=5,115478$; $\mu_{x3}=5,230174$; $\mu_{y1}=3,918797$; $\mu_{y2}=3,968642$; $\mu_{y3}=4,027861$.

d - гексагональная решётка с полым цилиндром:

$\omega_1=2$; $\omega_2=1+\sqrt{3}j$; $\mu_1=1$; $\mu_2=1000$; $a=0,5$; $b=0,9$; $\omega'_1=2\sqrt{3}j$; $\omega'_2=-1+\sqrt{3}j$; $\gamma=2$;

$\Sigma_{2x}=0,9069$; $\Sigma_{2y}=-0,9069$; $\Sigma_4=0$; $\Sigma_6=0,09161$;

$\mu_{x1}=6,457589$; $\mu_{x2}=6,457589$; $\mu_{x3}=6,708392$; $\mu_{y1}=6,457589$; $\mu_{y2}=6,457589$; $\mu_{y3}=6,708392$.

e - гексагональная решётка со сплошным цилиндром:

$\omega_1=2$; $\omega_2=1+\sqrt{3}j$; $\mu_1=1000$; $\mu_2=1000$; $a=0,5$; $b=0,9$; $\omega'_1=2\sqrt{3}j$; $\omega'_2=-1+\sqrt{3}j$; $\gamma=2$;

$\Sigma_{2x}=0,9069$; $\Sigma_{2y}=-0,9069$; $\Sigma_4=0$; $\Sigma_6=0,09161$;

$\mu_{x1}=6,494034$; $\mu_{x2}=6,494034$; $\mu_{x3}=6,748278$; $\mu_{y1}=6,494034$; $\mu_{y2}=6,494034$; $\mu_{y3}=6,748278$.

Как видно из примеров b , v и d , e , расчеты подтверждают изотропию приведенных свойств среды для квадратной и гексагональной решеток. Подтверждается также очевидная из физических соображений слабая зависимость магнитной проницаемости от наличия полостей в цилиндрах при высокой магнитной проницаемости области F_2 .

Выводы. На основе метода мультиполей классические результаты для приведенных магнитных свойств упорядоченной гетерогенной среды с цилиндрами обобщены путем рассмотрения дискретной фазы в виде полых цилиндров с произвольными радиусами и магнитными проницаемостями областей.

Расчетами подтверждена быстрая сходимость результатов при увеличении степени учета мультипольного взаимодействия. При отсутствии контакта цилиндров достаточная для практических вычислений точность во многих случаях обеспечивается учетом только дипольного, квадрупольного и, возможно, октупольного приближения.

Список литературы

1. **Rayleigh J.W.** On the Influence of Obstacles Arranged in Rectangular Order upon the Properties of a Medium. // Phil. mag., 1892, v. 5, p. 481-505.
2. **Балагуров Б.Я., В.А. Кашин** О проводимости двумерной системы с двоякопериодическим расположением круговых включений. // Журнал технической физики. – 2001. – Том 71, вып. 1. – С. 106-111.
3. **Емец Ю.П.** Эффективные параметры многокомпонентных диэлектриков с гексагональной структурой. // Журнал технической физики. – 2002. – Том 72, вып. 1. – С. 51-59.
4. **Perrins P.V.T., McKenzie D.R., McPhedran R.C.** Transport Properties of Regular Arrays of Cylinders II Proc. R. Soc. Lond. A. – 1979. – Vol. 369. – P. 207-225.
5. **Толмачев С.Т., Юхимович Д.Л., Бондаревский С.Л.** Двоякопериодическая задача для полых круговых цилиндров. // Електротехніка і електромеханіка. – 2010. – № 2. – С. 42– 45.
6. **Толмачев С.Т., Юхимович Д.Л.** Задача приведения для регулярной системы полых круговых цилиндров с произвольной решёткой периодов. // Технічна електродинаміка. – 2011. – № 2. – С. 11– 17.
7. **Толмачев С.Т.** Специальные методы решения задач магнитостатики. – Киев: Вища школа, 1983. – 166 с.

Рукопись поступила в редакцию 21.02.13

УДК 621.318.13

С.Т. ТОЛМАЧЕВ, д-р техн. наук, проф., А.В. ИЛЬЧЕНКО, канд. техн. наук, доц.,
В.А. ВЛАСЕНКО, ассистент, ГВУЗ «Криворожский национальный университет»

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В МАГНИТНОПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

Для магнитопроводящих сред, расположенных в ограниченном пространстве, получена система двух интегральных уравнений относительно естественных вторичных источников поля - векторов намагниченности среды и плотности вихревых токов - при синусоидальном законе изменения первичного поля. На основе этих уравнений построены расчетные выражения, составляющие основу предложенной математической модели.

Актуальность работы. Исследование квазистационарных электромагнитных полей